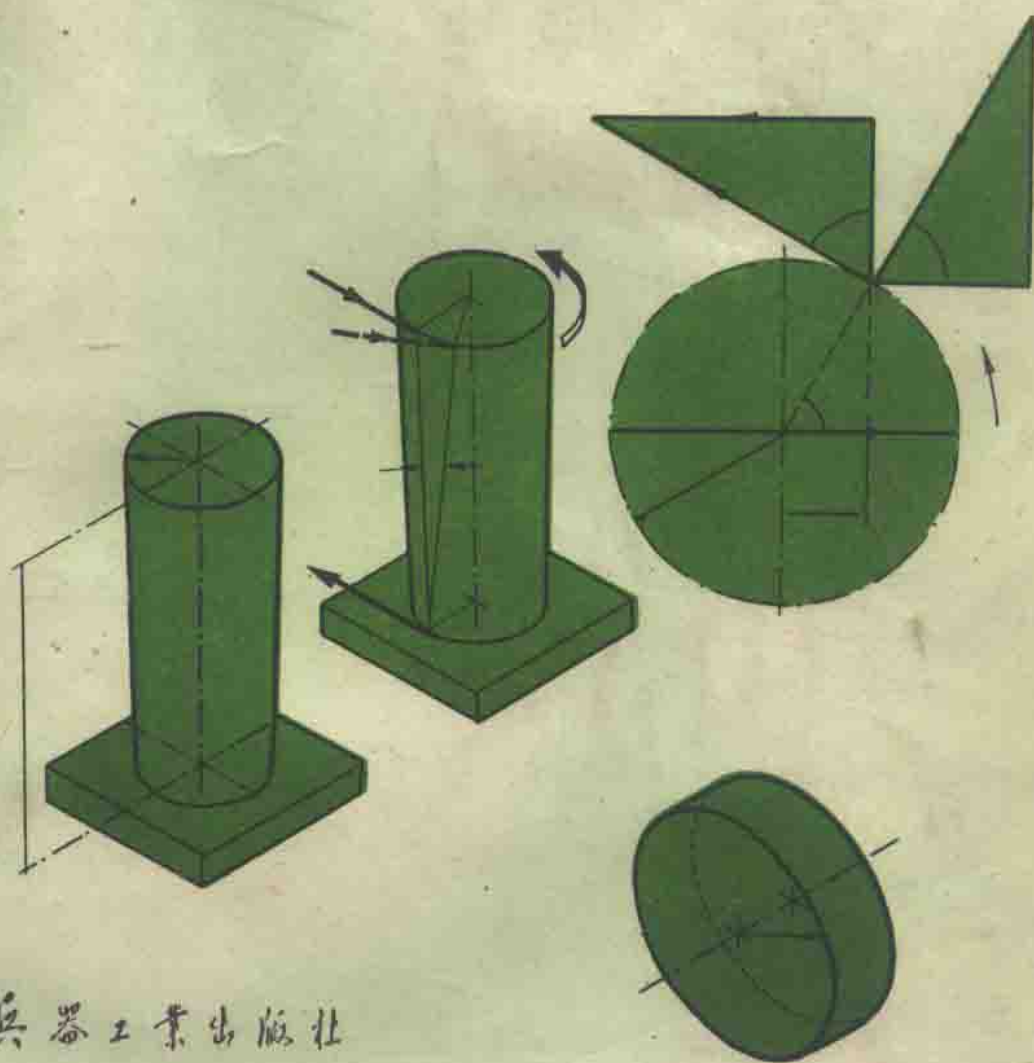


实用机械学

〔英〕 Ian McDonagh 著

张德智 译



兵器工业出版社

实用机械学

[英] Ian McDonagh 著

张德智 译

兵器工业出版社

内 容 简 介

本书内容丰富、实用,涉及材料力学、理论力学、机械设计和流体运动诸方面的基本理论和工程应用。全书分为一、二两篇,共17章,各章自成一体。该书的特点是实例较多,140多个例子都是从工程实践中提炼出来的典型问题;全书把基本理论的叙述与实例分析和解答都有机地结合在一起了,而且不少解题技巧如材料力学中求剪力、弯矩、斜率、挠度的麦考莱法,理论力学中求固有频率的雷利法、敦克利法,机械原理中回转质量动平衡的mr_x图解法等都是我国教科书中较少见到的。

书中各章章末均附有习题及答案。

该书可作为成人教育用教材和高等院校师生的参考书,也是工程技术人员的一本好工具书。

实用机械学

[英] Ian McDonagh 著

张德智 译

*

兵器工业出版社 出版发行

(北京市海淀区车道沟10号)

各地新华书店经销

研究院印刷厂印装

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 16.375 字数: 402.48千字

1990年12月第1版 1990年12月第1次印刷

印数: 1~3000 定价: 11.60元

ISBN 7-80038-244-3/TH·11

译 者 的 话

伊恩·麦克多纳(Ian·McDonagh)是英国威勒尔都会学院(Wirral Metropolitan College)工程学高级讲师。他著的“技术人员用机械学”(Mechanical science for technicians)第一卷于1979年出版、1982年重印。1984年再版。本书即是根据其第一卷的第二版和第二卷的1984年版译出的。

书中丰富实用的内容、以例带叙的阐述体系和简捷新颖的解题方法都深深地吸引着我,简直使我爱不释手;我想,何不把我的这种享受奉献给我国更多的机械学同行和学者呢,于是便有了译书之举。

书中印刷上的错误遗漏或笔误及个别不易理解的地方已改正或在页末作了呼应注。

我要特别感谢北京理工大学马宝华教授欣然为本书作序;沈阳工业学院的商国云、王雨时、曹纯柱等同志对本书的出版积极支持并作了大量的工作;书中的全部插图由张合清同志完成,在此特表示衷心的感谢!

我的本意是要忠实于原著,但由于水平有限,书中错误一定不少,恳请读者指正。

张德智

1989年3月

序

《实用机械学》原名 Mechanical science for technicians (技术人员用机械学), 英国 Ian McDonagh 著。这是一本颇具特色的技术教材和参考书。其主要特点有二, 一是篇幅虽不长但内容丰富, 涉及材料力学、理论力学、机械设计及流体运动诸方面的基本理论与工程应用; 二是将基本理论叙述与例题分析有机结合, 全书仅以百分之四十的篇幅讲解基本概念, 对于基本概念的深化与扩展则溶合于例题的分析讨论之中, 作者精心设计与选择了近 140 个例题, 占全书篇幅的百分之六十, 通过例题的分析, 结合从工程设计中提炼出的典型问题, 对基本概念、基本理论做了进一步的推导、展开和讨论。

例如第四章向心加速度、向心力与离心力两节, 作者在原书中只用了 3 页的篇幅对基本概念做了交待, 接着用 9 页的篇幅精心设计了 8 个例题, 分别讨论了车削偏心零件时车床主轴受力、汽车在水平及倾斜弯道上拐弯时的最大安全速度、不同轮距及重心高度对最大安全速度的影响、摩托车拐弯时人及车体的倾斜角度、质量非均匀分布的零件平衡等问题。这些问题均来自于实际, 同时又在理论上具有典型性, 使读者学习起来既感到亲切, 又能加深自己对基本理论的理解, 同时还能从中学到解决实际问题的方法。有的例题还列出了多种解题方法, 有些方法简单而新颖。这种体系与风格, 形成了有别于国内同类教科书的特色。该书很适合作成人教育教材和高等学校学生的参考书, 对于教师及工程技术人员也颇具借鉴和参考价值。

现由沈阳工业学院张德智副教授按该书第二版译出, 并由兵器工业出版社出版。译文表达准确, 文笔流畅, 对若干细节做了必要的译注。在阅读原书及译稿后, 确感值得向读者推荐此书, 并以此为序。

马宝华

1989 年 3 月 20 日

于北京理工大学

原书前言

为满足新“企业和技术教育委员会”机械学Ⅲ组(U82/040)的需要,本书第一篇第二版的内容已作了修订;其目的是为了增进读者对机械工程的了解,拓宽解决材料变形,动力学和流体运动等问题的分析方法。书中增添了剪力和弯矩的内容;形心、面积的一次矩、二次矩^①、弯曲理论中的假设、扭转、静平衡及锐孔喷射等章节也作了补充或修改。

本书第二篇是为满足“企业和技术教育委员会”机械学Ⅳ组(U82/041)的需要而写成的。它的宗旨是:(a)为读者介绍应力-应变分析原理;(b)提高读者解决梁的变形问题的能力;(c)增进读者对动力学和振动的理解。

全书使用了国际标准单位制,所推荐使用的倍数和约数如下:

字头	符号	所乘系数
giga	G	$10^9 = 1000000000$
mega	M	$10^6 = 1000000$
kilo	k	$10^3 = 1000$
milli	m	$10^{-3} = 0.001$
micro	μ	

Ian McDonagh

①截面的一次矩即我国通称的静面矩或静矩;截面的二次矩即我国通称的惯性矩。——译者

目 录

第一篇

第一章 应力、应变和弹性变形	(1)
§ 1.1 力的分类	(1)
§ 1.2 正应力	(1)
§ 1.3 应变	(2)
§ 1.4 弹性模量	(2)
§ 1.5 组合杆中的应力和应变	(3)
§ 1.6 变温应力	(5)
§ 1.7 温度变化对组合杆的影响	(8)
§ 1.8 剪应力	(11)
§ 1.9 剪应变	(13)
§ 1.10 剪切模量	(13)
§ 1.11 泊松比	(15)
§ 1.12 平面应力	(15)
第一章练习	(17)
第二章 剪力、弯矩和弯应力	(19)
§ 2.1 引言	(19)
§ 2.2 梁的平衡	(19)
§ 2.3 梁的支反力	(19)
§ 2.4 剪力和剪力图	(20)
§ 2.5 弯矩和弯矩图	(22)
§ 2.6 负载、剪力与弯矩图的关系	(24)
§ 2.7 截面的几何性质	(29)
§ 2.8 弯曲原理中的假设	(31)
§ 2.9 弯应力的分布	(32)
§ 2.10 中性轴的位置	(32)
§ 2.11 弯应力与外加弯矩的关系	(33)
§ 2.12 截面模量	(37)
§ 2.13 参数表	(38)
第二章练习	(44)
第三章 圆轴的扭转	(48)

§ 3.1	扭转原理中的假设	(48)
§ 3.2	剪应力和扭转角	(48)
§ 3.3	剪应力与外加扭矩的关系	(50)
§ 3.4	空心圆轴的扭转	(52)
第三章练习		(56)
第四章	角运动	(58)
§ 4.1	匀角速运动方程	(58)
§ 4.2	扭矩和角加速度	(61)
§ 4.3	回转半径	(61)
§ 4.4	向心加速度	(63)
§ 4.5	向心力和离心力	(64)
第四章练习		(70)
第五章	动能	(73)
§ 5.1	引言	(73)
§ 5.2	平动动能(线动能)	(73)
§ 5.3	转动动能(角动能)	(74)
§ 5.4	物体同时有线运动和角运动时的总动能	(75)
第五章练习		(78)
第六章	简谐振动	(80)
§ 6.1	周期和频率	(80)
§ 6.2	位移和振幅	(80)
§ 6.3	简谐运动	(80)
§ 6.4	垂直弹簧振子的线性自由振动	(83)
§ 6.5	单摆的振动	(86)
§ 6.6	共振	(88)
第六章练习		(88)
第七章	流体运动	(90)
§ 7.1	引言	(90)
§ 7.2	压能	(90)
§ 7.3	动能	(91)
§ 7.4	势能	(91)
§ 7.5	伯努利方程	(91)
§ 7.6	流动摩擦阻力	(92)
§ 7.7	连续性方程	(93)
§ 7.8	伯努利方程和连续性方程的应用	(94)

§ 7.9	锐孔喷射.....	(97)
§ 7.10	接近速度对锐孔喷射的影响.....	(99)
§ 7.11	射流的动量	(100)
§ 7.12	冲量	(101)
§ 7.13	射流对平板的作用力	(101)
第七章练习		(102)

第二篇

第一章	应力——应变分析原理.....	(104)
§ 1.1	材料的分类	(104)
§ 1.2	应力与应变的关系	(104)
§ 1.3	体应变	(106)
§ 1.4	线应变与体应变的关系	(106)
§ 1.5	体积弹性模量	(108)
§ 1.6	弹性常数 E 、 G 、 K 、与 ν 之间的关系	(108)
§ 1.7	薄壁容器的应力	(110)
§ 1.8	内压对薄壁容器容积的影响	(112)
§ 1.9	互补剪应力	(115)
§ 1.10	梁中的弯曲剪应力	(116)
§ 1.11	复合应力	(117)
§ 1.12	仅受正应力时单元内任一平面上的正应力和剪应力	(117)
§ 1.13	仅受剪应力时单元内任一平面上的正应力和剪应力	(119)
§ 1.14	二向应力系统中任一平面上的正应力和剪应力	(120)
§ 1.15	主平面和主应力	(121)
§ 1.16	应力莫尔圆	(124)
§ 1.17	三角恒等式(证明)	(131)
第一章练习		(132)
第二章	梁截面的面积二次矩	(136)
§ 2.1	面积二次矩	(136)
§ 2.2	常用截面二次矩 I	(136)
§ 2.3	平行轴定理	(137)
第二章练习		(141)
第三章	正应力和弯应力的合成	(144)
§ 3.1	正应力	(144)
§ 3.2	弯应力	(144)
§ 3.3	常用截面的 I 和 $y_{\max}$ 值	(145)

§ 3.4	弯应力和正应力的合成	(145)
§ 3.5	截面核心	(146)
§ 3.6	中性轴的位置	(147)
§ 3.7	举例	(148)
第三章练习		(152)
第四章	剪力和弯矩	(155)
§ 4.1	引言	(155)
§ 4.2	剪力	(155)
§ 4.3	弯矩	(155)
§ 4.4	负载、剪力和弯矩的关系	(156)
§ 4.5	剪力和弯矩间的数学关系在解题方面的应用	(158)
第四章练习		(162)
第五章	梁的斜率和挠度	(164)
§ 5.1	引言	(164)
§ 5.2	弯曲弹性方程	(164)
§ 5.3	正负号规定及边界条件	(165)
§ 5.4	弯曲弹性方程的应用	(165)
§ 5.5	迭加原理	(173)
§ 5.6	麦考莱法	(175)
第五章练习		(185)
第六章	皮带传动	(187)
§ 6.1	皮带传动的功率传递	(187)
§ 6.2	皮带拉力比	(187)
§ 6.3	皮带的最大传递功率	(191)
§ 6.4	V 型皮带传动	(192)
§ 6.5	皮带的初始拉力	(196)
第六章练习		(199)
第七章	速度图	(201)
§ 7.1	曲柄上点的相对速度	(201)
§ 7.2	作平面运动的刚性杆上点的相对速度	(201)
§ 7.3	曲柄-滑块机构中点的相对速度	(202)
§ 7.4	四杆机构内点的相对速度	(204)
§ 7.5	四杆机构和曲柄-滑块机构的组合机构中点的相对速度	(206)
§ 7.6	滑动-转动机构速度图	(208)
第七章练习		(209)

第八章	飞轮及转矩图	(213)
§ 8.1	飞轮的功能	(213)
§ 8.2	飞轮中的能量	(213)
§ 8.3	转矩图	(213)
§ 8.4	速度波动系数	(214)
§ 8.5	能量波动系数	(214)
§ 8.6	转矩图所表示的能量波动	(215)
第八章练习		(221)
第九章	振动	(223)
§ 9.1	周期和频率	(223)
§ 9.2	位移和振幅	(223)
§ 9.3	简谐运动	(223)
§ 9.4	垂直弹簧上物体的纵向自由振动	(224)
§ 9.5	悬臂梁上质量的横向自由振动	(226)
§ 9.6	简支梁上单个质量的横向自由振动	(227)
§ 9.7	扭转振动	(230)
§ 9.8	用能量法(雷利法)求解均布受载梁的横向振动	(231)
§ 9.9	用能量法(雷利法)求解受有若干个集中载荷的梁的横向振动	(233)
§ 9.10	敦克利法	(235)
§ 9.11	轴的回旋	(237)
§ 9.12	极限速度	(238)
第九章练习		(241)
第十章	回转质量的平衡	(243)
§ 10.1	静平衡与动平衡	(243)
§ 10.2	同一平面内回转质量的平衡	(243)
§ 10.3	不同平面内回转质量的平衡	(244)
§ 10.4	由不平衡力引起的轴承动反力	(247)
第十章练习		(248)

第一篇

第一章 应力、应变和弹性变形

§ 1.1 力的分类

作用在物体上的力有三类:

- i) 拉力, 如图 1.1(a);
- ii) 压力, 如图 1.1(b);
- iii) 剪力, 如图 1.1(c).

拉力和压力都是正向力。由于正向力中方向相反的二力是沿着同一条直线作用的, 所以正向力也叫轴向力; 正向力在物体中产生正应力 (见 § 1.2 节)。剪力是非正向力, 因为其二力的作用线必须象图 1.1(c)所示的那样被错开, 这样才能产生剪切。剪力在物体中产生剪应力 (见 § 1.8 节)。

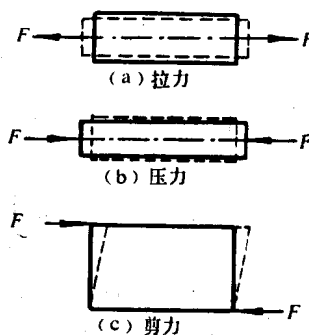


图 1.1 力的分类

§ 1.2 正应力

单位受力截面 A 上所施加的力 F 称为正应力, 即

$$\text{正应力} = \frac{\text{施加的力}}{\text{受力横截面积}}$$

正应力可以是拉伸应力, 也可以是压缩应力, 如图 1.2 所示。

正应力用符号 σ 表示, 于是:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

该式应当记住。

应力的基本单位是牛顿每平方米 (N/m^2); 因为这个单位很小, 所以常用兆牛顿每平方米 (MN/m^2) 表示, 也可以用牛顿每平方米 (N/mm^2) 和帕斯卡 (Pa) 表示。

$$1\text{N}/\text{mm}^2 = 1\text{MN}/\text{m}^2$$

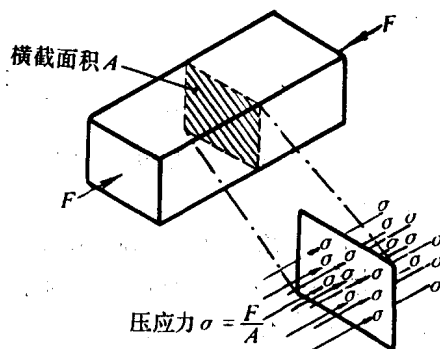
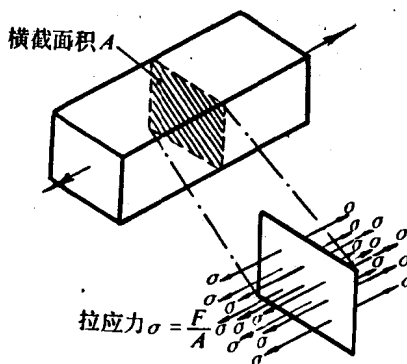


图 1.2 拉应力和压应力

$$1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$$

记住这两个换算公式是有用的。

§ 1.3 应 变

每单位原长度(l)的变化量(x)称为应变。

即
$$\text{应变} = \frac{\text{变化量}}{\text{原来长度}}$$

应变可以是拉伸应变，也可以是压缩应变或剪切应变。当原长度增加时则为拉伸应变，减小时则为压缩应变。剪切应变在 § 1.9 中讨论。

拉伸应变或压缩应变的符号用 ε (读艾普西隆) 表示，所以

$$\varepsilon = \frac{x}{l}$$

应记住该式。

因为应变是相同量的比值，所以它无单位。

§ 1.4 弹性模量

当有应力存在时，所有的固体材料都将发生轻微的变形。当撤去应力时，如果该材料恢复到施加应力前的形状和尺寸，则它是弹性材料。大多数固体材料在一定的应力极限（称为弹性极限）之内都是弹性材料；而室温下的铅则例外。图 1.3 的弹性材料应力-应变曲线表明，在弹性极限处或在弹性极限之内的各点，其图象是一条直线，即在图 1.3 中的比例极限点 A 之下，应力与应变成正比，即

$$\sigma \propto \varepsilon$$

所以，
$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \text{常数}$$

该常数称为材料的弹性模量或杨氏模量 E ，即

$$\text{弹性模量} = \frac{\text{应力}}{\text{应变}}$$

或

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

该式应当记住。

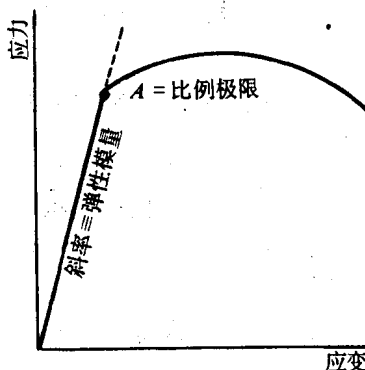


图 1.3 材料的应力-应变图

E 的基本单位与应力的相同，即牛顿每平方米 (N/m^2)；不过常用千兆牛顿每平方米 (GN/m^2) 表示。

表 1.1 列出了几种材料的弹性模量典型值。

例：在对钢试件的拉伸试验中，当所加的负荷为 60kN 时，应变计的读数为 0.117mm (伸长量)。试件的直径和原测长度分别为 15.96mm 和 80mm ，计算钢的弹性模量。

$$E = \sigma / \varepsilon$$

$$\sigma = F / A, \quad \varepsilon = x / l$$

$$\therefore E = \frac{Fl}{Ax}$$

记住该式是有用的。

这里, $F = 60\text{kN} = 60 \times 10^3\text{N}$;

$l = 80\text{mm}$; $x = 0.117\text{mm}$;

$A = (\pi/4) \times (15.96 \times 10^{-3}\text{m})^2 = 200 \times 10^{-6}\text{m}^2$

$$\therefore E = \frac{60 \times 10^3\text{N} \times 80\text{mm}}{200 \times 10^{-6}\text{m}^2 \times 0.117\text{mm}}$$

$$= 205.1 \times 10^9\text{N/m}^2$$

即钢的弹性模量为 205.1GN/m^2 。

表 1.1 弹性模量的典型值

(注: 碳素钢的弹性模量随含碳量的多少而稍有改变)

材 料	弹性模量(N/m^2)
碳素钢	210×10^9
紫 铜	120×10^9
铸 铁	100×10^9
黄 铜	90×10^9
铝合金	90×10^9

§ 1.5 组合杆中的应力和应变

考虑如图 1.4(a)所示的一根组合杆, 它由钢管及其内部所充满的橡胶填料组成。如果组合杆受到由钢管两端的平板所作用的压力 F , 见图 1.4(b), 则整个结构的长度将减少 x ; 该减少量受较强材料即钢管刚度的限制。另外, 压力 F 由钢管和橡胶填料分担; 对于刚度较大的钢管, 它承受大部分的力。因此, 解决与这类组合杆有关的问题应记住:

1) 管长减少量 = 橡胶填料长减少量

即 管的压应变 = 橡胶填料的压应变

2) 总力 = 管上的力 + 橡胶填料上的力

用下标 a 表示管, b 表示橡胶填料, 则:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b \quad \text{及} \quad F = F_a + F_b$$

但 应变 $\varepsilon = \sigma / E$, 力 $F = \sigma A$

$$\therefore \sigma_a / E_a = \sigma_b / E_b \quad (\text{i})$$

$$F = \sigma_a A_a + \sigma_b A_b \quad (\text{ii})$$

记住这一结论是有用的。

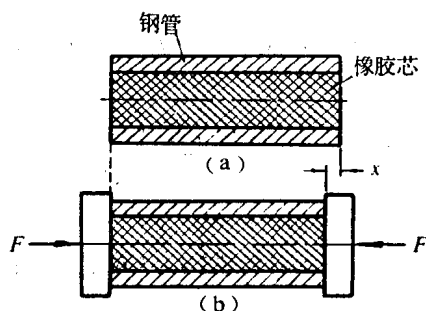


图 1.4 组合杆

例 1 图 1.4 所示钢管的内径和外径分别为 24mm 和 30mm , 求当压力为 3kN 时, 橡胶填料和钢管的压应力。对于钢, $E = 200\text{GN/m}^2$, 橡胶填充料, $E = 2.5\text{GN/m}^2$ 。

用下标 a 表示钢管, b 表示橡胶,

$$\sigma_a / E_a = \sigma_b / E_b$$

$$\sigma_a = \sigma_b (E_a / E_b)$$

本例 $E_a = 200\text{GN/m}^2$, $E_b = 2.5\text{GN/m}^2$

$$\therefore \sigma_a = \sigma_b \times \frac{200 \text{ GN} / \text{m}^2}{2.5 \text{ GN} / \text{m}^2} = 80 \sigma_b$$

另外 $F = \sigma_a A_a + \sigma_b A_b = 80 \sigma_b A_a + \sigma_b A_b$

本例 $F = 3 \text{ kN} = 3 \times 10^3 \text{ N}$

$$A_a = (\pi / 4) \times (30^2 - 24^2) \text{ mm}^2 = 254.5 \text{ mm}^2$$

$$A_b = (\pi / 4) \times (24 \text{ mm})^2 = 452.4 \text{ mm}^2$$

$$\therefore 3 \times 10^3 \text{ N} = 80 \sigma_b \times 254.5 \text{ mm}^2 + \sigma_b \times 452.4 \text{ mm}^2$$

$$= 2.081 \times 10^4 \sigma_b \text{ mm}^2$$

$$\therefore \sigma_b = \frac{3 \times 10^3 \text{ N}}{2.081 \times 10^4 \text{ mm}^2}$$

$$= 0.144 \text{ N} / \text{mm}^2 \text{ 即 } 0.144 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$\sigma_a = 80 \sigma_b$$

$$\therefore \sigma_a = 80 \times 0.144 \text{ MN} / \text{m}^2$$

$$= 11.52 \text{ MN} / \text{m}^2$$

即橡胶和钢管的压应力分别是 $0.144 \text{ MN} / \text{m}^2$ 和 $11.52 \text{ MN} / \text{m}^2$ 。

例 2 一根 3m 长的铸铁管，内部充满混凝土用作立柱。管外径为 450mm，壁厚 35mm。如果混凝土的应力不超过 $2 \text{ N} / \text{mm}^2$ ，求该立柱能承受的最大压载。在此载荷下，组合立柱将缩短多少？铸铁的弹性模量 $E = 100 \text{ GN} / \text{m}^2$ ，混凝土， $E = 10 \text{ GN} / \text{m}^2$ 。

用下标 a 表示铸铁， b 表示混凝土，则：

铸铁应变 = 混凝土应变

$$\text{即 } \sigma_a / E_a = \sigma_b / E_b$$

$$\therefore \sigma_a = \sigma_b (E_a / E_b)$$

本例 $\sigma_b = 2 \text{ N} / \text{mm}^2$ ， $E_a = 100 \text{ GN} / \text{m}^2$ ，

$$E_b = 10 \text{ GN} / \text{m}^2$$

$$\therefore \sigma_a = 2 \text{ N} / \text{mm}^2 \times \frac{100 \text{ GN} / \text{m}^2}{10 \text{ GN} / \text{m}^2}$$

$$= 20 \text{ N} / \text{mm}^2$$

另外 总力 = 对铸铁的力 + 对混凝土的力

$$\text{即 } F = \sigma_a A_a + \sigma_b A_b$$

本例， $A_a = (\pi / 4) \times (450^2 - 380^2) \text{ mm}^2 = 45.6 \times 10^3 \text{ mm}^2$

$$A_b = (\pi / 4) \times (380 \text{ mm})^2 = 113.4 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

$$\therefore F = (20 \text{ N} / \text{mm}^2 \times 45.6 \times 10^3 \text{ mm}^2) + (2 \text{ N} / \text{mm}^2 \times 113.4 \times 10^3 \text{ mm}^2)$$

$$= 1.14 \times 10^6 \text{ N} \text{ 即 } 11.4 \text{ MN}$$

即，组合立柱所能承受的最大压力为 11.4MN。

应变 $\varepsilon = x / l = \sigma / E$

$$\therefore x = l(\sigma / E)$$

本例 $l = 3 \text{ m}$ ；对混凝土， $\sigma = 2 \text{ N} / \text{mm}^2 = 2 \times 10^6 \text{ N} / \text{m}^2$ ； $E = 10 \times 10^9 \text{ N} / \text{m}^2$

$$x = 3\text{m} \times \frac{2 \times 10^6 \text{N} / \text{m}^2}{10 \times 10^9 \text{N} / \text{m}^2}$$

$$= 6 \times 10^{-4} \text{m} \quad \text{即} \quad 0.6\text{mm}$$

即，组合立柱压缩量为 0.6mm。

例 3 一正方形截面为 $250\text{mm} \times 250\text{mm}$ 的混凝土立柱，要求其承受 875KN 的轴向力。若使混凝土中的应力减小至 $8\text{N} / \text{mm}^2$ ，求最少需加入直径为 6mm 的钢筋多少根？钢的弹性模量 $E = 200\text{GN} / \text{m}^2$ ，混凝土 $E = 12\text{GN} / \text{m}^2$ 。

用下标 a 表示钢，下标 b 表示混凝土， n 表示需加入的钢筋数。

钢的应变 = 混凝土的应变

$$\text{即 } \sigma_a / E_a = \sigma_b / E_b$$

$$\therefore \sigma_a = \sigma_b (E_a / E_b)$$

$$\text{本例 } \sigma_b = 8\text{N} / \text{mm}^2, \quad E_a = 200\text{GN} / \text{m}^2,$$

$$E_b = 12\text{GN} / \text{m}^2,$$

$$\therefore \sigma_a = 8\text{N} / \text{mm}^2 \times \frac{200\text{GN} / \text{m}^2}{12\text{GN} / \text{m}^2}$$

$$= 133.3\text{N} / \text{mm}^2$$

总力 = 钢上的力 + 混凝土上的力

$$\text{即 } F = \sigma_a A_a + \sigma_b A_b$$

$$\text{本例 } F = 875\text{KN} = 875 \times 10^3\text{N}$$

$$A_a = (\pi / 4) \times (6\text{mm})^2 n = (28.27n)\text{mm}^2$$

$$A_b = (250\text{mm})^2 - A_a$$

$$= (62.5 \times 10^3 - 28.27n)\text{mm}^2$$

$$\therefore 875 \times 10^3\text{N} = 133.3\text{N} / \text{mm}^2 \times (28.27n)\text{mm}^2$$

$$+ 8\text{N} / \text{mm}^2 \times (62.5 \times 10^3 - 28.27n)\text{mm}^2$$

$$\therefore 875 \times 10^3 = 3768.4n + 500 \times 10^3 - 226.2n$$

由此可得 $n = 105.9$

即，最少需加入 106 根钢筋。

§ 1.6 变温应力

温度升高，固体材料膨胀；温度下降，固体材料收缩。胀缩尺寸 x 随温度而变化的关系式如下：

$$x = l\alpha\Delta\theta$$

式中 l ——原始尺寸

α ——线膨胀系数

$\Delta\theta$ ——温度变化量

如果固体材料温度升高 $\Delta\theta$ ，而引起的膨胀完全（或部分地）受到限制，材料中便会产生压应力；同样地，如果温度下降，所引起的收缩受到限制，则产生拉应力。

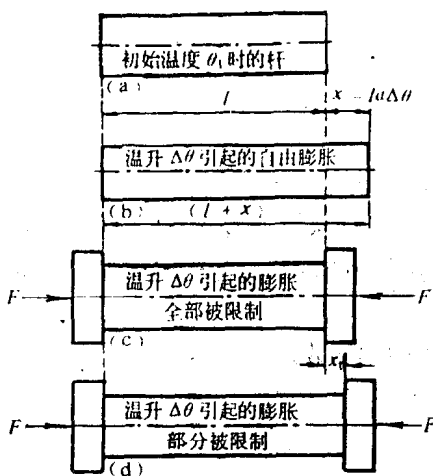


图 1.5 温度应力

图 1.5(a) 表示一原始长度为 l 的杆。若杆温由 θ_1 升至 θ_2 ，杆长变为 $l+x$ ，如图 1.5 (b) 所示，则杆内没有应力。如果膨胀受到限制如图 1.5(c) 所示，则杆内将产生压应力 σ 及其相应的应变，即由于膨胀受到限制，温度的变化将使应力由图 1.5(a) 的零变为图 1.5(c) 的 σ 。

图 1.5(c) 中，膨胀完全被限制。

$$\text{压应变} \quad \varepsilon = \frac{x}{l+x} = \frac{\sigma}{E}$$

$$\therefore \sigma = \frac{Ex}{l+x}$$

$$\text{但 } x = l\alpha(\theta_2 - \theta_1) = l\alpha\Delta\theta$$

$$\therefore \sigma = \frac{El\alpha\Delta\theta}{l+l\alpha\Delta\theta} = \frac{E\alpha\Delta\theta}{1+\alpha\Delta\theta}$$

因为 α 非常小(一般为 0.00001)， $\alpha\Delta\theta$ 项与 1 相比可以忽略。于是 $1+\alpha\Delta\theta \approx 1$ ，即如果膨胀被完全限制了，温升 $\Delta\theta$ 引起的应力变化量为：

$$\sigma = E\alpha\Delta\theta$$

此式应记住。

由温度变化而引起的应力变化称为变温应力(或温度应力)。

注意到， $\alpha\Delta\theta = \sigma/E$

即 $\alpha\Delta\theta = \text{温度应变}$

记住此式是有用的。

如果膨胀量被限制为 x ，如图 1.5(d) 所示，则：

$$\begin{aligned} \text{总的正向应变} &= \frac{x - x_1}{l+x} \\ &= \frac{l\alpha\Delta\theta - x_1}{l+l\alpha\Delta\theta} \\ &= \frac{l[\alpha\Delta\theta - (x_1/l)]}{l(1+\alpha\Delta\theta)} \end{aligned}$$

$$\text{由前可知 } (1+\alpha\Delta\theta) \approx 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{总的正向应变} &= \alpha\Delta\theta - \frac{x_1}{l} \\ &= \text{温度应变} - \text{应力应变} \end{aligned}$$

$$\text{但 应变} = \sigma/E$$

所以，如果是部分限制的膨胀，则温度变化 $\Delta\theta$ 产生的应力变化为：

$$\sigma = E(\alpha\Delta\theta - \frac{x_1}{l})$$