

格利森锥齿轮技术资料

译文集

第一分册

锥齿轮啮合及加工原理

天津齿轮机床研究所 西安交通大学 编译



机械工业出版社

格利森锥齿轮技术资料

译 文 集

第一分册

锥齿轮啮合及加工原理

天津齿轮机床研究所 编译
西 安 交 通 大 学

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

北京市密云县印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张 16 1/2··字数 404 千字

1986年9月北京第一版 1986年9月北京第一次印刷

印数 0,001—2,080·定价 3.95 元

*

统一书号:15033·5809

编译者的话

一九七三年以来,我国引进了美国格利森公司的锥齿轮加工成套设备,附带了一些技术资料,以后该公司又陆续提供了一些资料。此外,美国1978年出版了B. A. 施蒂佩尔曼(B. A. Shtipelman)所著《准双曲面齿轮的设计与制造》(Design and Manufacture of Hypoid Gears)一书。为了发挥这些资料和图书的作用,天津齿轮机床研究所、北京齿轮厂和西安交通大学三个单位联合将这些资料有选择地进行编译,以译文集的形式出版,以便于从事锥齿轮及锥齿轮机床的设计、制造、基础理论研究的广大读者参考,满足科研、设计和生产的需要。

本译文集共有六个分册,第一分册为锥齿轮啮合及加工原理;第二分册为格利森锥齿轮设计及计算;第三分册为格利森锥齿轮强度分析及计算;第四分册为格利森锥齿轮加工机床及刀具;第五分册为格利森锥齿轮加工方法及轮齿接触分析;第六分册为格利森锥齿轮的检验及安装。

本册是第一分册,主要内容为锥齿轮和准双曲面齿轮的啮合原理和加工原理。此外,还涉及锥齿轮和准双曲面齿轮的一些设计、制造问题以及一些加工方法的调整计算。书中不但给出调整计算公式;而且还介绍了调整计算公式的推导。

在本书编译过程中,许多同志曾给予热情支持和帮助,在此一并致谢。由于编译者水平有限,错误和不当之处恳请读者批评指正。

目 录

准双曲面齿轮的基本几何及轮齿接触	1
二阶曲面的范成	15
用螺旋成形法加工弧齿锥齿轮及准双曲面齿轮	25
高减速比准双曲面齿轮副——类型、应用及简化设计	43
范成弧齿锥齿轮副的网格接触	53
准双曲面齿轮啮合的特性	60
准双曲面齿轮的设计	104
准双曲面大轮与小轮切削过程的基本原理	128
加工成形法准双曲面齿轮传动副的铣齿机调整计算	172
加工范成法准双曲面齿轮传动副的铣齿机调整计算	192
准双曲面齿轮轮齿接触区及其修正	206
准双曲面齿轮设计与加工的一般计算程序	217
参考文献(第六至第十二篇文章)	257

准双曲面齿轮的基本几何及轮齿接触

M. L. 巴克斯特

准双曲面齿轮并不神秘。对于这种每年由许多独立公司成百万件制造的机器元件, 几乎没有任何真正的秘密。在全世界, 准双曲面后桥齿轮在车辆上是充分胜任其工作的。

1946 年《美国机械师》杂志发表的 E. 威尔德哈伯 (Ernest Wildhaber) 的一系列文章, 包括了准双曲面齿轮的几何及运动学的完整的叙述。

本文为准双曲面齿轮的几何和运动学提供一个简单然而逻辑完整的叙述, 以阐明准双曲面齿轮设计和计算中遇到的各项术语的意义以及包含的相互关系。

(一) 准双曲面齿轮的几何综合

首先, 在我们的几何系中包括了空间的两条轴线, 它们一般是不相交的, 而且既不平行又不垂直。现在我们给出一条新线, 它是两条轴线的公垂线, 叫做中心线。两轴线间沿中心线度量的距离是偏置量 E 。图 1-1 中表示了轴线 X_G 和 X_P 以及中心线 O_1O_2 。两轴线间的夹角自然是在平行于两轴线的平面中度量的, 并用符号 Σ 表示。为了明确起见, 我们叫 X_G 为大轮轴线, X_P 为小轮轴线。

现在用一对表面(即轮齿)之间的直接相切接触把运动由一轴线传到另一轴线, 显然, 这就需要决定在我们所说的空间内, 接触应发生在何处。这个决定是关键性的, 它将确定最后得到的齿轮类型。特殊的情况产生特殊的结果, 例如, 若轮齿的啮合发生在中心线上, 将得到

蜗轮副。由于准双曲面齿轮副是齿轮中最一般的一种, 我们必须选择一个一般的点, 如图 1-1 中的 M 点。

中点 M 可以用许多不同的方法来确定, 我们选择了三个参数来定它的位置, 即图示的 R 、 ε 和 Z_P 。由图可见, Z_P 确定了 M 所在的大轮回转平面, R 是大轮的平均半径, 而 ε 给出了 M 点在其回转平面中的方位。

过 M 点可作直线 OD 与两轴线相交, 这条直线叫做节垂线, 它是我们几何系中的一个重要因素。由图可见, 当沿着大轮轴线 X_G 看去, 节垂线的倾斜角就是给出的 ε 角。同样, η 角是沿着小轮轴线看去节垂线的倾斜角。

R_P 是中点 M 到小轮轴线的距离, 即小轮的中点半径。为了简化公式和图表, 在下面的论述中我们设两轴线是成直角的, 然而原理则是通用的。

由图 1-1 的几何系, 可得到新确定的 η 和 R_P 值的公式如下:

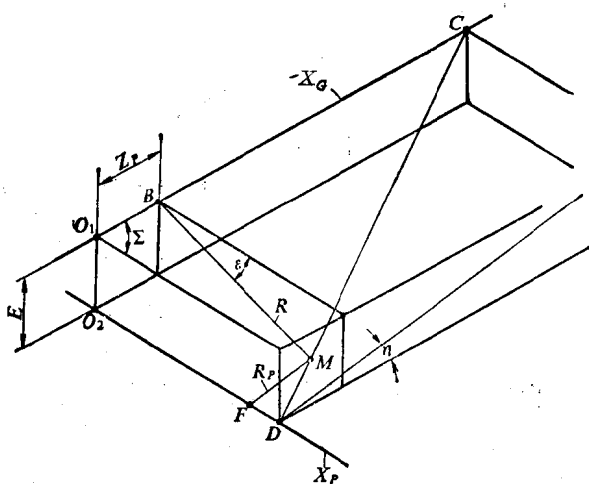


图 1-1

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{1}{Z_P} (E - R \sin \varepsilon) \quad (1-1)$$

$$R_P = Z_P \sec \eta \quad (1-2)$$

现在来考察一个平面，它通过中点 M 并垂直于节垂线。图 1-2 表示了这个平面，它与大

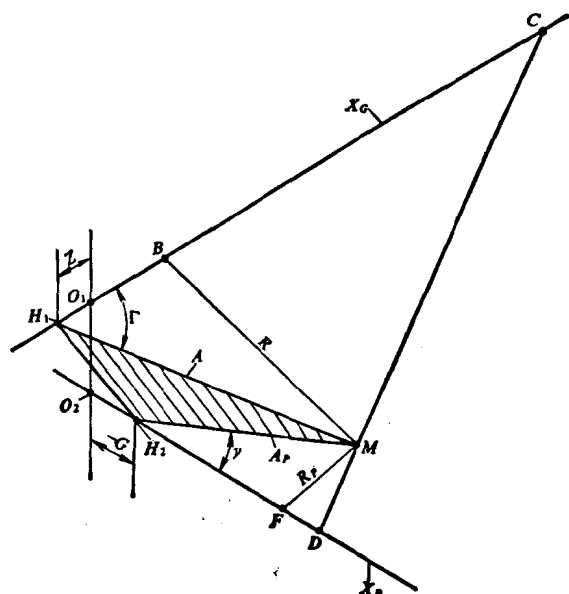


图 1-2

轮轴线相交于 H_1 点，即大轮锥顶；与小轮轴线相交于 H_2 点，即小轮锥顶。由于后面将会看到的原因，我们叫这个平面为节平面；称距离 $\overline{MH_1}$ 为大轮锥距 A ；称距离 $\overline{MH_2}$ 为小轮锥距 A_P 。同样，叫大轮轴线与节平面的夹角为大轮节锥角 Γ ，而小轮轴线与节平面倾斜成小轮节锥角 γ ；要定名称的还有其它一些数值：节平面中的角度 $\varepsilon' = \angle H_1 M H_2$ 以及分别用来确定大、小轮锥顶位置的线性尺寸 Z 和 G 。

由几何系，可以写出很多我们已经定出名称的这些数值之间的关系式，下列的一些已经够用了，而且比较简单：

$$\operatorname{tg} \gamma = \sin \eta \operatorname{ctg} \varepsilon \quad (1-3)$$

$$\cos \Gamma = \sin \gamma / \cos \varepsilon \quad (1-4)$$

$$\sin \varepsilon' = \sin \varepsilon / \cos \gamma \quad (1-5)$$

$$A = R / \sin \Gamma \quad (1-6)$$

$$A_P = R_P / \sin \gamma \quad (1-7)$$

$$Z = A \cos \Gamma - Z_P \quad (1-8)$$

$$G = -R \cos \varepsilon + A_P \cos \gamma \quad (1-9)$$

由于节垂线与两轴线相交，而节平面又垂直于节垂线，所以可绕各轴线画出一对在 M 点相切的锥面。大轮的锥顶在 H_1 点，小轮的锥顶在 H_2 点。到 midpoint M 为止的圆锥母线长度，就是已经给定名称的锥距 A 和 A_P 。图 1-3 中表示了这些节锥。

必须着重指出，这些节锥与用于平行轴或相交轴齿轮的“节表面”这个术语的意义不同。例如，我们不能说二节锥作没有滑动的相互滚动，因为直到现在，我们一直还没有提出过速比。节锥只能看作是用作轮坯设计基础的一个几何因素。

综上所述，我们从一对轴线开始，它们是由偏置距 E 和轴交角 Σ 相联系的，然后用 R 、 ε 、 Z_P 这些数值来定出轮齿啮合中点 M 的位置。通过中点，我们定出了一个节平面和彼此相切并切于节平面的两个节锥。我们已经确定了有关

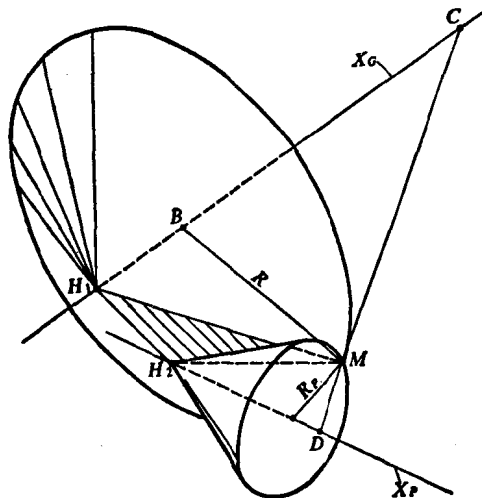


图 1-3

数值的公式,包括锥顶位置、锥距、节锥角和节平面中两圆锥母线之间的夹角 ε' 。

(二) 速比确定螺旋角

图 1-4 是节平面的一个视图,是从小轮轴线沿着节垂线向大轮轴线看去的。 H_1 和 H_2 分别为大、小轮的锥顶。大轮节锥位于视图下面,小轮节锥则位于视图上面。矢量 $\mathbf{g}$ 是沿大轮轴向上的单位矢量,和它相应的是大轮的角速度 ω_G ; 同样, 矢量 $\mathbf{p}$ 是沿小轮轴向上的单位矢量, 并和小轮的角速度 ω_P 相应。 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{A}_P$ 是由锥顶到中点 M 的矢量, 它们的模就是 A 和 A_P 。

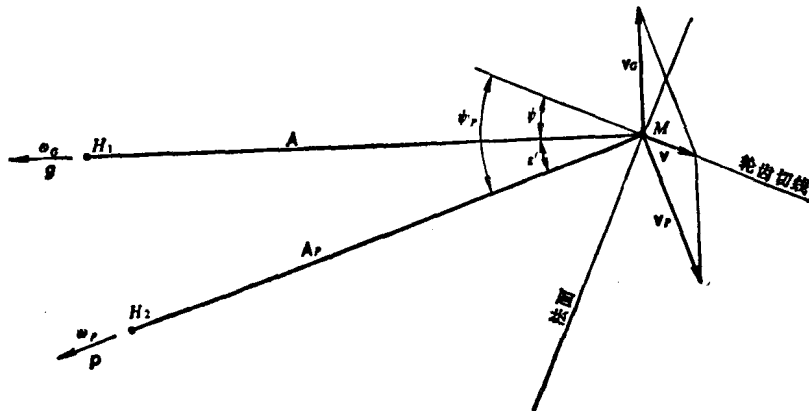


图 1-4

把 M 点作为大轮上的一点, 则其矢量速度为:

$$\mathbf{V}_G = \omega_G \mathbf{g} \times \mathbf{A} \quad (1-10)$$

而它的模是 $A \sin \Gamma \cdot \omega_G$ 。同样, 对于小轮, 矢量速度为:

$$\mathbf{V}_P = \omega_P \mathbf{p} \times \mathbf{A}_P \quad (1-11)$$

它的模是 $A_P \sin \gamma \cdot \omega_P$ 。由于 $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{g}$ 选取的方向是假定的, 相对速度矢量可写成:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_G + \mathbf{V}_P = \omega_G \mathbf{g} \times \mathbf{A} + \omega_P \mathbf{p} \times \mathbf{A}_P \quad (1-12)$$

相对速度矢量 $\mathbf{V}$ 位于节平面内, 它用来确定轮齿方向。如果轮齿以规定的速比在 M 点接触, 则按轮齿接触的基本定律: 相对法向速度必须为零。这一定律用矢量式表达很简单, 即

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (1-13)$$

式中 $\mathbf{V}$ 是相对速度矢量, 而 $\mathbf{n}$ 是沿接触公法线的一个矢量。

由图 1-4 可见, 我们把轮齿切线和大轮节锥母线的夹角定义为大轮螺旋角 ψ , 轮齿切线和小轮节锥母线的夹角则为小轮螺旋角 ψ_P 。

在 M 点接触时的滑动速度是矢量 $\mathbf{V}$ 的模, 它可以这样计算:

$$V_s = \sqrt{\mathbf{V} \cdot \mathbf{V}} \quad (1-14)$$

螺旋角可由下式得到:

$$\cos \psi = \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}}{V_s A} \quad (1-15)$$

$$\cos \psi_P = \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}_P}{V_s A_P} \quad (1-16)$$

较为熟悉的代数式为:

$$\frac{\cos \psi}{\cos \psi_P} = \frac{A_P \sin \gamma}{A \sin \Gamma} \times \frac{N}{n} = \frac{R_P}{R} \times \frac{N}{n} \quad (1-17)$$

$$\psi_P = \psi + \delta' \quad (1-18)$$

$$V_s = R\omega_G \cos \psi (\tan \psi_P - \tan \psi) \quad (1-19)$$

轮齿法线可以在垂直于 V 或轮齿切线的任意方向, 因此压力角可以自由选择; 然而螺旋角则由选定的中点和速比所确定。如果螺旋角不满足要求, 就须改变确定 M 点位置的几个假设值中的一个, 通常改变 Z_P , 来达到这个目的。

(三) 啮合表面

理论上, 我们可以对一个构件, 例如说对大轮选择一个任意齿形, 那么相配构件的共轭表面和啮合表面就被决定了。如果所选取的中点 M 是位于啮合表面内, 则轮齿切线的方向必然象上述计算的一样。

一种特殊齿形是否合适, 可以参考它的啮合表面来研究。对于简单类型的齿轮, 大家都很熟悉其啮合线与诸如根切和重合度这些情况的关系。自然, 对于准双曲面齿轮, 在选择齿面和啮合表面时也应作同样的考虑。特别是, 我们想指明: 1) 两个啮合表面相对于节平面应该等地倾斜; 2) 两啮合表面应相交于一条与节平面相切的线。

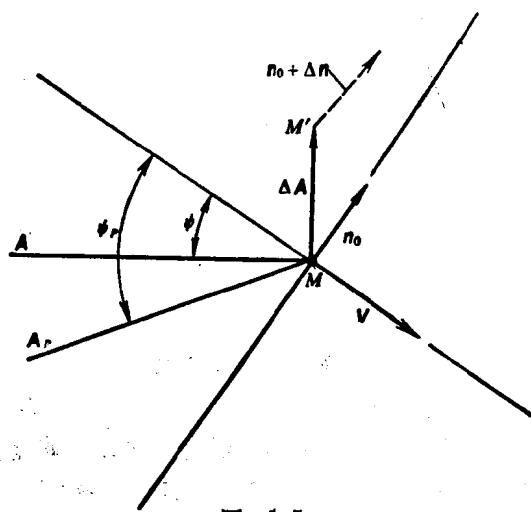


图 1-5

第一个目的是为了使轮齿的两面有相等的重合度和同样地避免根切。由于某些理由, 我们有时也背离这个平衡状态。但是要把这一点做得合理, 首先应知道如何得到平衡。违反第二个要求, 至少会近乎形成这样的轮齿, 它的一端变尖, 而另一端被根切。

由于准双曲面齿轮的偏置, 就存在一种不对称的情况, 以至于啮合表面与节平面的夹角不等于齿面压力角。实际上, 有一个特殊的准双曲面齿轮压力角, 叫做“极限压力角”, 它在啮合表面里产生一条和节平面相切的线, 因可以说, 它就相当于其它类型齿轮的零度压力角。

图 1-5 和图 1-4 类似, 图中表示了大轮轮齿法线单位矢量 n_0 , 它相对于节平面倾斜成极限压力角 ϕ_0 。当大轮旋转一个小的角度 θ , 大轮上的 M 点就转移到 M' 处, 而

$$MM' = \Delta A = \theta g \times A \quad (1-20)$$

$$\Delta A_P = \Delta A \quad (1-21)$$

由于旋转了角度 θ , n_0 的改变值为

$$\Delta n = \theta g \times n_0 \quad (1-22)$$

如果 M' 仍是一个接触点, 则公式 $V \cdot n = 0$ 必然继续适用, 或

$$V \cdot \Delta n + \Delta V \cdot n_0 = 0 \quad (1-23)$$

将(1-12)式微分, 得到:

$$\Delta V = \omega_G g \times \Delta A + \omega_P p \times \Delta A_P \quad (1-24)$$

把(1-12)、(1-20)、(1-21)、(1-22)、(1-24)各式代入(1-23)式, 得到

$$(\omega_G g \times A + \omega_P p \times A_P) \cdot (\theta g \times n_0) + (\omega_G g + \omega_P p) \times (\theta g \times A) \cdot n_0 = 0$$

上式可简化为:

$$\mathbf{n}_0 \cdot [\mathbf{p} \times (\mathbf{g} \times \mathbf{A}) - \mathbf{g} \times (\mathbf{p} \times \mathbf{A}_P)] = 0 \quad (1-25)$$

这就足以确定极限压力角 ϕ_0 了。

相应的确定 ϕ_0 的代数式为:

$$-\operatorname{tg} \phi_0 = \frac{A_P \sin \psi_P - A \sin \psi}{A_P \operatorname{tg} \gamma + A \operatorname{tg} \Gamma} \quad (1-26)$$

这个 ϕ_0 值普遍用于准双曲面齿轮设计中,以决定大轮轮齿压力角的不平衡程度。

现在我们设极限压力角为 ϕ_0 的大轮齿面是一个回转面,其轴线垂直于节平面,如图 1-6 所示。单位矢量 $\mathbf{c}$ 沿着回转轴方向,而另一矢量 $(r_{no} \mathbf{n}_0)$ 则联结回转轴到中点 M 。如果我们将 M 点绕 $\mathbf{c}$ 回转到另一点 M'' ,而后者仍在齿面上和在节平面内。设回转角是 θ ,则

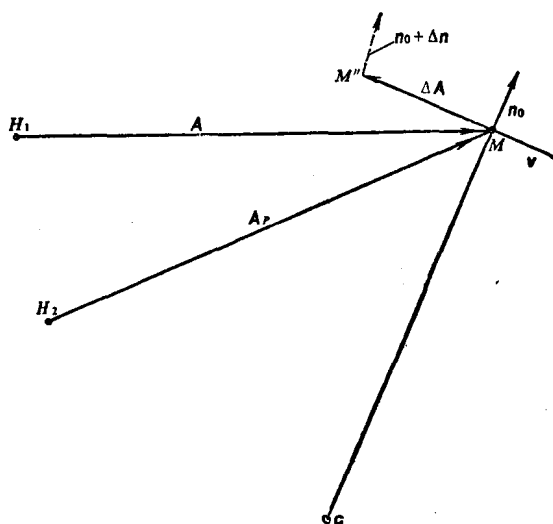


图 1-6

$$\Delta \mathbf{A} = \theta \mathbf{c} \times r_{no} \mathbf{n}_0 \quad (1-27)$$

$$\Delta \mathbf{n} = \theta \mathbf{c} \times \mathbf{n}_0 \quad (1-28)$$

如前所述

$$\Delta \mathbf{V} = (\omega_G \mathbf{g} + \omega_P \mathbf{p}) \times \Delta \mathbf{A} \quad (1-29)$$

及

$$\Delta \mathbf{V} \cdot \mathbf{n}_0 + \mathbf{V} \cdot \Delta \mathbf{n} = 0 \quad (1-30)$$

和前面一样地代入,得:

$$(\omega_G \mathbf{g} + \omega_P \mathbf{p}) \times (\theta r_{no} \mathbf{c} \times \mathbf{n}_0) \cdot \mathbf{n}_0 + \mathbf{V} \cdot \theta \mathbf{c} \times \mathbf{n}_0 = 0 \quad (1-31)$$

若令 $(\omega_G \mathbf{g} + \omega_P \mathbf{p}) = \boldsymbol{\omega}$ = 相对角速度,则上式可化成:

$$r_{no} = \frac{-V_s^2}{\mathbf{n}_0 \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V})} \quad (1-32)$$

因此,大轮轮齿有一个特殊的法曲率半径,当它与极限压力角一起采用时,就会产生一个切于节平面的啮合表面。由于 ϕ_0 实际上是两侧的平均压力角,所以对于一般压力角的实际轮齿,这样计算的曲率半径值是一个理想的选取值。

极限曲率半径的常用代数式是:

$$(r_{no} \cos \phi_0) = \frac{\operatorname{tg} \psi_P - \operatorname{tg} \psi}{\frac{1}{A_P \cos \psi_P} - \frac{1}{A \cos \psi} - \operatorname{tg} \phi_0 \left(\frac{\operatorname{tg} \psi_P}{A_P \operatorname{tg} \gamma} + \frac{\operatorname{tg} \psi}{A \operatorname{tg} \Gamma} \right)} \quad (1-33)$$

为了使极限曲率半径符合于制造准双曲面齿轮用的刀盘标准尺寸,可以改变原设的 ε 角数值,它是原先用来确定中点 M 位置的参数之一,这就象我们改变原设的 Z_P 值以达到合适的螺旋角一样。这种试算方法,听起来似乎很麻烦,实际上并不困难,用一架台式计算机在短时间内就可得到满意的结果。

对于一个特殊的齿面,当然可以计算出啮合表面上许多实际的点。为了论证极限压力角和极限曲率半径概念的真实性,我们对一个典型的汽车准双曲面齿轮传动计算了这些数值。我们选择的不平衡压力角值精确地等于极限压力角,而曲率半径精确地等于极限值。

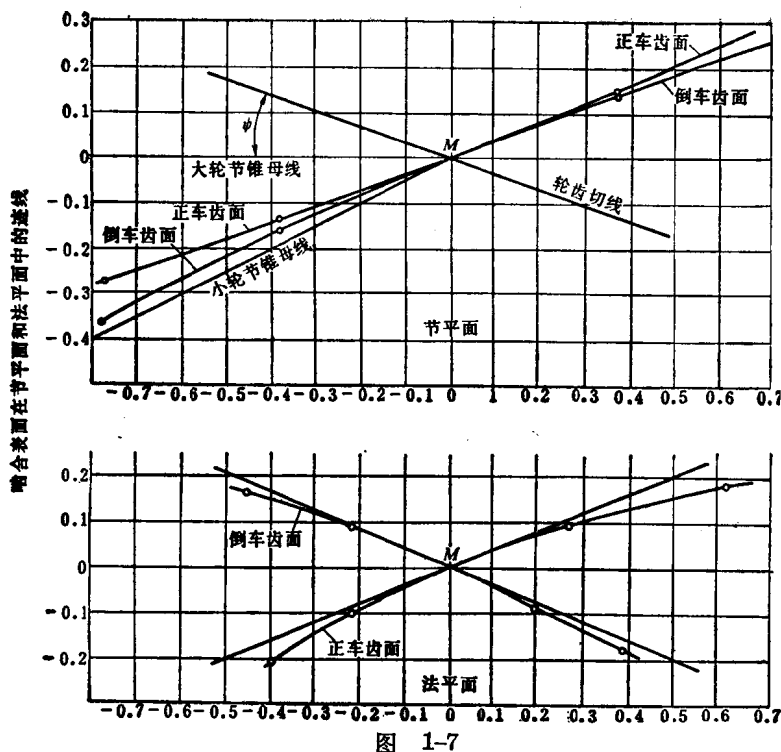


图 1-7

图 1-7 表示了啮合表面在节平面和法平面中的迹线。由图可见, 啮合表面仅是轻微地弯曲, 而节平面中的两条迹线相互靠得很近, 这就表示两啮合表面的交线的位置是很接近节平面的。在法平面中可以看出, 啮合线的方向是非常对称的。

这个结果证实了极限压力角和极限曲率半径能用来作为一般情况的基本设计参数。而在极端的偏置量、传动比或螺旋角的情况下, 当然要仔细研究实际的啮合表面。

(四) 失配齿轮 (Mismatched Gears)

实际齿轮的根本要求是它们在现实的工作条件下能很好地运转。由于制造的误差和承载时的偏移, 大、小轮很少是在它们的理论相对位置上运转的, 然而我们还是希望它们能平稳而宁静地传递所需的功率。

理论共轭的锥齿轮和准双曲面齿轮能够制造出来, 但它们是不现实的, 因为它们对于实际的齿轮箱固有的安装误差太敏感了。为了得到必要的可调性, 我们对大小轮中的一个或两者的轮齿作经过仔细选择的修正, 这通常叫做“失配”。通过适当选择最适合于某种特定用途的失配类型和大小, 得到的结果可以比理论共轭的轮齿所得到的结果好得多。

(五) 轮齿接触区

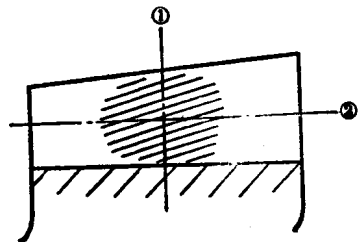


图 1-8

要判断一对齿轮的失配形式及大小, 通常是把它们的面涂以涂色剂, 如红铅粉等, 装在检验机上在轻载荷下运转, 齿面上得到的痕迹叫“轮齿接触区”。图 1-8 中的阴影面表示了轮齿的接触区。正确制成的轮齿, 当齿轮在它们的标准相对位置上运转时, 将表现出一个位于齿面中部的接触区。齿长方向的失配量很容易从接触区的长度看出来, 在轻载荷下, 接触区通常约占齿面宽度的一半。齿廓方向的失配不容易看出来, 这是因为齿高比较小; 然

而如果在齿顶处没有任何沉重的集中接触区,就证实齿廓存在着失配现象。

把小轮在检验机上移动一定距离,可以看到接触区得到的位移,这样就能判断这对齿轮在特定用途下运转是否合适。一对齿轮的试调过程,就是用各种不同组合的失配来滚切小轮,从而确定最合适的一个组合。

为了改变接触区的位置,过去常用的检验机调整法是改变运转的偏置量和改变小轮的轴向位置。前者通常叫做“垂直”位移,用符号 V 表示;后者叫做“水平”位移,用符号 H 表示。 $V-H$ 的组合变动,要求接触区从轮齿一端移到另一端而仍保持在齿廓的平均高度上,这就叫“ $V-H$ 检验”,它常用来表征某一特殊轮齿接触的全面性质。它常写成分数的形式,例如

$$\frac{V}{H} = \frac{21}{15}$$

表示在检验机上垂直调整 0.021 英寸和水平调整 0.015 英寸的组合变动值,能使接触区从轮齿一端移到另一端,而在齿廓方向仍保持在良好位置。但是,这些数值并不表示能够容许的单独的垂直或水平调整量。

轮齿接触区也用来检验有无“对角”接触,即接触区沿对角线方向横贯齿面的情况。某种程度的对角接触,有时会得到宁静的传动,或产生一个不同的 $\frac{V}{H}$ 比值。与齿长和齿廓方向的失配一样,改变滚切小轮时的调整值能方便地控制对角接触。

新型检验机上,采用轴间夹角的改变来代替垂直位移,以实现接触区从轮齿一端移到另一端。

靠倾听检验机上齿轮的声音和观察接触区的位置和形状及位移后的接触区移动方向 and 大小,也可将一对齿轮试调到适合于特定的要求。但由于下列原因,这种方法常不令人完全满意:

1. 花费较大而消耗时间多;
2. 个人的判断成为一个重要因素;
3. 对于进一步的研究提供的基础很少。

由于这些原因,我们发展了一种确定失配齿轮的接触和运动传递情况的定量分析法,它称为轮齿接触分析法(TOA 法,即 tooth contact analysis)。

(六) TCA 法简述

用 TOA 法能够对在任何特定位置上的锥齿轮或准双曲面齿轮的接触特性进行计算,此外,它还提供传递运动的图形。因此,在某种程度上,它代替了传统的在检验机上的试调法。

另一方面,它完全是理论性的,而且目前还不考虑轮齿在载荷下的弯曲和压缩或因热处理而变形这样一些重要的实际问题。由于这些原因,TOA 法应该看作为对于传统方法的一个补充而不是取代。然而它的重要优点是对于轮齿啮合这一课题的进一步研究提供了一个良好的理论基础。这一课题正在本文作者所在的公司中进行。

TOA 法所需要的数据是简单的,它们是加工大、小轮时的机床调整数据和齿轮副的规定运转位置(不必是标准运转位置)。

TCA 法的结果如下:

1. 绘制轮齿接触区的数据;
2. 绘制运动曲线的数据;

3. 计算的 $V-H$ 检验值。

TCA 法的计算结果与检验机上轻载荷下看到的结果是密切相关的。而且,对于机床操作者难以调整和观察的相当小的改变,也会产生一定的和可重复的效果。

(七) 轮齿接触的定性叙述

为了奠定轮齿接触研究的理论基础,首先必须说明当轮齿在兼有滚动和滑动作用下啮合时发生的实际情况。为此,我们先讨论共轭齿轮,然后说明失配的效果。

1. 完全配合的齿轮 我们来看一对实际的齿轮,它们以等速比绕固定轴线回转,并有相等的齿距和同样形状的轮齿。

我们可以取任一合理的齿面作为一个齿轮的齿面,而确定另一齿轮的共轭齿面,条件是:一、速比要保持一定;二、在齿面的具体边界内要有线接触。

当旋转运动进行时,接触线沿两齿轮的齿面前进,与此同时通常改变着方向和形状。有接触线存在的齿轮回转角取决于轮齿的边界,对于正确设计的齿轮,它大于一个角节距。这个回转角与角节距之比,就是大家知道的“重合度”。

图 1-9 表示了一个齿面和接触线的连续位置,实线表示转过间隔每一个角节距的两个位置。齿面范围内线的数目与一个节距内线的数目之比就是总重合度。

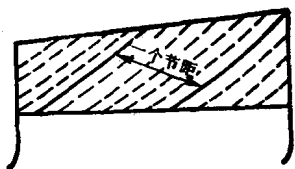


图 1-9

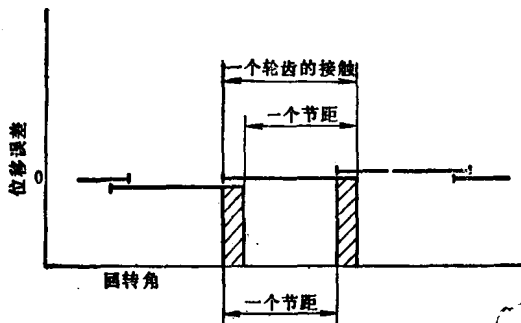


图 1-10

图 1-10 是共轭轮齿的一个运动图,纵坐标代表被动齿轮的位移误差,在图示的情况,位移误差为零;横坐标代表主动轮的回转角。由图可见,相邻轮齿的运动是有重叠的,而在阴影线所示的区间内有两对轮齿接触。由于速比是个定值,这种情况是能够出现的。

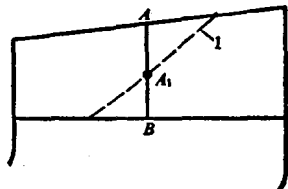


图 1-11

2. 简单失配 现在来看图 1-11 的齿面,它是将图 1-9 的齿面(它与其相配齿轮共轭)在 AB 线的两侧切去而得到的,切后的表面仍应为连续表面并与原表面沿 AB 线相切。

当这个表面与其相配齿轮啮合时,设在某个位置上,相配齿轮与共轭齿轮的接触线在 1 处,可是现在仅有 A_1 点能接触,因为接触线上的其他点已被铲去了。由于 A_1 是原表面上的一点,所以被动轮相对于主动轮的位置是正确的。因此:

1. 现在是点接触(不是线接触);
2. 仍保持着均匀的速比;
3. 接触点的轨迹是 AB 线。

图 1-10 也是简单失配的正确运动图。

3. 组合失配 大多数弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮是沿齿廓方向和齿长方向都要铲去的, 所以只有齿面中心一点是理论齿面上未作变动的点。组合失配使一对齿轮能够容许承载时的位移和装配误差。

和简单失配一样, 组合失配在任意瞬时, 理论上也是点接触, 接触点轨迹横贯齿面, 然而速比不能保持恒定不变, 而在每换一齿时有一个理论的瞬时速度变化。关于这一点, 分析起来是有趣的, 虽然它的实际作用会因承受载荷而大大地减弱。

揭示组合失配轮齿的接触情况, 这是 TCA 法的目的。

4. 组合失配的运动曲线 图 1-12 的上部是和图 1-10 同类的。我们画出了一对轮齿(就象没有其他轮齿似的)在整个接触期间被动轮的位移误差与主动轮的回转角的关系。

和预期的一样, 被动轮除了在某一瞬时外, 都是滞后于其正确位置的。

图 1-12 的下部是相应的速度曲线。被动轮的速度在开始时大于标准值, 而结束时则小于标准值。

图 1-12 中的曲线是齿廓方向有失配的轮齿的典型曲线。

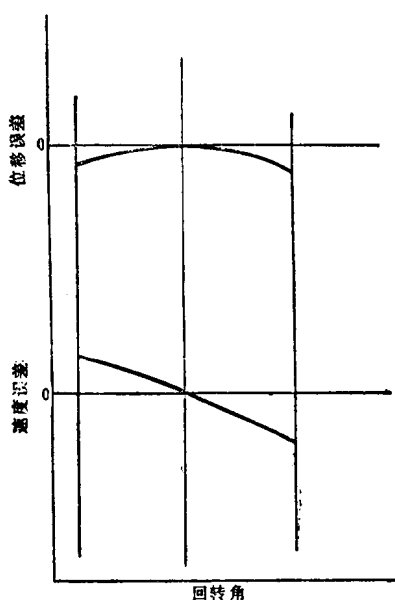


图 1-12

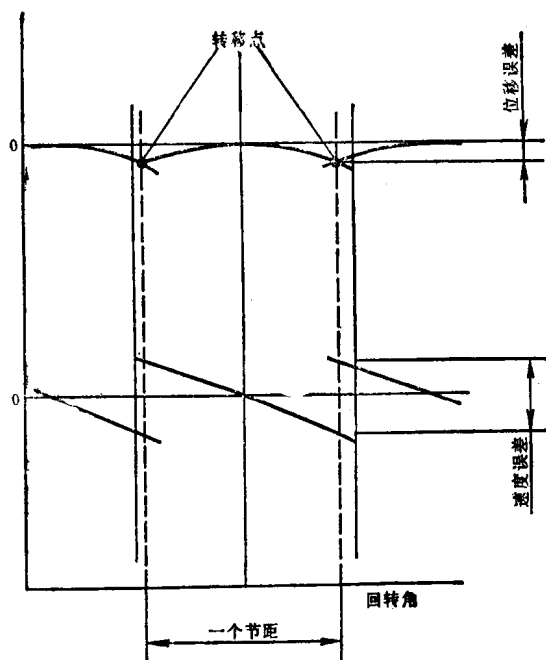


图 1-13

图 1-13 中表示了图 1-12 中的运动曲线在有连续齿啮合时的迭加情况。

相邻位移曲线的交点为“转移点”, 在这一点处, 一对轮齿的接触转移到下一对轮齿, 各转移点相隔一个角节距。

因此, 在转移点以外的位移曲线是没有用的, 但它们的长度却是轮齿上额外接触面大小的一个指标, 它提供了可调整性和适应错位。

转移点处的位移误差是被动轮每个齿啮合的振摆理论值。这个数值通常为万分之几英寸。

图 1-13 中的速度曲线不相交, 在转移点处, 被动轮的速度有一个骤然的跳跃, 这个速度就

是下一个主动齿冲击其相配齿的速度。因此,这个数值可衡量每个齿啮合时发生的冲击大小。

随着齿廓方向的失配增大,冲击和振摆的数值也增大,形成噪声和应力。所以,保持失配量为适合于调整需要的最小值是很重要的。

应再次强调,这些运动误差仅仅是用于分析和研究的理论概念,由于载荷及其造成的偏移所产生的平均作用,真正传递的运动实质上是均匀的。

(八) 组合失配的接触斑点和轮齿接触区

理论的点接触当然只是想象的概念,即使在轻微的载荷下,齿面也会受压变形而引起面接触。此外,齿面上所涂的涂色剂也足以表示理论接触点周围有面接触。

现已发现,齿轮在检验机上受到轻载荷时,接触表面间比大约 0.00025 英寸(四千分之一英寸)还要近的地方,就会显出斑点,因此我们可以计算某一接触点周围显出的斑点形状和大小。

这些接触斑点大致成椭圆形,其长轴大体上是在共轭齿轮的接触线方向,它的长度则取决于失配量的大小。这种斑点很容易观察到,只要采用适当的涂色剂,把一个齿轮固定不动,而把另一个齿轮对着固定齿轮摆动即可。

当一对齿轮在检验机上对滚时,接触斑点就沿齿面移动而形成全部斑点,这就是我们所知道的接触区。

图 1-14 表示了如何说明计算的接触区。 T_1 和 T_2 是相当于转移点的接触点, T_1 和 T_2 之间稍有弯曲的线为接触点轨迹。图 1-15 上表示了 T_1 和 T_2 以及它们之间的另一接触点的椭圆形接触斑点。

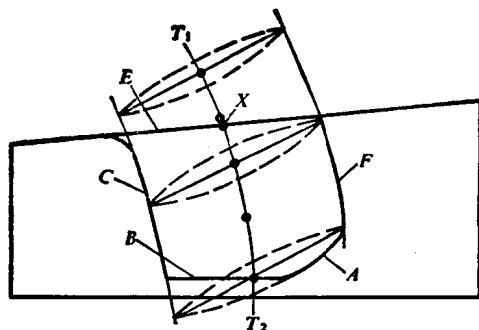


图 1-14

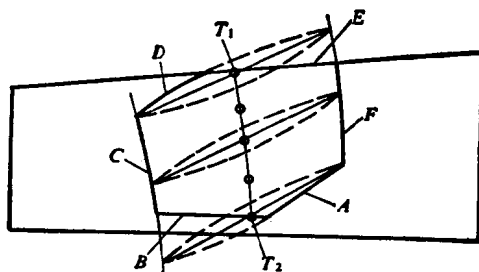


图 1-15

因此,理论的齿面接触区的边界是:

- A—— T_2 点接触椭圆的一部分;
- B——与相配齿在最深处的接触;
- C——接触椭圆一端的包络线;
- D—— T_1 点接触椭圆的一部分;
- E——齿顶;
- F——接触椭圆另一端的包络线。

图 1-14 所示的情况,从转移点到转移点之间的接触点轨迹全部在齿面上,所以看不到 B 和 B 处的斑点特别沉重。

在图 1-15 中,转移点 T_1 位于齿面边界之外,接触从 T_2 点向 X 点的移动情况与图 1-14

所示的相同。但是, 在 X 点外面, 运动必须由 X 点左边的齿边 E 来传递, 这就造成沉重的边界接触线, 并破坏了这块面上的接触。这是由于相对于齿廓方向具有的失配量来说, 小轮的轴向位移太大所引起的一种结果。

图 1-16 表示 TCA 法结果经常呈现的形式。这个分析是对相当于小端、中间和大端接触的三个分开的运转位置进行的, 这三个位置以三个 $\frac{V}{H}$ 值表示。各运转位置的位移曲线和理论接触区如图所示。

这张图表示运动传递实际上是完全均匀的, 因为作曲线用的比例很大。纵坐标比例尺上所示的 0.00002 弧度表示大轮的圆运动小于 0.00001 英寸。在所有情况下都有重叠, 但可调整性很小, 因为沿轴向作微小的调整就会改变曲线的斜度而形成齿顶接触。

齿面接触实际上是很好的; 接触点轨迹是直的而且垂直; 接触斑点的长度和倾斜度则固定不变。

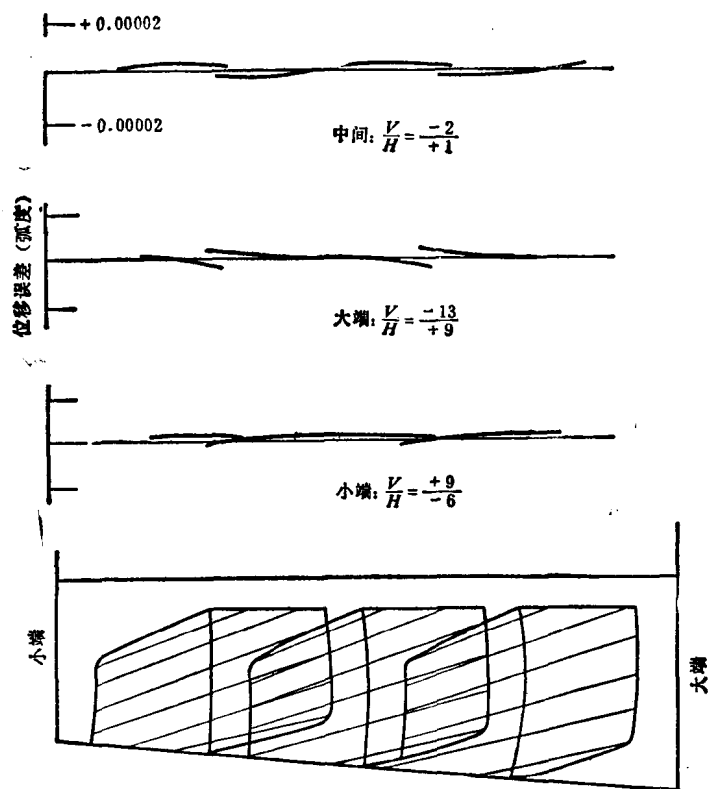


图 1-16

(九) TCA 法的数学基础

TCA 法的一个基本要求是: 给定的齿面可以用完全任意的办法切成; 这就是说, 我们要准备分析这样一对齿轮, 它们是以未知的程序或试切方法得到的机床调整制造出来的。同样, 还要能分析与图纸规定不同的相对运转位置上的运转情况。

这些要求意味着我们不能做匀速运动的假设 (这种假设使通常齿轮啮合的分析大为简化), 而迫使我们采取一种完全普遍的程序。说起这种程序来, 很明显, 如果没有高速电子计算机, 那么计算是冗长得无法进行的。

齿面上的一点通常可以用两个参数来确定。在用滚切法加工齿面的情况下, 这些参数可取为摇台角 q 和一个确定绕刀盘轴线的回转位置的角度 θ , 对于半滚切或螺旋成形法的轮齿, 方便的参数是由刀齿顶点到指定点的距离 s 和绕刀盘轴线的角度 α 。

如果假设一对数值 (q, θ) , 就可以从滚切条件确定我们所要知道的小轮轮齿上某个指定点的一切情况, 包括在这一点齿面法线的方向。同样, 选择了一对 (s, α) 值, 就确定了大轮轮齿上一个点及其法线。由于这些点是任意选择的, 我们不能保证齿轮副在指定的相对位置上运转时它们一定会接触。

但是, 我们可以设想这两个齿轮实际上移到这样的一个位置, 即两个选定的点和它们的法线是重合的。图 1-17 表示了这样设想的并放位置。进一步, 我们可以设想两齿轮保持在选定的点接触的情况下, 把一个齿轮绕齿面公法线转动, 直到轴间夹角等于 Σ 为止。

这样做了以后, 大小轮的齿坯就处在一个固定的相对位置上; 于是可以计算两轴的偏置量 E 和轴向位置 x_P, x_G 。这些计算值当然不是规定的运转位置, 所以现在继续改变三个参数 θ, α, s 的假设值, 直到 E, x_P 和 x_G 值正确为止, 这样就得到一个接触点。在这个接触点, 可以求出这样一些细节, 如大、小轮的角度位置、瞬时速比及轮齿接触表面的曲率等, 这些是要求的 TCA 法结果的一部分。

现在, 用不同的 q 值重复上述方法, 可以得到一系列接触点, 由这些接触点构成接触点轨迹。

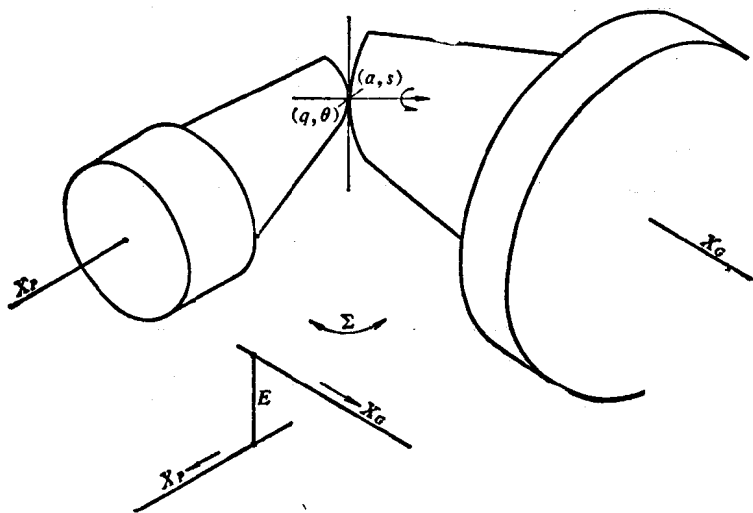


图 1-17

图 1-18 用来说明上述的工作程序。可以看出, 我们需要一种迭代法来改变三个参数, 直到三个计算误差或余数相对于规定的极限来说到零为止。下一节就叙述这样一种程序。

(十) 多次迭代法

当相关的函数简短得易于作微分运算时, 进行多次内插法并不特别困难。但是在许多工程问题中却并不是这样。我们需要这样的方法, 它不要求对有关函数作任何分析, 而只要有快速计算它们的能力。

比如说, 如果我们给出三个参数 a, b, c 的值, 就可以算出取决于 a, b, c 的三个量 x, y, z , 但是不能从给定的 x, y, z 值计算 a, b, c 。然而我们必须找出怎样选取 a, b, c 的值, 以使 $x =$

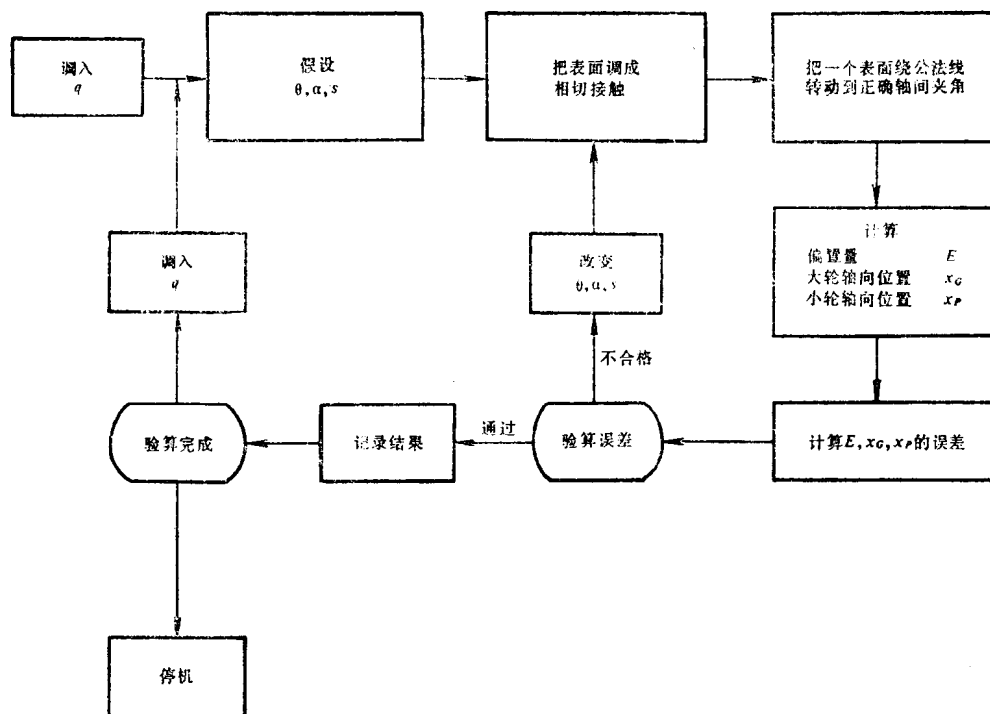


图 1-18

$z=0$, 而且作为一个实际事实, 我们知道这个解是存在的。

如果我们把 a 作一个很小的变化并确定它对 x 、 y 、 z 的影响, 可以得到下面三个偏导数的渐近值:

$$\frac{\partial x}{\partial a}, \frac{\partial y}{\partial a}, \frac{\partial z}{\partial a}$$

同样使 b 和 c 都有一个小的增量, 就可以完成由 9 个偏导数或比率组成的矩阵, 由此只要解三个联立线性方程式, 就可以计算 a 、 b 、 c 的新值。重复使用这个程序将产生收敛, 只要满足下列条件:

1. 有唯一的解;
2. 参数的初始值合理;
3. 保持了计算时, 特别是解线性方程式时的高精度。

图 1-19 是处理这种反复计算程序方法之一的计算流程图, 它没有包括所有需要的细目, 而只有足以说明这个方案的项目。

我们从 a 、 b 、 c 的初始值及规定的微小增量 Δa 、 Δb 、 Δc 开始, 以得到第一次计算过程的比率。开关 1 也调整到适应于第一次计算过程。

计算框计算 x 、 y 、 z , 而验算框则确定误差是否足够小。如果“是”的话就不进行反复计算程序。通常验算是不会合格的, 于是控制并且传到开关 1。

开关 1 的通道 (1) 将自身调入通道 (2), 进而调整开关 2, 增加 a , 储入最后的解并转回重新计算。在随后的计算过程中, 根据 a 、 b 或 c 的每一次变化, 计算出新的一组比率。

当三组比率确定之后, 计算出新的 Δa 、 Δb 、 Δc 值, 它们就是解的第一次近似值。如果我们有理由相信这些函数是线性的, 那最理想的是把所有这些变量一次代入。但是通常更为实际