

机械  
工程  
测试  
技术  
基础

高等学校试用教材

# 机械工程测试技术基础

清华大学 严普强 主编  
华中工学院 黄长芝

GAO DENG XUE  
XIAO JIAO CAI

机械工业出版社

高等学校试用教材

# 机械工程测试技术基础

清华大学 严普强 主编  
华中工学院 黄长艺



机械工业出版社

**机械工程测试技术基础**

清华大学 严普强 主编  
华中工学院 黄长艺

\*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

\*

开本  $787 \times 1092^{1/16}$  · 印张  $14^{3/4}$  · 字数 354 千字

1985年12月北京第一版·1985年12月北京第一次印刷

印数 00,001—10,000 · 定价 3.10 元

\*

统一书号: 15033 · 6138

## 前 言

本书系根据1983年4月机械制造（冷加工）类专业教材编审委员会的测试技术教材编审小组筹建组扩大会议所审订的《机械工程测试技术基础》课程大纲而编写的试用教材，适用于高等学校各种机械设计和机械制造类专业，也可作为从事机械工程测试技术的工程技术人员自学、进修用的参考书。

《机械工程测试技术基础》是一门技术基础课。本书前七章着重介绍从事测试工作，特别是动态测试工作，所必需的基础知识。这部分内容包括：测试信号的描述、分析和处理，测试装置的静、动态特性的评价方法，常用的传感器、中间转换电路及记录仪器的工作原理以其特性。

为了加深对上述基础知识的理解，本书第八～十一章介绍了几种典型参数的测试方法。这部分内容可以看作是上述基础知识的应用举例，不同的专业可以根据其教学要求从中选择一章进行讲授。

书中标以“\*”的章节可视为参考、补充的内容。

本书由华中工学院等11个院校的有关教师协力编写。参加编写的有齐永顺、翁善惠、洪迈生、卢文祥、吴正毅、蔡鹤皋、陆乃炎、梁德沛、施雄茂、戚昌滋、熊诗波等同志，由清华大学严普强和华中工学院黄长艺主编。

本书由唐统一教授和程高楣教授主审。参加审稿的还有邬惠乐、邓延光、艾茂生、冯国华、郭之璜、张松涛、杨仁逊、傅庭和、杜永祚、孙鲁杨等同志。

本书在编写过程中参考了一些兄弟院校的讲义和资料，并得到许多同志的关心、帮助和指正，谨表谢意。本书在正式出版前，为了满足部分院校的使用要求，也为了更广泛地征求意见，曾由“全国高校机械工程测试技术研究会”组织印刷“试用本”。但由于时间紧迫，未能广泛汇集试用意见进行修改。恳切希望教师、学生和读者对本书的内容编排、材料取舍以及书中的错误、欠妥之处提出批评、指正和修改意见。

严普强 黄长艺

1984.11

# 目 录

第一章 绪论 .....	1	二、一阶和二阶系统对几种典型输入的 响应 .....	36
§ 1-1 测试技术在机械工程中的作用 .....	1	三、在任意输入作用下测试装置的响应 .....	38
§ 1-2 测试工作的任务 .....	2	§ 3-5 实现不失真测试的条件 .....	39
§ 1-3 测试工作的含义和范围 .....	3	§ 3-6 测试装置动态特性的测试 .....	40
§ 1-4 测试技术的发展状况 .....	3	一、用频率响应法求测试装置的动态特性 .....	41
§ 1-5 课程的研究对象和性质 .....	4	二、用阶跃响应法求测试装置的动态特性 .....	41
第二章 信号及其描述 .....	5	习题 .....	43
§ 2-1 周期信号与离散频谱 .....	6	第四章 常用的传感器 .....	44
一、傅里叶级数的三角函数展开式 .....	6	§ 4-1 传感器的分类 .....	44
二、傅里叶级数的复指数函数展开式 .....	8	* § 4-2 机械式传感器 .....	47
三、周期信号的强度表述 .....	10	§ 4-3 电阻式传感器 .....	48
§ 2-2 非周期信号与连续频谱 .....	11	一、变阻器式传感器 .....	48
一、傅里叶变换 .....	11	二、电阻应变式传感器 .....	50
二、傅里叶变换的主要性质 .....	13	§ 4-4 电感式传感器 .....	53
三、几种典型信号的频谱 .....	16	一、自感型 .....	54
§ 2-3 随机信号 .....	20	二、互感型——差动变压器式电感传感器 .....	57
一、概述 .....	20	§ 4-5 电容式传感器 .....	58
二、随机信号的主要特征参数 .....	21	一、变换原理 .....	58
习题 .....	23	二、测量电路及应用举例 .....	60
第三章 测试装置的基本特性 .....	25	§ 4-6 压电式传感器 .....	62
§ 3-1 概述 .....	25	一、压电效应 .....	62
一、对测试装置的基本要求 .....	25	二、压电式传感器及其等效电路 .....	63
二、线性系统及其主要性质 .....	26	三、测量电路 .....	65
§ 3-2 测试装置的静态特性 .....	27	§ 4-7 磁电式传感器 .....	66
一、灵敏度 .....	27	一、动圈式 .....	66
二、非线性度 .....	28	二、磁阻式 .....	67
三、回程误差 .....	28	* § 4-8 半导体敏感元件 .....	68
§ 3-3 测试装置的动态特性 .....	29	一、磁电转换元件 .....	68
一、传递函数 .....	29	二、光电转换元件 .....	70
二、环节的串联和并联 .....	30	三、热敏电阻、气敏电阻 .....	72
三、频率响应函数 .....	31	* § 4-9 其它类型检测技术 .....	73
四、常见的测试装置的传递函数及其频率 响应特性 .....	32	一、核辐射检测 .....	73
§ 3-4 测试装置在典型输入下的动态 响应 .....	35	二、红外辐射检测 .....	73
一、单位脉冲输入和测试装置的脉冲响应 函数 .....	35	三、超声波检测 .....	73
		四、声发射检测 .....	74
		五、光导纤维传感器 .....	74

§ 4-10 传感器的选用原则 .....	74	二、自相关函数 .....	121
一、灵敏度 .....	74	三、互相关函数 .....	123
二、响应特性 .....	75	四、自相关、互相关函数的测量与估计 .....	126
三、线性范围 .....	75	§ 7-2 功率谱分析及其应用 .....	127
四、稳定性 .....	75	一、自功率谱密度函数 .....	127
五、精确度 .....	75	二、互谱密度函数 .....	130
六、测量方式 .....	76	* § 7-3 数字信号处理 .....	132
七、其它 .....	76	一、数字信号处理的基本步骤 .....	133
习题 .....	76	二、量化和量化误差 .....	133
<b>第五章 中间转换器 .....</b>	<b>78</b>	三、采样、混叠和采样定理 .....	134
§ 5-1 电桥 .....	78	四、截断、泄漏和窗函数 .....	136
一、直流电桥 .....	78	五、离散傅里叶变换及其快速算法 .....	137
二、交流电桥 .....	80	六、离散的谱密度估算 .....	138
三、带感应耦合臂的电桥 .....	82	七、应用举例 .....	141
§ 5-2 调制与解调 .....	82	习题 .....	141
一、调幅与其解调 .....	83	<b>第八章 振动的测试 .....</b>	<b>144</b>
二、调频与其解调 .....	86	§ 8-1 概述 .....	144
§ 5-3 滤波器 .....	88	一、旋转机械的动平衡 .....	144
一、滤波器分类 .....	88	二、机床频率响应测试 .....	145
二、理想滤波器 .....	89	§ 8-2 单自由度系统的受迫振动 .....	147
三、实际 RC 调谐式滤波器 .....	92	一、由作用在质量上的力所引起的受迫	
四、恒带宽滤波器 .....	99	振动 .....	147
* § 5-4 模拟、数字转换器 .....	101	二、由基础运动所引起的受迫振动 .....	148
一、概述 .....	101	§ 8-3 振动的激励 .....	149
二、模一数数和数一模转换器的基本技术		一、稳态正弦激振 .....	149
指标 .....	101	二、随机激振 .....	150
三、数一模转换器 (D/A 转换器) .....	103	三、瞬态激振 .....	150
四、模一数转换器 (A/D 转换器) .....	104	§ 8-4 激振器 .....	151
习题 .....	108	一、电动式激振器 .....	152
<b>第六章 记录仪器 .....</b>	<b>110</b>	二、电磁式激振器 .....	152
§ 6-1 概述 .....	110	三、电液式激振器 .....	154
§ 6-2 显式记录仪器 .....	110	§ 8-5 振动的测量方法及测振传感器 .....	154
一、电位计式记录仪 .....	110	一、磁电式速度计 .....	155
二、检流计式记录仪 .....	110	二、压电式加速度计 .....	156
三、显式记录仪的改进和发展 .....	115	三、伺服式加速度计 .....	158
§ 6-3 磁带记录器 .....	116	四、阻抗头 .....	159
一、工作原理 .....	116	五、测振仪器的合理选择 .....	159
二、记录方式 .....	118	§ 8-6 振动的分析方法与仪器 .....	160
三、走带速度 .....	119	一、基于带通滤波的频谱分析仪 .....	161
习题 .....	119	二、用相关滤波的振动分析仪 .....	161
<b>第七章 信号分析 .....</b>	<b>120</b>	三、跟踪滤波 .....	162
§ 7-1 相关分析及其应用 .....	120	四、数字信号处理方法 .....	164
一、相关 .....	120	§ 8-7 机械系统振动参数的估计 .....	164

一、自由振动法 .....	165	六、定度和数据处理 .....	192
二、共振法 .....	165	§ 10-2 常用的测力传感器的结构 .....	193
第九章 位移的测量 .....	168	一、弹性式 .....	193
§ 9-1 常用的位移传感器 .....	168	二、电阻应变式 .....	193
一、电阻式位移传感器 .....	169	三、差动变压器式 .....	193
二、电阻应变式位移传感器 .....	170	四、电容式 .....	194
三、电感式位移传感器 .....	170	§ 10-3 多向动态力的测量示例——切削力	
四、电容式位移传感器 .....	172	的测定 .....	194
五、旋转变压器式角位移传感器 .....	173	一、几种典型的测力仪 .....	194
六、微动同步器式角位移传感器 .....	174	二、切削测力仪设计和使用特点 .....	197
七、光栅式数字位移传感器 .....	175	第十一章 流体参量的测量 .....	202
§ 9-2 位移测量应用实例 .....	179	§ 11-1 压力的测量 .....	202
一、回转轴误差运动的测量 .....	179	一、弹性式压力敏感元件 .....	202
二、运动部件移动不均匀性的测量 .....	183	二、常用压力传感器 .....	205
三、物位的测量 .....	184	三、压力变送器 .....	209
第十章 应变和力的测量 .....	186	四、压力测量系统的动态特性 .....	211
§ 10-1 应变、应力的测量 .....	186	五、压力测量装置的定度 .....	213
一、应变仪中所用电桥的特性 .....	186	§ 11-2 流量的测量 .....	217
二、应变片的布置和接桥方法 .....	187	一、常用的流量计 .....	217
三、在平面应力状态下测定主应力 .....	187	二、流量计的定度 .....	225
四、提高应变测量精确度的措施 .....	190	参考文献 .....	227
五、测点的选择 .....	191		

# 第一章 绪 论

## § 1-1 测试技术在机械工程中的作用

测试技术包含量测和试验两方面。凡需要考察事物的状态、变化和特征等等，并要对它进行定量的描述时，都离不开测试工作。

人类对客观世界的认识和改造活动总是以测试工作作为基础的。人类早期在从事生产活动时，就已经对长度（距离）、面积、时间和重量进行量测，其最初的计量单位或是和自身生理特点相联系（如长度），或是与自然环境相联系（如时间）。秦始皇在建立统一的中央政权以后，立即建立统一的度量衡制度，说明恰当的测试工作对发展生产和社会交往的重要性。在测试技术发展史中，应该着重提一下伽利略的功绩。伽利略不满足古代思想家对宇宙进行哲理性的定性描述，他主张根据观测和实验，对自然界的现象和运动规律进行定量的描述。他开创了实验科学，从而开创了近代意义的自然科学。

工程技术中的研究对象往往十分复杂。有些问题至今还难以进行完善的理论分析和计算，必须依靠实验研究来解决实际问题。通过测试工作积累原始数据，是工程设计和研究中很艰巨的、也是很重要的一项工作。

机械工业负有装备国民经济各部门的任务。机械工业的技术改造在一定程度上需要先走一步。经过三十多年的努力，我国机械工业已有相当的基础，基本上建立了门类比较齐全的体系。

现在我国的机械工业既能解决原子能和空间技术中的复杂问题，也能为纺织、轻工和消费品的生产提供全套技术装备；既能生产三万吨模锻水压机，也能制造大规模集成电路的精密工艺设备。但是，在另一方面，我国机械工业还存在品种不够齐全、产品技术水平不够高、质量和成套能力亟待提高等问题。所以我国的机械工业既需要进行调整和改造，也需要振兴和发展。根据我国机械工业已有的基础、条件和状况，当前我国机械工业的发展主要是走“内涵”的道路，而不是走“外延”的道路。机械工业应主要靠改进生产技术、改革设备状况、加强和改善经济管理、提高劳动生产率来实现扩大再生产，而不是靠建设大量新厂。简单地说，机械工业需要通过更新产品、革新生产技术和改善经营管理来提高社会和企业内部的经济效益。机械工业必须在吸收外国先进技术的同时，加强研究、设计和技术开发，必须结合我国国情和建设的需要采用新技术，必须适应新的技术革命浪潮的形势。

面对上述的形势和任务，测试技术就愈加显得重要了。测试工作不仅能为产品的质量和性能提供客观的评价，为生产技术的合理改进提供基础数据，而且是进行一切探索性的、开发性的、创造性的和原始的科学发现或技术发明的手段。可以设想，如果没有我国自己的材料试验数据，就不能充分合理和有效地进行强度计算；没有有效的参数监护测试仪器，就不能使设备高效率地安全运行；没有工艺流程数据的测试和采集，就无法实现任何自动化。所以测试技术是机械工业发展的一个重要基础技术。



## § 1-2 测试工作的任务

测试工作是为了获取有关研究对象的状态、运动和特征等方面的信息。对于象机械系统这一类物理系统，信息是其客观存在或运动状态的特征。信号则是信息的载体。某些信息是可以直接检测的，而另外一些信息却不容易直接检测。例如弹簧在外力作用下产生变形，其变形量是可以直接检测的；根据外力和变形，弹簧刚度也是容易计算的。但是对于一个回转圆盘的不平衡量的大小及其分布的信息却不易直接检测。然而，这种不平衡状态在回转时将使支承受附加动态力，用传感器检测支承的动载荷或振动信号，对它进行加工、处理就可以获得圆盘不平衡量的大小和角度位置的信息。又例如机械系统的动态特性(如机床动态特性)只有通过对外界激励和系统响应的测试才能求得。

被研究对象的信息量总是非常丰富的。测试工作又总是根据一定的目的和要求，限于获取有限的、观察者感兴趣的某些特定的信息。例如研究一个简单的单自由度的质量—弹簧系统的微小自由振动，我们有兴趣于该系统的固有频率和阻尼比。我们可以通过施加一定的激励而观察质量块的运动。这时我们不去研究弹簧的微观表现。而当我们要研究弹簧的疲劳问题时，有关材料的性质和缺陷(如微裂纹)的信息就是非常重要的了。测试工作总是要用最简捷的方法获得和研究任务相联系的、最有用的、表征特性的有关信息，而不是企图获取该事物的全部信息。

信号是信息的载体。信息总是通过某些物理量的形式表现出来，这些物理量就是信号。例如上述振动系统可以通过质量块的位移—时间关系来描述。质量块位移的时间历程(信号)就包含了该系统固有频率和阻尼比的信息。从信号的获取、变换、加工、传输、显示和控制等方面来看，以电量形式表示的电信号最为方便。所以本书中所指的信号，一般是指随时间变化的电量——电信号。

信号中虽然携带着信息，但是信号中既含有我们所需要的信息，也常常含有大量不感兴趣的其他信息，后者统称为干扰。相应地对信号也有“有用”信号和“干扰”信号的提法，但这是相对的。在一种场合中，我们认为干扰的信号，在另一种场合中却可能是有用的。例如齿轮噪声对工作环境是一种“污染”。但是齿轮噪声是齿轮副传动缺陷的一种表现，因此可以用来评价齿轮副的运行并用作故障诊断。测试工作者的一个任务就是要从复杂的信号中提取有用的信息。

为了保存、传输、读取或反馈有用信息，我们常常把信号作必要的变换。以语言为例，语言本身是人们表达思想的一种载体，用声波形式和约定的方式(各民族有自己的语言)来表达。为了便于保存和传输、人们把声波信号变换为电信号。为了传输和抗干扰，还将电信号变换为高频电磁波。在接收时，先要恢复原来的电信号，然后再把这电信号激励一个发声系统，才能获得相应的声波。这类复杂的变换无非是达到一个目的，即把信息从信源点尽可能真实地传输到另一个接收点。整个过程要求既不失真，也不受干扰。严格地说，是要在外界严重干扰的情况下，能够提取和辨识出信号中所包含的有用信息。

## § 1-3 测试工作的含义和范围

上面说到人类早就进行测试工作了，但是迄今也很难给测试规定一个明确的定义和工作范围。测试是为了获取有用信息，信息是以信号的形式表现出来的。从一个研究对象上如何估计它的模型结构，如何设计试验方法以最大限度地突出所需的信息，并以比较明显的信号形式表现出来无疑也是测试工作的一部分。在上述单自由度系统测试中，激振方案（脉冲、张弛还是正弦激振）的选择就属于此。其次应该根据对该系统的了解，合理地布置一些观察点，譬如在弹簧的终端——质块上观察其运动，这也是属于测量方案的重要环节。再次，要把质量块的机械运动通过传感器以电信号的形式进行检测，即实行信号的变换和检测。所得的电信号还要进行再次的变换、传输、加工，才能进行记录或观察，这就是信号的中间变换和记录。对所得的数据进一步进行处理以剔除干扰，并清醒地估计量测数据的可靠程度，这属于数据处理和误差分析。最后，经过系统辨识和参数估计才能最终提取研究对象中所需的信息。

所以，测试工作是一个非常复杂的工作，需要多种学科知识的综合运用。当然根据系统的简繁和要求的不同，并不是每项测试工作都要经历上述的每个步骤。很多工作是可以大大简化的。例如用天平和砝码就可以称重，用一根尺子就可以量布。但是在某些工作中，例如研究大型汽轮发电机组的振动或研究机床的动态特性和合理结构，所进行的测试确定是相当复杂的。

从广义的角度来讲，测试工作涉及试验设计、模型理论、传感器、信号加工与处理（传输、加工和分析、处理）、误差理论、控制工程、系统辨识和参数估计等内容。从而测试工作者应当具备这些方面的知识。从狭义来讲，测试工作则是指在选定激励方式下，信号的检测、变换、处理乃至显示、记录或以电量输出数据的工作。与之相对应的测试系统各个环节如图 1-1 所示。本书限于从狭义的范围来论述测试技术中的一些基础知识。

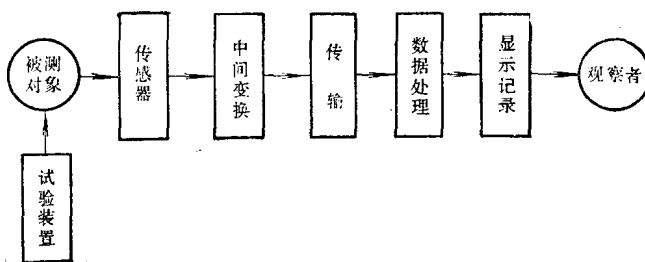


图1-1 测试系统框图

如果所测试的信号不随时间变化，或相对观察时间而言其变化非常缓慢而可以忽略其变化者，则称这种测试是静态的。如果所测试的信号变化较快，这种测试则属于动态测试。在动态测试中，由于测试工具（传感器、放大器等）本身也具有特定的动态特性，而所研究的信号总是测试工具的动态特性和研究对象动态特性的综合反映，所以问题比较复杂。本书的重点放在动态测试方面。

## § 1-4 测试技术的发展状况

测试技术是一种随着现代技术的发展而迅猛发展的技术。现代科学和技术的发展离不开测试技术，不断提出新的要求，刺激着测试技术向前发展。另一方面各种学科领域的产

(新的物理和化学原理、新材料、微电子学和计算机技术等)也常常首先反映在测试方法和仪器设备的改进中。测试技术总是从其它关联的学科吸取营养而得以发展。

传感器是信号检测的器具。精确度高、灵敏阈值低而测量范围大的小型传感器的发展,使测试工作获得有效的器具。新的材料,特别是新型半导体材料方面的成就,已经促使发展了很多对力、热、光、磁等物理量或气体化学成分敏感的器件。光导纤维不仅可用来作信号传输,而且可作为物性型的传感器。一个引人注目的发展是由于微电子学的发展使得有可能把某些电路乃至微处理器和传感测量部分做成一体,而使传感器具有放大、校正、判断和一定的信号处理功能,组成所谓的“智能传感器”。

计算机技术的发展也使测试技术产生革命性的变化。依靠专用硬件和软件使信号分析可以做到“实时”的地步。数字信号分析的方法和理论日益发展,其手段也日趋完备,从而使它已成为测试技术中重要的一个方面。此外,很多测试系统还利用微型(小型)计算机做后续处理工作,把各种测试数据(信号)输入,最终直接显示出所需要的结果。整个测试工作也可以在计算机控制下,自动按照一定的试验步骤进行,直接给出结果,这也就组成了自动测试系统。

测试工作也是自动化系统中的一个最重要的环节。利用测试所得的信息,自动调整整个过程的运行,使系统在“最佳”的状态下运行。所以有“以信息流控制物质流和能量流”的说法。

## § 1-5 课程的研究对象和性质

综上所述,本课程所研究的对象是机械工程动态测试中常用的传感器,中间变换电路及记录仪器的工作原理,测量装置静、动态特性的评价方法,测试信号的分析 and 处理,以及几个常见物理量的动态测试方法。

对高等学校机械工程各有关专业来说,《机械工程测试技术基础》是一门技术基础课。通过本课程的学习,培养学生能较正确地选用测试装置并初步掌握进行动态测试所需要的基本知识和技能,为学生进一步学习、研究和处理机械工程技术问题打下基础。

从进行动态测试工作所必备的基本条件出发,学生在学完本课程后应具有下列几方面的知识:

1. 掌握信号的时域和频域的描述方法,建立明确的信号的频谱概念;掌握频谱分析和相关分析的基本原理和方法。了解功率谱分析原理及其应用,了解数字信号分析的基本概念。
2. 掌握测试装置静、动态特性的评价方法和不失真测试条件,并能正确地运用于测试装置的分析 and 选择。掌握一、二阶系统动态特性和测定方法。
3. 了解常用传感器、中间变换电路和记录仪器的工作原理和性能,并能较正确地选用。
4. 对动态测试工作的基本问题有一个完整的概念,并能初步运用于机械工程中某些参数的测试。

本课程具有很强的实践性。只有在学习过程中密切联系实际,加强实验,注意物理概念,才能真正掌握有关知识。学生必须参加必要的实验,才能受到应有的实验能力的训练,才能获得关于动态测试工作的完整概念,也只有这样,才能初步具有处理实际测试工作的能力。

## 第二章 信号及其描述

在生产实践和科学实验中，需要观测大量的物理现象和参数的变化。往往通过测量装置或仪器，把这些变化的物理量变换成容易测量、记录和分析的电信号。一个信号包含着反映被测物理系统的状态或特性的某些有用的信息，它是我们认识客观事物的内在规律、研究事物之间的相互关系、预测未来发展的依据。

信号可以分为确定性信号和非确定性信号两大类。确定性信号是指可以用数学关系式或图表来明确描述其关系的信号。例如，集中参数的单自由度振动系统（图 2-1）作无阻尼自由振动时，其位移  $x(t)$  就是确定性的，它可以用下式来确定质量的瞬时精确位置。

$$x(t) = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi_0\right) \quad (2-1)$$

式中  $x_0$ 、 $\varphi_0$ ——取决于初始条件的常数；

$m$ ——质量；

$k$ ——弹簧常数；

$t$ ——时间。

另有一类信号具有随机特点，每次观测的结果都不相同，无法用数学式或图表描述其关系，更不能准确预测，只能用概率统计方法由过去估计未来。它们称为非确定性信号或随机信号。

确定性信号又可分为周期信号和非周期信号。随机信号又可分为平稳的和非平稳的两种。

各种信号在数学上可以表示为一个或几个独立变量的函数。信号的数学表示式中的独立变量可以是连续的，也可以是离散的。用连续变量的函数表示的信号称为连续（模拟）信号（图 2-2 a）。在离散信号中，独立变量仅取离散值，或以离散图形表示，或以表格记录的数据形式表示，或以数字序列表示（图 2-2 b）。

我们直接观测或记录的信号一般是随时间变化的物理量，即以时间作为独立变量，称为信号的时域描述。信号的时域描述只能反映信号的幅值随时间变化的特征，而不能明确揭示

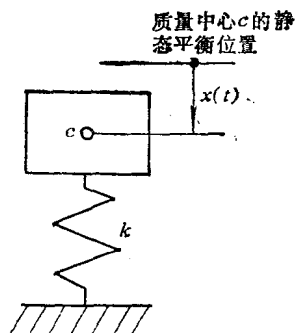


图 2-1 单自由度振动系统

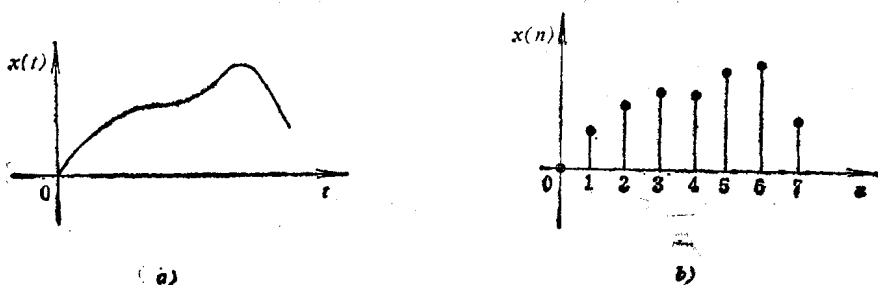


图 2-2 连续信号与离散信号

a) 连续信号 b) 离散信号

信号的频率组成成分。为了研究信号的频率结构和各频率成分的幅值大小，应对信号进行频谱分析，把时域信号通过分析变成频域信号，即对信号作频域描述。简单地说，时域描述是指描述信号的坐标图中横坐标为时间  $t$ ，频域描述的横坐标则为频率  $f$ （或圆频率  $\omega$ ）。例如，周期方波可以看成是由一系列频率不等的正弦波迭加而成，图 2-3 a, b 表示了这一信号的时域和频域两种描述，以及其两者之间的联系。

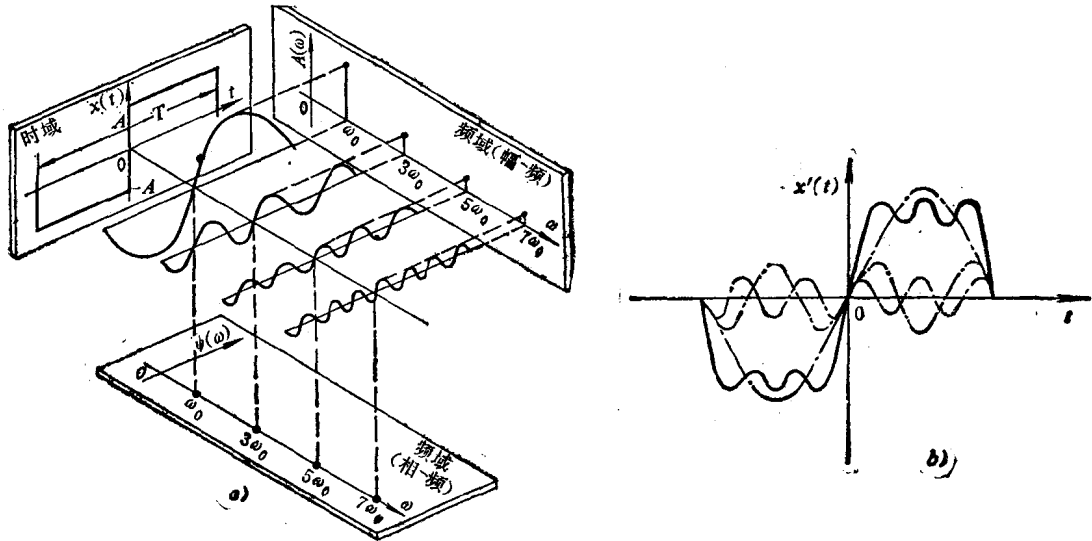


图2-3 周期方波的描述

a) 时域、频域描述 b) 1, 3, 5次谐波迭加图形

## § 2-1 周期信号与离散频谱

周期信号是按一定的时间间隔  $T$ （周期）不断重复的信号，它满足于下列关系式：

$$x(t) = x(t + nT) \quad (2-2)$$

### 一、傅里叶级数的三角函数展开式

在有限区间上，任何周期函数（信号） $x(t)$  凡满足狄里赫利条件者都可以展开成傅里叶级数。傅里叶级数的三角函数展开式如下：

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (2-3)$$

式中常值分量

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt$$

余弦分量的幅值

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (2-4)$$

正弦分量的幅值

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt$$

$T$ ——周期;

$\omega_0$ ——圆频率,  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ ;

$n = 1, 2, 3, \dots$ 。

将式 (2-3) 中同频项合并, 可以改写成

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (2-5)$$

式中  $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{a_n}{b_n}$$

从式 (2-5) 可见, 周期信号是由一个或几个、乃至无穷多个不同频率的谐波迭加而成。以圆频率为横坐标, 幅值  $A_n$  或相角  $\varphi_n$  为纵坐标所作的图称为频谱图 (见图 2-3),  $A_n - \omega$  图叫幅频谱,  $\varphi_n - \omega$  图叫相频谱。由于  $n$  是整数序列, 相邻频率的间隔  $\Delta\omega = \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ , 即各频率成分都是  $\omega_0$  的整数倍, 因而谱线是离散的。我们把  $\omega_0$  称为基频, 把几次倍频成分  $A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$  称为几次谐波。

每一根谱线对应其中一种谐波。频谱就是构成信号  $x(t)$  的各频率分量的集合, 它完整地表示信号的频率结构。

**例1** 求图 2-4 中周期性三角波的傅里叶级数。

解 在  $x(t)$  的一个周期中可表示为

$$x(t) = \begin{cases} A + \frac{2A}{T}t & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \\ A - \frac{2A}{T}t & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$$

常值分量:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left( A - \frac{2A}{T}t \right) dt \\ &= \frac{A}{2} \end{aligned}$$

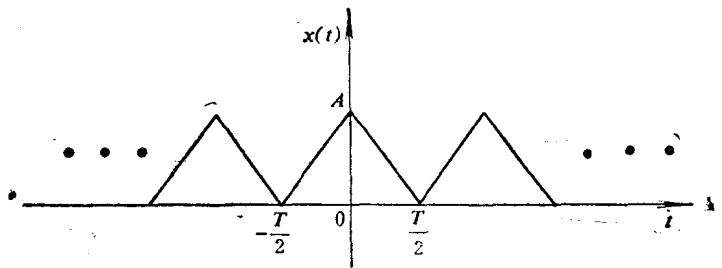


图2-4 周期性三角波

余弦分量的幅值:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left( A - \frac{2A}{T}t \right) \cos n\omega_0 t dt \\ &= \frac{4A}{n^2 \pi^2} \sin^2 \frac{n\pi}{2} = \begin{cases} \frac{4A}{n^2 \pi^2} & n = 1, 3, 5, \dots \\ 0 & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \end{aligned}$$

正弦分量的幅值:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt = 0$$

上式是因为  $x(t)$  为偶函数,  $\sin n\omega_0 t$  为奇函数, 所以  $x(t) \sin n\omega_0 t$  也为奇函数, 而奇函数积分一个周期之值等于零。这样, 该周期性三角波的傅里叶级数展开式为

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \left( \cos \omega_0 t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega_0 t + \dots \right) \\ &= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n\omega_0 t \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \\ &= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \left( n\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \end{aligned}$$

周期性三角波的频谱图如图 2-5 所示, 其幅频谱只包含常值分量、基波和奇次谐波的频率分量, 谐波的幅值以  $\frac{1}{n^2}$  的规律收敛。

## 二、傅里叶级数的复指数函数展开式

傅里叶级数也可以写成复指数函数形式。根据欧拉公式:

$$e^{\pm j\omega t} = \cos \omega t \pm j \sin \omega t \quad (2-6)$$

$$\text{有} \quad \cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} + e^{j\omega t}) \quad (2-7)$$

$$\sin \omega t = j \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t}) \quad (2-8)$$

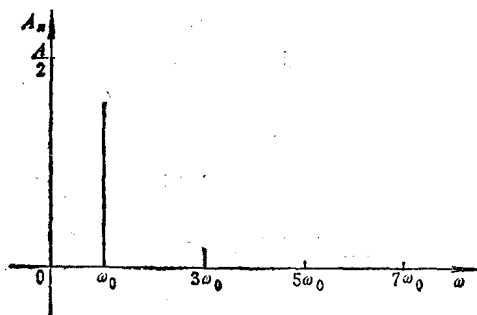


图2-5 周期性三角波的频谱

因此式 (2-3) 可改写为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} (a_n + j b_n) e^{-jn\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_n - j b_n) e^{jn\omega_0 t} \right] \quad (2-9)$$

$$\text{令} \quad c_n = \frac{1}{2} (a_n - j b_n) \quad (2-10a)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2} (a_n + j b_n) \quad (2-10b)$$

$$c_0 = a_0 \quad (2-10c)$$

$$\text{则} \quad x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_{-n} e^{-jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$\text{或} \quad x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2-11)$$

这就是傅里叶级数的复指数函数形式。将式 (2-4) 代入式 (2-10 a), 即得

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (2-12)$$

在一般情况下  $c_n$  是复数，可以写成

$$c_n = c_{nR} + jc_{nI} = |c_n| e^{j\varphi_n} \quad (2-13)$$

式中

$$|c_n| = \sqrt{c_{nR}^2 + c_{nI}^2} \quad (2-14)$$

$$\varphi_n = \arctg \frac{c_{nI}}{c_{nR}} \quad (2-15)$$

$c_n$  与  $c_{-n}$  共轭，即  $c_n = c_{-n}^*$ ； $\varphi_n = -\varphi_{-n}$ 。

因此把周期函数  $x(t)$  展开为傅里叶级数后也可以分别以  $c_n$  的实部和虚部与频率的关系作图。在实、虚部频谱图中横坐标（圆频率  $\omega$ ）是从  $-\infty \sim +\infty$ ，而不是单边的（ $\omega$  从  $0 \sim +\infty$ ），因而其幅值为单边频谱的一半，即和式 (2-5) 比较有

$$|c_n| = \frac{A_n}{2}$$

从式 (2-11) 和上述实、虚部频谱图上看圆频率  $\omega$  可以出现负数。出现“负”的频率似不好理解，实际上角速度按其旋转方向可以有正有负，一个向量的实部可以看成是两个旋转方向相反的向量在其实轴上投影之和，而虚部则为其在虚轴上投影之差 (图 2-6)。

**例 2** 画出余弦、正弦函数的实、虚部频谱图。

解 根据式 (2-7) 和 (2-8)，

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} + e^{j\omega t})$$

$$\sin \omega t = j \frac{1}{2} (e^{-j\omega t} - e^{j\omega t})$$

故余弦函数只有实频谱图，与纵轴偶对称。正弦函数只有虚频谱图，与纵轴奇对称。图 2-7 是这两个函数的频谱图。

一般周期函数按傅里叶级数的复指数函数形式 (式 2-11) 展开后，其实频谱总是偶对称的，其虚频谱总是奇对称的。

周期信号的频谱具有三个特点：

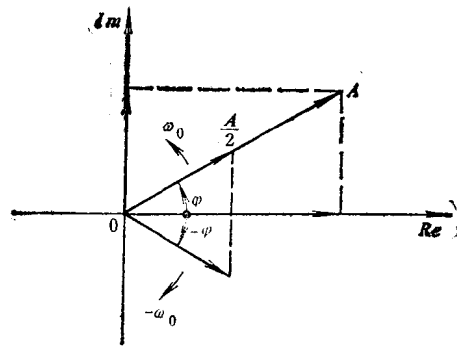


图 2-6 负频率的说明

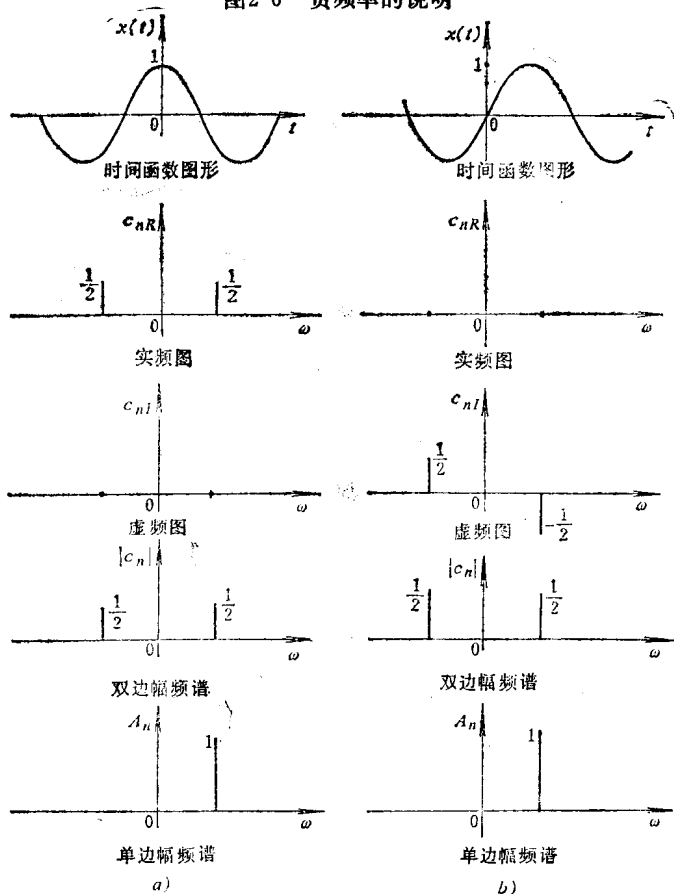


图 2-7 正、余弦函数的频谱图

a)  $x(t) = \cos \omega t$  b)  $x(t) = \sin \omega t$



1. 周期信号的频谱是离散的；
2. 每条谱线只出现在基波频率的整倍数上，不存在非整倍数的频率分量；
3. 各频率分量的谱线高度与对应谐波的振幅成正比。工程中常见的周期信号，其谐波幅度总的趋势是随谐波次数的增高而减小的。因此，在频谱分析中没有必要取那些次数过高的谐波分量。

### 三、周期信号的强度表述

周期信号的强度以峰值、绝对均值，有效值和平均功率来表述（图 2-8）。

峰值  $x_p$  是信号可能出现的最大瞬时幅值，即

$$x_p = |x(t)|_{\max} \quad (2-16)$$

对信号的峰值应有足够的估计，以便确定测试系统的动态范围，使之不致产生削波现象，真实反映被测信号的最大值。

周期信号的均值  $\mu_x$  为

$$\mu_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (2-17)$$

它是信号的常值分量。周期信号全波整流后的均值就是信号的绝对均值  $\mu_{|x|}$ ，即

$$\mu_{|x|} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)| dt \quad (2-18)$$

有效值是信号的均方根值  $x_{rms}$ ，即

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (2-19)$$

它反映信号的功率大小。有效值的平方——均方值就是信号的平均功率  $P_{av}$ ，即

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (2-20)$$

表 2-1 列举了几种典型周期信号上述各值之间的数量关系。从表中可见，信号的均值、绝对均值、有效值和峰值之间的关系与波形有关。

信号的峰值  $x_p$ 、绝对均值  $\mu_{|x|}$  和有效值  $x_{rms}$  可用三值电压表来测量，也可用普通的电工仪表来测量。峰值  $x_p$  可根据波形折算或用能记忆瞬峰示值的仪表测量，也可以用示波器来测量。均值可用直流电压表测量，因为信号是周期交变的，如果交流频率较高，交流成分只影响表针的微小晃动，不影响均值读数。当频率低时，表针将产生摆动，影响读数。这时可用一个电容器与电压表并联将交流分量旁路，但应注意这个电容器对被测电路的影响。

值得指出，虽然一般的交流电压表均按有效值刻度，但其输出量（例如指针的偏转角）并不一定和信号的有效值成比例，而是随着电压表的检波电路的不同，其输出量可能与信号的有效值成正比例，也可能与信号的峰值或者绝对均值成正比例。为了使电压表的读数表示信号的有效值，便按照单一的谐波信号峰值、绝对均值和有效值之间的比例关系来刻度。这样做，在测量单一谐波信号时，不管电压表检波电路如何，均能获得一致的有效值读数，使用起来颇为方便。然而用它们来测量复杂信号，所得的有效值读数就有误差。因为随着波形的不

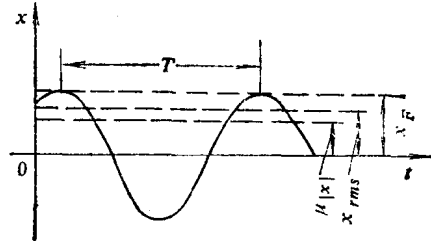


图 2-8 周期信号的强度表示