

Windows环境下

动画 系统开发技术

—计算机动画的理论与实践

王 柏 陆艺南 王宏武 马锐 编著



西安交通大学出版社

Windows 环境下动画系统开发技术 ——计算机动画的理论与实践

王 柏 陆艺南
王宏武 马 锐 编著

西安交通大学出版社

1.1. 9/3

内容简介

本书在结构上分为两篇。第一篇着重于电脑动画的基础理论及某些最新成果;第二篇着重于一个具体的动画制作系统在 Windows 环境下的设计与实现。两篇内容结构相辅相成,主要包括计算机图形学、图象处理、计算机辅助设计、数据库、电脑动画及 Windows 应用程序开发等。

本书在编写上,注重理论与实践相结合,既有一定深度,又有较大实用价值。可供电脑动画系统开发人员、制作人员、计算机图形学及 Windows 应用系统开发人员使用,也可供大专院校有关专业师生参考。

(陕)新登字 007 号

Windows 环境下动画系统开发技术 —— 计算机动画的理论与实践

王 柏 陆艺南 编著
王宏武 马 锐

责任编辑 赵丽平

*

西安交通大学出版社出版发行
(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码 710049)
空军西安印刷厂印装
陕西省新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:21.25 字数:507 千字
1995 年 7 月第 1 版 1995 年 7 月第 1 次印刷
印数:1—10000
ISBN7-5605-0765-4/TP·90 定价:20.00 元

0000180

前 言

本书是继西安交通大学出版社出版的《中文电脑动画与广告设计》之后推出的电脑动画技术套书的第二本。作为姊妹篇,本书在电脑动画及其相关领域的基础理论方面进行了较为深入的探讨,并以较大的篇幅讨论了在 Windows 环境下开发一个实用动画制作系统的实际设计步骤和实现过程。

本书内容分为两篇。

第一篇着重介绍有关计算机动画的基础理论,共分为七章,分别探讨了制作计算机动画以及构造一个计算机动画系统所需要的关键技术。第1章绪论。介绍了与计算机动画相关的新学科,新技术的发展状况。第2章介绍了图形与图象结合技术。这是进行真实感图象显示,生成真实世界动画效果的有力工具; 第3章为三维图形交互输入技术。探讨了如何在动画系统中构造复杂的二维和三维形体,充当动画角色。这些角色将作为动画的主体,来叙述卡通世界的故事; 第4章是人机界面技术,人机界面是操作者与动画系统之间的直接联系。人机界面的好坏将直接影响操作者的工作效率,甚至影响系统产生最终动画的效果; 第5章为图形数据库技术,主要讨论如何在计算机动画系统中存储各种动画角色。使得动画系统可以方便高效地对这些角色进行各种特技处理; 第6章介绍动画技术概论,回顾了动画制作技术的发展历史,并就计算机动画系统的分类以及动画系统的应用作了较为系统细致的说明; 第7章为电脑动画的核心技术。这一章详尽地介绍了计算机动画制作过程各个环节所用到的算法和技术。

第二篇着重于具体动画系统的设计与实现。这一篇又分为两个部分,分别介绍了一个在 Windows 环境下开发的三维形体编辑器和动作编辑器的设计与实现的细节。形体编辑器和动作编辑器结合在一起,构成了一个小巧,但完整的动画制作系统。该系统特别适用于动物类形

体的动画设计。

本书末还有两个附录,分别给出了第二篇所设计的动画制作系统的使用指南和实现这个动画系统的 C 语言源程序清单。

本书附录内容及实现上述动画系统的全部 C 源程序和执行程序已保存在一张 1.2MB 软盘上,有兴趣的读者可以与西安交通大学出版社联系购买。读者可以使用 Borland C++ 2.0 以上版本或 Microsoft 公司的 C 6.0 及 Windows SDK 3.0 系统对该源程序进行编译连接,得到可以在 Windows 3.0 以上版本环境下运行的动画制作系统。

本书第一篇由王柏和陆艺南合作撰写,第二篇由王柏指导,分别由马锐撰写第一部分,王宏武撰写第二部分,本书所附程序由王宏武和马锐共同完成编写和调试工作。全书由王柏统编。由于作者水平有限,疏漏和错误之处在所难免,敬请读者不吝赐教。

西安交通大学施鸿宝教授审阅了全书书稿,提出了许多宝贵的修改意见,作者在此表示衷心的感谢。

作者

1995.2

目 录

第一篇 动画的基础理论

第 1 章 绪论

- 1.1 计算机辅助设计及三维造型技术 (2)
- 1.2 人机接口技术 (3)
- 1.3 二维到三维转换技术 (3)
- 1.4 图象图形数据库技术 (4)
- 1.5 动画制作技术 (4)

第 2 章 图形图象结合技术

- 2.1 二维图象与三维图形的空间匹配问题 (6)
- 2.2 利用图象生成三维图形表面纹理 (9)
- 2.3 几何变换..... (10)
 - 2.3.1 齐次坐标..... (10)
 - 2.3.2 二维几何变换..... (12)
 - 2.3.3 三维几何变换..... (15)
- 2.4 三维投影及透视变换..... (17)
 - 2.4.1 投影的概念及分类..... (17)
 - 2.4.2 透视投影..... (19)
- 2.5 三维真实感..... (25)

第 3 章 三维图形交互输入技术

- 3.1 二维屏幕上交互输入任意三维平面方法..... (29)
- 3.2 复杂三维曲面的交互输入方法..... (29)
- 3.3 自由曲线及曲面..... (30)
 - 3.3.1 样条曲线..... (31)
 - 3.3.2 Bézier 曲线..... (33)

3.3.3 B样条曲线	(36)
3.3.4 自由曲面	(40)
3.4 二维曲线交互设计技术	(43)
第4章 基于知识的人机界面设计	
4.1 智能人机界面	(49)
4.2 具有自学习功能的汉字输入技术	(50)
4.3 具有自定义功能的交互设计人机界面	(51)
4.4 实体略图人机界面	(51)
4.5 基于知识的人机界面开发环境	(52)
4.6 人机界面变换器	(53)
第5章 图形数据库技术	
5.1 常规数据库图形功能扩展	(55)
5.2 图形数据的组织与检索	(56)
第6章 动画技术概论	
6.1 传统动画制作技术	(61)
6.1.1 传统动画的基本原理	(61)
6.1.2 卡通动画片的制作过程	(62)
6.1.3 多层板及拍摄	(63)
6.1.4 传统动画中的特技效果及技术	(63)
6.1.5 卡通片的后期制作	(64)
6.2 计算机动画制作技术	(65)
6.2.1 在动画中计算机的作用	(65)
6.2.2 计算机动画系统的分类	(65)
6.2.3 实时及逐帧	(66)
6.2.4 帧缓存动画和实时放映	(66)
6.3 动画技术的起源、发展及应用	(67)
6.3.1 动画技术的起源及发展	(67)
6.3.2 动画的应用	(68)
第7章 电脑动画的核心技术	
7.1 关键帧及着色系统	(70)
7.1.1 计算机辅助动画	(70)
7.1.2 画面的输入	(70)
7.1.3 插补计算	(70)
7.1.4 骨架技术	(73)
7.1.5 运动的轨迹和P曲线	(74)
7.1.6 用移动点约束来插补	(75)
7.1.7 着色技术	(77)
7.1.8 作画系统	(78)
7.1.9 色彩模拟和抖动	(78)

7.1.10 梯度技术	(81)
7.2 模型动画	(82)
7.2.1 什么是模型动画	(82)
7.2.2 形体定义的几何及拓扑关系	(83)
7.2.3 形体模型	(86)
7.2.4 形体造型	(87)
7.2.5 运动规范	(88)
7.3 消隐面、反射及浓淡着色	(90)
7.3.1 消隐面	(90)
7.3.2 光反射模型	(92)
7.3.3 浓淡着色	(93)

第二篇 动画系统的设计与实现

第一部分 形体编辑器设计

第8章 绪论

8.1 关于计算机动画	(98)
8.2 本部分内容简介	(98)

第9章 系统概述

9.1 系统功能概述	(101)
9.2 系统界面设计与系统组成	(101)
9.3 系统支撑环境——Windows 概述	(102)
9.3.1 Windows 与 DOS 的比较	(102)
9.3.2 Windows 对应用程序的影响	(104)

第10章 系统数据结构的设计

10.1 数据结构的提出	(106)
10.2 具体数据结构的设计	(106)
10.2.1 CLASS(类)结构	(106)
10.2.2 OBJECT(形体)结构	(108)

第11章 形体编辑器的设计与实现

11.1 形体编辑器的设计目的与实现	(111)
11.2 Windows 应用程序的构成	(111)
11.3 形体编辑器 Edit 的数据区及数据转换	(113)
11.3.1 Edit 的数据区	(113)
11.3.2 Edit 的数据转换	(114)
11.4 Edit 的消息构成及消息处理	(117)
11.4.1 Edit 的消息构成	(117)
11.4.2 用键盘模拟鼠标	(118)
11.4.3 用户自定义消息的处理	(119)

11.5 具体编程中的一些问题.....	(120)
11.5.1 自定义调色板的实现.....	(120)
11.5.2 绘图工具的实现	(121)
11.6 对程序的一些改进	(126)

第二部分 动作编辑器设计

第12章 绪论

12.1 计算机动画技术及其发展	(128)
12.2 计算机动画的制作	(128)
12.3 本部分内容简介.....	(129)

第13章 形体模型的分析与设计

13.1 动物体及其运动的特点分析.....	(131)
13.2 从图形到形体.....	(132)
13.3 形体模型.....	(132)
13.3.1 Object(形体)	(132)
13.3.2 Class (动物类)信息	(134)
13.4 一个完整的形体模型.....	(136)

第14章 动物体动画设计

14.1 以关键帧技术为核心的动画制作技术.....	(139)
14.1.1 关键帧技术.....	(139)
14.1.2 帧信息的表示.....	(139)
14.1.3 插帧算法.....	(139)
14.2 帧的控制信息.....	(140)
14.2.1 动作控制块 ACB	(140)
14.2.2 帧控制信息的存储.....	(141)
14.2.3 动作控制信息.....	(142)
14.3 动作控制.....	(142)
14.3.1 形体运动中的关键点.....	(142)
14.3.2 ACB 控制体的运动	(143)
14.3.3 帧信息的计算.....	(144)

第15章 动画系统的实现

15.1 系统实现环境.....	(147)
15.2 系统总体设计.....	(147)
15.2.1 系统结构	(147)
15.2.2 系统功能	(147)
15.3 数据文件接口设计.....	(148)
15.3.1 数据文件接口标准.....	(148)
15.3.2 文件操作模块设计.....	(148)
15.4 动作编辑器设计.....	(149)

15.4.1 动作编辑器概述	(149)
15.4.2 动作编辑窗口	(149)
15.4.3 动画放映	(149)
15.5 动作编辑窗口	(150)
15.5.1 动作编辑窗口主函数	(150)
15.5.2 动作编辑窗口的键盘接口	(151)
附录 A 动画系统使用指南	
1. 系统环境	(153)
2. 主窗口菜单介绍	(153)
3. 形体编辑窗口菜单介绍	(155)
附录 B 动画系统源程序清单	
1. HEADER. H	(158)
2. DEFINE. H	(165)
3. CLASSDLG. INC	(169)
4. EDIT. INC	(171)
5. OBJECTDL. INC	(173)
6. RENAME. INC	(173)
7. OPENDLG. INC	(174)
8. ACTMENU. INC	(174)
9. ACT. RC	(175)
10. ACT. DEF	(176)
11. ACTCLASS. C	(176)
12. EDIT. C	(184)
13. ACBEDIT. C	(237)
14. FILE. C	(276)
15. OBJECTDL. C	(282)
16. ACT. C	(293)
17. CLASSDLG. C	(301)
18. TEMP. C	(313)
19. FILEIO. C	(320)

参考文献

第1章

绪 论

本章内容

- 1.1 计算机辅助设计及三维造型技术
- 1.2 人机接口技术
- 1.3 二维到三维转换技术
- 1.4 图象图形数据库技术
- 1.5 动画制作技术

1.1 计算机辅助设计及三维造型技术

人工智能、计算机图形学、计算机辅助设计和数据库技术作为不同的学科技术已分别存在了许多年。几十年来,各学科在软硬件两方面都得到了巨大发展。其中,计算机图形学和计算机辅助设计(CAD)技术在产生初期就相互促进、相互结合,使两者均得到了较快发展。近年来,人工智能技术也开始逐步与各学科结合,形成了许多具有智能意义的新技术,智能 CAD 技术就是其中一个引人注目的新兴技术学科。

计算机辅助设计及制造(CAD/CAM)技术于 60 年代在国外兴起。由于这一技术将计算机高速而精确的计算能力、大容量存储和处理数据的能力与人的逻辑判断、综合分析能力以及创造性思维结合起来,从而产生了巨大的威力,应用范围极广,经济效益显著;近 20 年来,得到了突飞猛进的发展。目前,在发达国家已经形成了计算机辅助技术的研究、开发、制造、销售以及咨询服务的新产业。发达国家的经验表明,采用 CAD/CAM 技术可以显著地缩短设计周期,提高设计质量,减少错误,降低成本,提高劳动生产率。因此,CAD/CAM 技术也是加速产品更新换代的有效手段,改造传统生产过程的必由之路,是衡量一个国家工业水平的重要标志。

在我国,CAD 技术的研究是从 70 年代初期开始的,当时,主要的研究内容是计算机辅助几何设计和计算机辅助绘图,主要应用于船体放样。进入 80 年代后,这一领域得到了较快的发展。例如,许多单位引进了成套的 CAD 系统。在造船、电力、机械、电子、建筑等领域得到应用,有的已成为正常生产必不可少的手段,取得了经济效益。但是,总的说来,我国 CAD 技术的应用还处于起步阶段,和发达国家相比有较大的差距。

计算机辅助几何造型设计一般认为开始于 60 年代中期 S. A. Coons 的工作,其提供了一个进行复杂形体设计的不可缺少的工具。在目前已知的方法中,P. Bézier 的线面模型是最著名且用得最好的,但由于缺乏足够的有效性和通用方法,因此又产生许多新的研究成果。在 E. Catmull 和 R. Rom 的文章中,提出了一种非常通用的形式化方法,即利用权函数表示的点或曲线权来表示曲线。这种方法利用了插补和近似两种建模方法。B. A. Barsky 和 J. C. Beatty 提出了用于控制 β -样条曲线形状的参数。这些参数考虑了交互设计的需要,并可用于逐段插补方法。

在 80 年代中后期,三维 CAD 技术得到较大发展,许多实际三维造型系统,特别是运行于大型计算机或工作站上的系统开始投入使用,但从总体上讲,特别是应用于微机上的三维造型技术水平还相当落后,无法满足广大用户的实际需要。因此要求进一步对三维造型技术进行研究,使得用户可以更方便地进行三维造型设计。

传统的三维造型设计工具和设计方法,一般都是根据三视图的原理,由用户分别设计并绘制实体目标的三个视图,这不仅要求设计者熟练掌握三视图绘制方法,而且还要求设计者有很强的空间想象能力。另外,由于三视图仅反映实体目标在空间 3 个方向上的投影,虽然能明确标明实体目标的形状和大小,但却难以反映实体目标的实际空间形象和真实感效果,即不具有直观性。因此,还必须从三视图重构实体的三维形象,并把这种三维形象用真实感图形显示给设计者,但这种重构工作是相当费时和困难的,有时甚至是不可能的。另一方面,利用三视图

进行设计往往难以进行修改,改变三视图中任意一个视图的某一处,还必须相应地修改其它两个视图,以达到一致性。这对于一个复杂的设计是相当繁琐的。

近年来,三维造型技术中另一项获得较大发展的技术手段是体素造型方法。这种方法虽然在理论上比较先进,但在实际应用中仍然存在许多问题。首先,体素造型方法较线框模型法和面模型法需要进行更多的计算。因此比较费时,特别是在微机上实现,速度较慢,影响交互设计的效率。其次,体素造型方法需要事先有较完整的基本体素模型,以组合较复杂的实体。但这种方法用来实现复杂的曲面实体时,有较大的困难,而且效率较低。由于三维造型技术尚存在许多问题,因此需要进一步探索新的途径,以解决这一“瓶颈”问题。

1.2 人机接口技术

传统的人机界面管理系统(UIMS)要求设计者把精力集中于语法级和词法级的设计,即命令,屏幕和图形菜单,菜单的组织,执行顺序和交互技术的设计,对于不同应用领域的用户均需重新设计和开发一个人机界面。近来人们基于知识工程的概念,力图开发一些能自动构造人机界面管理系统的环境。

基于知识的人机界面开发环境一般要求:

- (1)表示一个人机界面的概念设计;
- (2)把表示人机界面的知识库转换成另一个功能等价的接口;
- (3)可通过一个 UIMS 来执行人机界面;
- (4)检查人机界面设计的一致性和完整性;
- (5)对人机界面的传送速度和易学程度等指标进行评价;
- (6)向用户提供实时的“帮助”信息。

1.3 二维到三维转换技术

通过综合三视图中的二维几何与拓扑信息,在计算机中自动产生相应的三维形体的几何与拓扑信息,是计算机图形学领域中有意义的课题之一。目前国际上对该问题的研究已取得了相当的进展,但尚不完善。主要问题集中在:①如何排除病态解?②如何找到与三视图对应的全部解?③如何扩展形体的覆盖域?

Wesley—Markowsky 算法,采用了由二维信息分层重建的策略,解决了平面体的病态解及多解问题,但三维形体的覆盖域仅限于平面体。Aldefeld 算法,采用了结构模式识别技术,在某些场合速度较快,但如何在模式中囊括三维形体复杂多变的投影情况,如何排除病态解,在多解的情况下如何求出全部解,尚待进一步解决。Sakurai 将 Wesley—Markowsky 算法扩展到了轴线平行于某一坐标轴的回转体领域中,但在三维视图中只允许有直线与圆弧,故一般地排除了两个形体相贯的情况。

1.4 图象图形数据库技术

图象数据库系统的关系模型是由 Kunii 首先提出的。人们提出用关系式数据库来描述有颜色和纹理的复杂图象,还讨论了复杂图象描述中的结构独立性,模块化,结合性和机器的独立性。

IIT 的信息系统实验室给出了集中式关系数据库设计的许多结果,并以分析不同图象物体之间空间域关系为例,指出用传统关系代数处理这些数据是低效的。图象操作的集合被称为图象代数,它是针对空域数据的存储,检索,处理和变换而设计的。由于图象信息的检索把图象数据库的框架看作是知识模型,查询语言也因之而发展起来了。

Chang 和 Fu 的工作同样也使用了关系数据库的框架,并提供把关系图与关系互换的算法,以及 PQBE(举例图象查询)人机界面。Roussopoulos 更新的工作是把 SQL 查询语言扩展成图象 SQL(PSQL),它是以由二维 β -树发展的新的索引方法为基础。

许多研究者提出了用广义空域数据结构来表示空域实体。Shapiro 结构包括了一个 N 重关系的集合,还常有一个属性表,表的入口和已定义有关系的实体构成了空域数据结构,在这个探讨里强调空域结构的描述。由于检索处理是通过空域属性进行的,为了加快检索过程,建立了一个语义表以分析空域关系,因而修改后的数据库在某种程度上是复杂的。

Sties 阐述了一个图象信息系统,在该系统中,一个实体由其形状,符号描述及与其它实体的关系来描述。一个图象中的实体可根据符号描述和实体间的关系来检索。McKeown 描述了一个多传感器的图象数据库系统,该系统可理解图象和获得知识。在这个图象数据库中,选择分级数据结构主要是为了存储符号表示法,图象可以用不同的分辨率来分级存储,这被称为略图(iconic)数据结构。在关系数据库中还存储图象的部分描述,它可用来进行估计。

Klinger 提出了一种存储图象的系统数据结构方案,它把图象分解成由不同分辨率组成的邻近四分图,每个四分图对应被称为 W 树中的一个节点。与数据库的设计理论相一致,该图象数据结构有利于下面各方面的发展:对已存图象数据的可达性,存储图象数据的灵活性,图象数据的独立性,多级结构数据的可压缩性以及能有效地分析一个图象的一些小部分。Tanimoto 进一步提出了由四分树结构产生略图符号树结构的方法。Chang 和 Lin 给出构造用来作为图象数据库索引的抽象略图的算法。

综观图象处理语言可知大部分是针对象素的,一般通用图象处理语言包括三个子集:逻辑图象处理语言、交互式图象处理语言以及物理图象处理语言。

1.5 动画制作技术

动画是动态产生一系列的景物画面的技术,其中当前画面只是对前一幅画面作某些变化。对于电影,电视上的动画片,画面变化的典型频率是 24 幅/s。要制作半小时的动画片,则需要制作 4 万多张画面。完全用手工完成这些画面是相当费时费事的。随着计算机图形学和造型技术的发展,已有越来越多的国家采用计算机图形系统制作动画片。

第2章

图形图象结合技术

本章内容

- 2.1 二维图象与三维图形的空间匹配问题
- 2.2 利用图象生成三维图形表面纹理
- 2.3 几何变换
 - 2.3.1 齐次坐标
 - 2.3.2 二维几何变换
 - 2.3.3 三维几何变换
- 2.4 三维投影及透视变换
 - 2.4.1 投影的概念及分类
 - 2.4.2 透视投影
- 2.5 三维真实感

结合真实图象和计算机图形生成具有真实感效果的图画是一种极有用的方法。通常,图象通过电视摄象机直接获得或通过扫描仪扫描照片间接获得,这样所得的图象为某种场景二维投影的数字点阵阵列。另一方面,计算机图形是把人的描述信息输入计算机,再由计算机通过计算而产生。这种图形既可以是二维的,也可以是三维的。

将二维图形和二维图象结合在一起非常简单,只需确定二者在二维平面上的位置,拼合在一起,确定出二者的交合界线,就形成最终的图画。这种方法类似于人工剪贴图画的方法。

将三维图形与二维图象结合在一起则比较困难,一方面要对三维图形进行透视变换,计算隐藏线面的消隐,另一方面要匹配三维图形与二维图象的空间位置关系,不仅要判断二维图象匹配在三维图形的哪个表面上,还要匹配三维图形在二维图象上的位置。后一种要求比前一种要更加困难,这是因为前一种要求是把图象作为一个整体看待。例如:纹理图象或背景图象,无需对图象本身进行任何处理,只要计算三维图形本身,即可将图象映射到三维图形上,后一种要求则必须对二维图象本身进行分析,以确定图象中的某些细节与三维图形间的三维位置关系。下节将以二维人面图象和三维眼镜图形的匹配问题为例,来说明二维图象与三维图形的空间匹配问题。

2.1 二维图象与三维图形的空间匹配问题

人面图象非常复杂且变化无穷,这是因为人的朝向、发式、性别和面部特征等可以有无穷多种变化。人面图象通过摄象机输入计算机,结果为二维点阵信息。

眼镜框架图形为三维信息,其通过一组小的曲面或/和平面来表示。曲面利用三角分割方法用许多小的三角平面来近似表示,这种分割方法可以达到用户所需的任意精度。

为了将三维眼镜框架戴到二维人面图象上,必须首先匹配二者的空间位置,也就是说必须确定眼镜在人面上的位置,但由于二者一个是二维的,一个是三维的,无法直接匹配空间位置,还必须先恢复人面图象某些部分的三维信息,并确定出人的朝向方向矢量,以及观察人像的视点坐标,然后依据这些信息再把三维眼镜图形投影到图象上,消去那些被遮挡的部分,就可以完成二者的匹配及显示问题。

由计算机完全自动地计算人面图象中人的朝向方向矢量和视点是困难且费时的。采用人机交互方法来确定这些参数则比较方便有效。具体实现方法是由操作员利用鼠标或键盘等定位设备,在人面图象上点出3个或6个关键点,然后计算机依据这3个或6个关键点的二维坐标计算出人的朝向方向矢量和视点坐标。选择关键点的方法很简单,最好的关键点是眼睛瞳孔、耳朵边界和眼、眉尖等。

当指出3个关键点时,可以利用非线性的方法(例如迭代法)导出人的朝向方向矢量和视点坐标。当给出6个关键点时,可以利用线性的方法导出人的朝向方向矢量和视点坐标,这个问题与摄象机定标(camera calibration)的问题类似。摄象机模型可以用一个 4×3 的矩阵 T 来表示,其完成世界坐标系下的三维点到二维图象点的映射。

设图象平面上的点的坐标为 (U, V) ,以齐次坐标表示的图象平面上的点的坐标为 $[u, v,$

$t]$, 则 $U = u/t$, $V = v/t$. 设所求的变换矩阵为 T , 其每个元素为 T_{ij} , 3 个四元列向量为 T_j , 则对于世界坐标系下的任意一点 $[x, y, z]$ 需要变换矩阵 T , 以使得: $[x \ y \ z \ 1]T = [u \ v \ t]$ 所以有:

$$u = [x \ y \ z \ 1]T_1, \quad v = [x \ y \ z \ 1]T_2, \quad t = [x \ y \ z \ 1]T_3.$$

将上述三式中的内积展开, 并按 $u - Ut = 0$ 和 $v - Vt = 0$ 重写方程:

$$\begin{cases} xT_{11} + yT_{21} + zT_{31} + T_{41} - UxT_{13} - UyT_{23} - UzT_{33} - UT_{43} = 0 \\ xT_{12} + yT_{22} + zT_{32} + T_{42} - VxT_{13} - VyT_{23} - VzT_{33} - VT_{43} = 0 \end{cases}$$

由于在齐次坐标系下, 与 T 的比例系数无关, 则可以将 T_{43} 设定为 1, 再根据用户指定的 6 个对应点 $[U_i, V_i]$ 和 $[x_i, y_i, z_i], i \in [1, 6]$, 则有:

$$\begin{bmatrix} x_1 y_1 z_1 1 0 0 0 0 - U_1 x_1 - U_1 y_1 - U_1 z_1 \\ 0 0 0 0 x_1 y_1 z_1 1 - V_1 x_1 - V_1 y_1 - V_1 z_1 \\ x_2 y_2 z_2 1 0 0 0 0 - U_2 x_2 - U_2 y_2 - U_2 z_2 \\ 0 0 0 0 x_2 y_2 z_2 1 - V_2 x_2 - V_2 y_2 - V_2 z_2 \\ x_3 y_3 z_3 1 0 0 0 0 - U_3 x_3 - U_3 y_3 - U_3 z_3 \\ 0 0 0 0 x_3 y_3 z_3 1 - V_3 x_3 - V_3 y_3 - V_3 z_3 \\ x_4 y_4 z_4 1 0 0 0 0 - U_4 x_4 - U_4 y_4 - U_4 z_4 \\ 0 0 0 0 x_4 y_4 z_4 1 - V_4 x_4 - V_4 y_4 - V_4 z_4 \\ x_5 y_5 z_5 1 0 0 0 0 - U_5 x_5 - U_5 y_5 - U_5 z_5 \\ 0 0 0 0 x_5 y_5 z_5 1 - V_5 x_5 - V_5 y_5 - V_5 z_5 \\ x_6 y_6 z_6 1 0 0 0 0 - U_6 x_6 - U_6 y_6 - U_6 z_6 \\ 0 0 0 0 x_6 y_6 z_6 1 - V_6 x_6 - V_6 y_6 - V_6 z_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ T_{31} \\ T_{41} \\ T_{12} \\ T_{22} \\ T_{32} \\ T_{42} \\ T_{13} \\ T_{23} \\ T_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \\ U_4 \\ V_4 \\ U_5 \\ V_5 \\ U_6 \\ V_6 \end{bmatrix}$$

由于每个对应点可以建立两个方程, 则 6 个对应点可建立 12 个方程, 但 T 只有 11 个参数是独立的, 因此上式所示的方程是关于 T 的超定方程, 可以利用伪逆的方法对 T 进行求解。

由于变换矩阵 T 是由多步线性变换所组成, 一般包括如下几步变换:

① 坐标原点平移, 记为 D ; ② 绕 Z 轴平转, 记为 R_1 ; ③ 绕 X 轴俯仰, 记为 R_2 ; ④ 绕 Y 轴倾斜, 记为 R_3 ; ⑤ 透视变换; ⑥ 图象坐标比例变换; ⑦ 移动图象坐标原点。其中:

$$\begin{aligned} D &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -X_c & -Y_c & -Z_c & 1 \end{bmatrix} & R_1 &= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ R_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi & 0 \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & R_3 &= \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ EXT &= D \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 = \begin{bmatrix} a & d & g & 0 \\ b & e & h & 0 \\ c & f & i & 0 \\ p & q & r & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$