

自动控制中的 随机过程

J. H. 兰宁 R. H. 白亭

科学出版社

73.823
157

自动控制中的随机过程

J. H. 兰宁 R. H. 白亭 著

涂 其 桷 译

科 学 出 版 社

1976.6.3₁

J. H. Laning, R. H. Battin
RANDOM PROCESSES IN
AUTOMATIC CONTROL
McGraw Hill Book Co., 1956

內 容 簡 介

本书討論了自动控制中的一个新的領域——应用随机过程的数学理論来解决自动控制中存在的实际問題。近年来对这一領域的研究已經成为自动控制理論中最为突出的問題。

书中前面一部份論述有关的数学基础,所用方法較同类书籍严格得多,而叙述的方法深入浅出,即未具有这方面基础知識的讀者也可以讀懂。后面一部份綜述了1956年以前英美公开文献中刊载的有关問題之重要結果,最后一章是以前未公开发表过的美国麻省理工学院的內部报告。

本书对象为高年級大学生、研究生、自动控制工程师与科学工作者。

自动控制中的随机过程

J. H. 兰宁 R. H. 白亭 著

涂 其 桷 譯

*

科 学 出 版 社 出 版 (北京朝陽門大街 117 号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1963 年 6 月 第 一 版

书号: 2723 字数: 422,000

1963 年 6 月 第一次印刷

开本: 850×1168 1/32

(京) 0001—4,100

印张: 15 15/16 插頁: 3

定价: 3.20 元

原 書 序 言

这本书的内容是結合作者們在麻省理工学院航空工程系開設一門关于自动控制領域中的随机过程这門功課的需要、在 1951 年就开始准备的一份講稿的基础上編写而成的。当这个工作一开始,我們就感到有必要有系統地来闡述随机过程的理論基础,包括基本的概率理論以及把这些理論应用来研究复杂的仪器系統的各种方法。作者們希望目前这一本书能达到这一个目的。

对于一本討論一个涉及到許多科学部門而且又迅速地发展着的領域的书,要想选定恰当的論題的确不是一件容易的事,因而每一个人,包括作者們自己,对于所选題目的結果都不会完全滿意。例如,作者們完全不談信息理論这一門活跃的学科,以及它在雷达、通信和数字数据处理方面的应用,尽管目前愈来愈多的控制系統在其設計中,这些因素都起着主要的作用。在另一方面,作者們以一整章的篇幅(第八章)来討論最优有限数据的运算,其主要目的乃是想要确定經受处理的数据的內在性質对于控制系統之特性所施加的限制。这些材料对于一个已属完善的系統之設計来講,其应用至多也只能是間接的。选择所討論的論題时,作者們是以本人在火力控制系統以及导航系統的設計与分析方面的經驗与兴趣为指导的。本书的絕大部分內容均与麻省理工学院仪器實驗室中所做的、具有具体和实用性質的研究工作有关。但是在写作这本书的过程中,作者們受到下列事实的限制,即这些研究工作中的絕大多数均是結合到各种秘密的軍事計劃而进行的。因此,在本书的后一部分中就没有可能如作者們所期望的那样,包罗到数量极多的而且面极广的、富有說明性的应用問題。

本书的内容大大地超过了原来計劃的一个学期的教材。特別地,作为簡略介紹时第四章与第八章可以略去而不致发生根本性

的間断。这时候第 2.9 到 2.13 諸节均可以大致地討論而不致有重大的漏洞。事实上,如果把第五,第六以及第七章中的应用問題当作主要的論題来加以側重的話,則第二和第三章可以精簡許多来处理。

作者們非常感激 W. L. 魯特(Root)博士,沒有他的协助本书的初稿也許永远不能完成。作者們也愿意感謝 C. S. 德雷泊(Draper)博士在这个工作中的經常鼓励。此外也感謝在仪器實驗室工作的同事們与学生們的无数建設性的批評指正。同时也感謝由多劳賽 C. 拉德(Dorothy C. Ladd)領導下的技术出版組的成員們,他們整理了这本书所依据的講稿。

J. H. 兰宁

R. H. 白亭

俄譯本序言

兰宁与白亭两位所著的书乃是目前世界上为数不多的、系统地叙述随机函数理論方法在自动控制理論中之应用的論著之一。本书和通常叙述这种方法的自动調节和自动控制理論的书籍不同，它对工程师們所需要的关于概率理論的基本概念作了足够严格的叙述，其中特别是随机过程的理論。同时对非平稳过程予以十分注意。

作者們对于这些理論的应用大都限于綫性的自动控制問題，他們研究了由常系数綫性微分方程所描述的平稳綫性系統，也研究了由变系数綫性微分方程所描述的非平稳綫性系統。同时作者們完全正确地指出了模拟技术与其他計算技术作为实际計算調节系統与控制系統精确度的基本方法的广闊应用。

对于非綫性系統作者們只討論了一些最簡單而且无慣性的非綫性元件。此外，在本书的最末一章里叙述了确定那些一般說來是非綫性的最优系統的方法。

看来，本书反映了美国目前这一个科学領域的水平，因此苏联的讀者們无疑是会感到兴趣的。最后两章特別重要，因为其中叙述了本书作者們自己的研究結果，这些結果以前只是作为麻省理工学院的內部报告发表，因而到目前为止我們是不知道的。

书中例題极多，而且还有为研究綫性系統精确度的具体模拟綫路图。

本书叙述問題的方法却是有缺点的。在书中各个不同的部分对讀者的准备知識提出了完全不同的要求；比如在第 8.5 节中，作者們毫无限制地运用伴随綫性微分算子的概念，而在第六章中作者們却没有指明要用到。作者們在許多地方詳細地引入了集論的基本概念以及概率的集合理論基础；按照我們的意見，在这样一本

书中,这种做法是多余的。

书中有一些地方是錯的,虽然其数量不多。 在一些最严重的錯誤中,我們要指出一种业已成为許多应用数学家传统性的錯誤,他們錯誤地认为根据平稳随机过程的一个实现所得出的經驗譜密度当其观察区段无限延长时会在概率的意义下趋于理論譜密度(見俄譯主編者注,第三章),此外在 8.5 节中也有一处錯誤。

看来,作者們并不知道苏联学者們在这一領域中的研究工作,因而在苏联研究出来的关于研究自动系統精确度的方法在本书中沒有談到。书末所列的参考文献以及所作的文献述評中,除了引述翻譯成英文并在美国出版了的 A. H. 哥尔摩各洛夫(Колмогоров)的經典著作“概率理論的基本概念”以外,对于苏联学者的工作并无引述。讀者們如果想知道我們研究出来的、关于研究自动系統精确度的方法,請参閱本书主編者所著关于这一問題的书“随机函数理論及其在自动控制問題中的应用”¹⁾。

兰宁与白亭所著的这一本书虽然有一些不足之处,但是其出色的地方却远超过这些。因此无疑地对于自动学与远动学領域中工作的工程师們是会有用的。

B. C. 普加乔夫

1958 年 1 月 1 日

1) Пугачев В. С., Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления, Гостехиздат, 1957. 此书在 1960 年有增訂新版——譯者按。

目 录

原书序言	vii
俄譯本序言	ix
第一章 引論	1
1.1 最优設計問題的一般性質	1
1.2 統計分析方法的作用	3
1.3 平穩和非平穩問題	4
1.4 系統的质量指标	5
1.5 本书內容的安排	7
第二章 概率理論的一些基本概念	9
2.1 引言	9
2.2 集和集的运算	11
2.3 点函数与集函数	16
2.4 概率的一些公理	19
2.5 諸事件的独立性及条件概率	25
2.6 随机变量	32
2.7 概率分布与各种頻率函数	39
2.8 期望、平均、方差和各次矩	51
2.9 特征函数	64
2.10 二項式分布	70
2.11 泊松分布	72
2.12 正态分布与中心极限定理	76
2.13 多維正态分布	82
第三章 随机过程的統計描述	102
3.1 引言	102
3.2 随机过程	104
3.3 概率分布与諸統計參量	107
3.4 两个或两个以上随机过程的联合分布	114



3.5	平稳与挨而过得随机过程	120
3.6	功率谱密度	138
3.7	随机过程的又一些例子	155
第四章	散弹效应及高斯随机过程	169
4.1	散弹效应	169
4.2	高斯随机过程	178
4.3	根据实验来求相关函数	185
4.4	简型非线性元件输出的相关函数	188
4.5	自动追踪系统之分析	198
第五章	平稳线性系统对于平稳随机过程的反应之分析	205
5.1	过滤与预测	205
5.2	线性系统的反应特性	210
5.3	相关函数及谱密度的输入输出关系	224
5.4	过滤与预测问题的一个通类	233
5.5	均方误差的分析算法	240
5.6	模拟计算技术	252
第六章	非平稳问题的均方误差分析	261
6.1	均方误差的一般积分公式	261
6.2	平稳线性系统的过渡过程之统计分析	267
6.3	线性系统过渡过程分析的频率法	272
6.4	伴随系统之方法	278
6.5	均方误差之连续产生	286
6.6	对一类变数系数系统运用最陡下降术求最优设计的方法	293
第七章	平稳随机过程的最优线性最小二乘方展平及预测	312
7.1	维纳的展平与预测问题之提法	312
7.2	纯预测	316
7.3	保德和申农的方法	321
7.4	采用复变数的方法时,维纳-何甫方程之分析解	325
7.5	对于有理谱维纳-何甫方程的直接解	329
第八章	对有限数据的各种最优运算	338
8.1	引言	338
8.2	当信号为一些已知函数的未知线性组合时在有噪声的情况	

下之預測·····	348
8.3 当信号为一些已知函数的統計已知綫性組合时在有噪声的 情况下之預測·····	354
8.4 对于平稳情况的积分方程·····	359
8.5 对于非平稳情况的积分方程·····	382
8.6 在高斯干扰的情况下之預測与过滤·····	399
附录 A. 某些非綫性器件的分析中所碰到的一种积分之計 算·····	418
附录 B. 限幅器中平稳高斯噪声之通过·····	421
附录 C. 模拟計算机·····	426
C.1 引言·····	426
C.2 綫性計算单元的运算理論·····	426
C.3 非綫性計算单元的运算理論·····	429
C.4 标度-因子技术·····	433
C.5 一种有用的計算技巧·····	439
附录 D. 一类正交函数·····	443
附录 E. 在綫性系統的均方誤差分析中碰到的一个积分之 計算·····	458
附录 F. 伴随系統的方法之数学証明·····	461
附录 G. 对于一阶問題,最优的、随時間而变化的参数之推 求·····	468
附录 H. 方程 $P(x) = 0$ 的解法·····	478
附录 I. 論在某一类积分方程解案中所包含的 δ 函数項·····	482
附录 J. 一种矩陣的求逆·····	485
书目提要·····	491
参考文献·····	495
索引·····	498

第 一 章

引 論

1.1 最优設計問題的一般性質

近代技术对于控制装置的工作质量和速度所提出的日益苛刻的要求，使得有必要对其工作特性相应地作更为细致和精确的估计。在通信领域中，成功地区分信号和噪声有着重大的意义。在飞机自动导航仪的设计中，既要求有高度的稳定性又要求有快速的反应以消除大气湍流的影响。一具精密的温度控制装置，其中受控制的介质以及敏感元件都有温度滞后，但却要它对周围环境温度的变化有快速的反应。

这样的一些问题在研究火力控制的部门中意义就更为重大了。首先，由于军事目标机动性能的不断增长，最为突出的问题乃是既要求能快速得出准确的结果又要求能自动地展平起伏的数据。其次，由于大家都在尽力扩大武器的有效射程，因此要求控制系统在最坏的工作条件下能有最大的准确度。在这些部门中，设计控制系统的工程师就不得不要根据他的系统，在不与其他要求相抵触的条件下求取尽可能高的质量指标。

有许多场合下，把控制系统内某一部分的特性加以改变对于总的运转来说会是利弊兼有的。因此一个面面俱到的仪器设计方案包含有无数的折衷判定。其中一个例子便是如何挑选一阶系统的展平特性或阻尼特性的问题（这个系统的输入是一个低频信号与一个高频干扰的组合）。轻度阻尼的系统可能对输入数据中的随机干扰会有过大的反应，但重度阻尼的系统却可能对信号的变化会反应过慢。因此一个中等的阻尼就应予采用，在这两个极端

之間进行有效的折衷。

为了要把这种折衷的决定建立在科学的基础上而不是光凭試驗碰湊,就需要把理論分析与实验測試結合起来一齐考虑。一方面我們需要实验測試以提供各种元件在实际运轉中的基本工作特性来作为分析的根据,校驗理論計算的結果,并且揭露紙上談兵式的研究中尚未发现的实际問題与現象。另一方面我們也需要理論分析,以便将各种設計原則联成一个統一的体系,以求出一种定量而有系統的方法使一个裝置达到其最优的工作情况。对于一个周全的設計方案,固然要求使用性能良好的工作元件,但同时也需要对整个系統的工作特性进行系統研究以便最有成效地来利用这些元件。

对一个复杂的控制系統进行測試时,經常碰到的一个难题是如何查出工作中观察到的誤差之主要原因。当然,有許多不正常的工作現象是可以一直溯源到系統中某一元件的故障,而且通常也可以对各个主要元件或局部系統进行系統性的检查来寻找,但是在另外一些情况下,每个元件都按照設計的那樣工作着而整个系統的工作仍然是不准确。鉴于目前許多控制系統的巨大复杂性,以及在設計过程中有着大量的理論和实际折衷需結合考虑,这种現象是不足怪的。正因为这样,要想把一个观察到的誤差分解成几个部分以使每一部分都能归諸于独立的緣由,光凭实验也是一件无法办到的事情。

这样看来,如果理論分析能够提出一个定量的計算方法,可以把一个复杂系統中各个相互牽連的現象对于总体的影响区分开来的話,則理論分析至少在原則上說来要比实验測試更为优越得多。比如,我們完全有可能来研究在改进与变更某个元件的特性时在整个系統的运轉方面所获得的好处,从而判断它是否抵得过所費的努力。由此推知,我們是有可能把一些最主要的誤差根源区分出来,以便在获利最大的方面集中力量作更深入的实验研究。但若光凭实验方法,則只能依靠高度的工程判断去指导这种工作的进行,但却仍然由于缺乏定量数据以作决定因而使得工作受到局限。

因此理論分析在定系統的最優設計方案時的一個任務乃是要用一種系統化和量化的方法確定出各個主要的誤差源對於整個系統性能的影響，從而指出改進的方法。

這種工作的實際意義在研究系統的動態特性時就更為重大了，因為一個系統的性能改變起來相當容易。在某個指定位上改變電阻器和電容器的數值並不耗費什麼資金與人力，但卻常常能夠相當劇烈地改變這個系統的動態反應。如果理論分析有可能確定一個系統中易于調整的諸參數之最優值，則其結果將是以小得不能相比的耗費換取特性的巨大改善。

1.2 統計分析方法的作用

對這一類的問題進行研究時統計分析方法占有着一個中心位置。首先，許多性能上的誤差基本上都是時間的隨機函數，除非在廣義的統計意義上來談，否則均不能先驗地確定。例如，由於無線電波的衰落現象以及類似的效應，使雷達顯示出的目標物之位置中包含有誤差(或噪聲)的成分，這些成分以不可預知的形式隨着時間而變化，只有運用統計技術才能在分析上來處理這些隨機干擾的效應。此外，由於一個系統中有各種製造公差，因而各個工作元件的靈敏度和其他的固定參數都是不夠一致的，其形式或者是对時間的微小起伏或者是隨系統而有異。當這些變化到達不可能以校準方法來修正的程度時，就必須把它們認為是在某個公差極限內具有隨機的性質。最後，一個自動控制系統很少是設計來執行一件完全可以事先確定的單一性任務，恰恰相反，它是設計來執行從一個可能任務的完備系中隨機挑出的一件任務。例如一個對空的火力控制系統就必須設計得可以擊中具有各種速度與航綫的目標。由於航綫改變時系統的特性必然要改變，所以只有借助於在各種戰術條件下對質量指標進行統計平均的方法（計算時各種條件均應按照其戰術概率加以衡量），才能對系統的特性獲得一個概括性的量度。總的說來，任何一個不服從先驗規律的現象都是統計方法研究的適當主題。

1.3 平穩和非平穩問題

对于不随時間而改变性質的綫性工作系統（例如能用綫性常系数微分方程来分析地描述的系統），当其随机輸入和輸出属于所謂的平穩随机过程这一类时，目前已經建立起一个相当完善的方法体系，可以描繪它們并且求出它們之間的关系。其中采用了运算微积及諧和分析，得出了輸入和輸出在各个振蕩頻率上的譜分布之关系，并且能够迅速地計算出輸出誤差的統計指标。对于一个指定的系統，如何能够把輸出誤差減至尽可能小的問題，已經建立了多种的方法，而在許多的場合中，对于一个确定的任务总有办法先驗地求出綫性系統的最优形式以及系統的最优設計参数。

但是还有不少的系統問題，这些方法不够适用。尽管它們在数学上具有最大的完美性，但其所依賴的許多假設却常常不能得到滿足。就算姑且不談大多数系統在某种程度上均具有非綫性这一点，也經常会发现所論問題的統計特性在按某一規則随着時間而改变。这可能是由于系統的輸入数据在不断地改变性質，也可能是系統本身含有随時間变化的参数。比如在导弹控制問題中，可以預料，控制系統的一些参数以及所处理的数据都可能随着至目标物的距离而改变。反应特性随時間而变化的綫性系統可以称为非平穩的綫性系統，以区别于反应特性固定不变的平穩綫性系統。由于目前尚未有适用于非平穩綫性系統的諧和分析方法，或者至少还没有达到設計計算所需的形式，因而尽管是一个系統的綫性部分，采用上述的方法也常常未能进行全面的分析。

对于非平穩的綫性系統，倘若随机干扰的頻率相对于变数系数的改变率來說高出許多的話，通常总可以求出近似的展平性質。这时，系統在每瞬間的展平性質都可以用相应的常系数系統的展平性質来近似。然而，信号的頻率却常常与系数变化的頻率同属一个数量級，因而这种准靜态形式的分析方法不能用来分析信号傳輸的誤差。由此可見，使用分析方法在干扰的展平与信号的失真間尚无定量的折衷方案。

根据以上的討論我們可以看到，对許多系統的总体性能进行眞实分析时，我們都希望能有一个切实可行的統計方法以处理非平穩綫性系統对随机輸入的反应。书中有一部分內容就是想建立这种方法，并且通过研究仪器制造中的一些典型問題來說明这种方法之用处。

这些方法只在一定程度上是属于分析的；事实上，为了能够在实际中应用，这些方法在相当大的程度上依靠各种模拟和数字計算。虽然它們完全牺牲了数学上的完美性，但却似乎提出了使用机器以求解迄今未能使用直接分析方法解决的重要統計問題。书中提出的这些方法並沒有直接地談到求解这一类問題的办法，而只是建立了一些方法，凭借它們可以把許多系統設計的統計問題变换成适合于模拟計算的形式，或者适合于模拟計算与数字分析相結合的形式。

1.4 系統的质量指标

总的來說，目前的研究还只停留在分析方法而不是綜合方法上。除了維納(Wiener)的工作以及其推广以外，还没有发明一般性的方法能先驗地确定最优系統的特性。但是在实际問題中，更为困难的問題乃是我們很少有可能事先获知一个复杂控制系統中包含的数据之特性，除非等到这个系統在实际上已被造好并且經過測試之后才能获知。这种情况在工程上的实际原因是多方面的，除非是本質上极为簡單的控制問題，否則在未来相当长期內这种状况仍屬难免。因此尽管理論家能够告訴工程师对于一个給定的問題該設計怎樣的“最优”系統，然而工程师却常常不能不致力于研究实际系統的各种性質，数量众多的实际条件使得理論家至多也只能作一些参数的更动而已。

在这方面的工作中，目前大家都在致力于确定一个被称为**質量指标**的数字，以对系統工作的完善程度作定量的量度。如何对一个系統挑选合适的質量指标，在很大程度上取决于該系統的性質以及要求这个系統所起的作用。要想給出一个完整的規律是办

不到的；只有两个主要的条件：質量指标應該尽可能如实地反映其工作性能，而同时又應該是一个用現有方法可以計算得出的量。

对話音通信系統，一个适当的質量指标可以是在标准信号輸入时在輸出端信号功率对噪声功率的比。假定系統为綫性的，在获知輸入信号与噪声的頻率分布和系統的諸参数之后，就可以在实际上計算出这个比值来。当其他的条件相同时，我們可以想象高比值会比低比值能有更为良好的性能，因而这个指标和我們对于系統性能的直觉理解之間是有联系的。作更深入細致的研究时，也許还要計及信号的失真、随机选定的信号中各种頻率出現的概率、以及把系統輸出譯成意义时人耳和大脑的反应特性。由此可見一个質量指标可以是相当簡單的量，也可以是十分复杂的量或者是中等复杂程度的量。其最終的选定主要應該看采用的是什麼数据以及設計者認為需要对問題分析深入到什麼程度，同时也还要建立在工程判断上。

对一个火力控制系統，質量指标可以是在某种进攻与防守的战术条件下，一个目标物得以殘存的概率。另一个既簡單又易于計算的指标，是在一个指定的进攻期間对射击的均方誤差所作的時間平均值。对于一个飞机自动导航系統，例如盲目着陆的引导系統，其質量指标可以是在标准着陆時間着陆位置縱橫誤差的均方根值之一個指定的函数。

在以上的諸例中以及本书的其余各处，均方誤差都占有着重要的位置。对于服从所謂正态分布的随机量，全部的統計性質都可以根据其均方根值和平均值来求出。然而認為質量指标可以由均方根值来求出的一个更为根本的理由，乃是当一个随机量的其他統計性質实际上不能計算出来时其均方根值却可以求出。关于这一点在本书的后一部分中无疑将变得更为明显，然而却要強調指出，在設計分析問題中均方根誤差之广泛应用更重要的理由是由于它在計算上的方便，而不是这个准則的內在价值。

1.5 本书内容的安排

自然,对于时间随机函数的分析是扎根于概率理论上的。大部分所要讨论的问题都只要求对这个领域有一些粗浅的知识就够了,对随机过程的研究不少出色的工作都是以纯粹的直觉为基础。然而作者们却有一个感觉,这就是许多应用这一方面的知识以阐明工程问题的工作,都由于缺乏概率理论的适当基础而受到了阻碍。在研究如何把物理问题化为适于求解的分析型式方面,这一情况更为突出。由于这个原因,我们把第二章安置在对工程问题进行讨论之前,先扼要地介绍一些概率的基本概念。

我们并不认为如此简单地来叙述这一个主题是足够恰当的,同时也沒有认为它在提供基础知识方面就已经达到了目的。但在阐述基本原理方面我们是作了很大努力的,而且在本书后头一些部分也常常要引用这些原理,因此我们觉得这将对整体知识有全面的了解。初学的人在首次阅读本书时并不要他完全通晓第二章的内容。尽管由于本章篇幅有限,但我们还是希望读者在运用这些材料作进一步阅读和实际计算的参考时会对这个主题的基本各点融会贯通。

在第三章中我们几乎用同样的精神来处理时间随机函数的各种统计性质,在这一章中主要是讨论一些分析和描绘随机过程的方法,而把它在系统分析问题中的实际应用留到以后几章去讲。其中的某些部分或者也可以留到以后要用时才讲。不过如果在一开始便对随机过程的各种统计性质作一番系统的研究,则将来在研究到它们在系统分析方面的问题时就会感到大为方便。

第四章是把第二与第三章中的一些概念应用来研究散弹效应和广义高斯随机过程。这些高斯随机过程在文献中已被深入地研究过,而且它们也是目前少数搞清数学性质的随机过程。它们之显得特别重要,主要就是由于这个原因以及它们代表了某些自然现象的数学模型。由于对高斯过程的描述特别完善,因而就有可能应用这个模型去研究某些非线性问题。这一方面的材料较深一