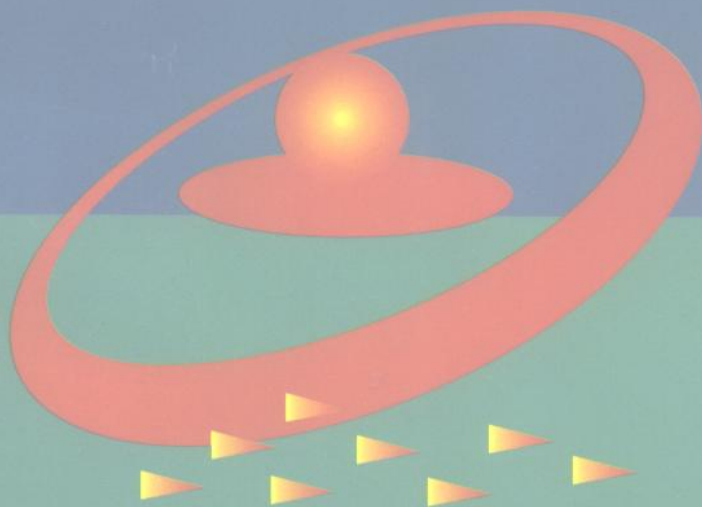




# 迭代学习控制理论

林 辉 王 林 著



TP13

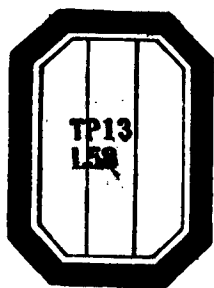
L58

447116

# 迭代学习控制理论

林 辉 王 林 著

西北工业大学出版基金资助出版



00447116

西北工业大学出版社

1998年10月 西安

(陕)新登字 009 号

【内容简介】 本书是一本比较系统的迭代学习控制理论方面的专著。在介绍了迭代学习控制原理后,给出了必要的数学基础。随后对迭代学习控制的收敛性问题、迭代学习速度分析及加速学习算法、迭代学习的鲁棒性问题、初值存在偏差时的学习收敛问题以及重复学习控制等问题作了较深入的分析,最后用一些例子展示了迭代学习控制的工程应用。

## 迭代学习控制理论

林 辉 王 林 著

责任编辑 郑永安

责任校对 樊 力

\*

©1998 西北工业大学出版社出版发行

(邮编: 710072 西安市友谊西路 127 号 电话: 8493844)

全国各地新华书店经销

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0932-0/TP·119

\*

开本: 850 毫米×1168 毫米 1/32

印张: 4.375 字数: 104 千字

1998 年 10 月第 1 版

1998 年 10 月第 1 次印刷

印数: 1—2 000 册

定价: 13.00 元

---

购买本社出版的图书,如有缺页、错页的,本社发行部负责调换。

## 序

我很高兴地得知《迭代学习控制理论》一书即将出版,该书是国内第一本关于迭代学习控制理论研究专著,它的出版丰富了自动控制理论内容,是对控制理论的贡献。迭代学习控制是自动控制理论中一门新兴的学科,其特点是控制器本身具有学习能力、学习算法简单、控制性能可以在控制过程中不断地改善,且对诸如非线性等困难的控制问题有着较好的效果。该书的特点是比较系统、全面、深入。作者的许多理论研究结果反映了当前迭代学习控制理论的成果,受到同行高度的评价,有些结果尚未公开发表。该书的另一个特点是文字简练,结构严谨,反映了作者的学风。

我期待着该书的出版在推动迭代学习控制理论与应用研究发展的同时也能对自动控制理论研究的其它分支起着积极的、启发式的或有价值的参考作用。

西北工业大学教授、校长

**戴冠中**

1998年5月

# 前 言

本书是研究迭代学习控制(Iterative Learning Control)理论的一本专著。迭代学习控制是本世纪80年代提出的一门新兴的自动控制理论,由于它的一些显著的优越性,在近十几年得到了较大的发展。其主要特点是对解决非线性等常规控制难以解决的困难问题有着独特的能力。其第二个显著的特点是控制算法非常简单,能以简单的迭代达到在线寻优的控制目的,且它的应用前景非常广阔,它将为模型参考自适应控制、变结构控制、解耦控制、非线性PID、最优控制以及机器人轨迹控制等多个应用领域提供一种新的方法。然而,迭代学习控制不仅仅是一种简单的控制方法,它是建立在严格的数学基础上的一门控制理论,其研究内容包括迭代学习控制的学习律、学习控制结构、不同学习律下的收敛性问题、鲁棒性问题、初值问题、学习收敛速度问题以及与重复控制关系等问题。本书首先介绍了迭代学习控制的原理以及本书所用的数学基础,然后阐述了作者对以上迭代学习控制各个理论问题的研究成果。虽然本书的重点是系统地介绍迭代学习控制的基本理论,而不对它的应用作较多的讨论,但作者还是期望本书能对迭代学习控制的理论研究和工程应用研究两方面都能起到推动作用,使这门学科更系统、更完善。

在本书的编写出版过程中,得到了许多朋友的帮助,特别是我的导师,西北工业大学校长戴冠中教授在百忙中审阅了全稿,并做序,在此深表谢意。同时欢迎广大读者对不妥之处批评指正。

著 者

1998年4月于西北工业大学

# 目 录

|                     |    |
|---------------------|----|
| 第一章 绪论              | 1  |
| 1.1 学习控制技术及发展概况     | 1  |
| 1.2 迭代学习控制研究内容及现状   | 3  |
| 1.3 本书各章简介          | 5  |
| 第二章 迭代学习控制原理        | 7  |
| 第三章 数学准备            | 10 |
| 3.1 泛函分析基础          | 10 |
| 3.2 几个主要数学定理        | 14 |
| 第四章 迭代学习控制收敛性       | 24 |
| 4.1 开环 P 型学习        | 24 |
| 4.2 开环 D 型学习        | 32 |
| 4.3 闭环 P 型学习        | 36 |
| 4.4 闭环 D 型学习        | 41 |
| 4.5 混合型学习           | 45 |
| 4.6 一类非线性系统的迭代学习收敛性 | 56 |
| 第五章 学习速度分析与加速学习算法   | 62 |
| 5.1 开环 P 型学习律学习速度分析 | 63 |
| 5.2 闭环学习律学习速度分析     | 72 |
| 5.3 加速学习算法          | 76 |

---

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 第六章 学习控制鲁棒性 .....          | 81  |
| 第七章 初值问题 .....             | 88  |
| 7.1 初值变化率趋于零的问题 .....      | 88  |
| 7.2 初值大偏差时加速学习算法的收敛性 ..... | 91  |
| 第八章 重复学习控制 .....           | 97  |
| 8.1 重复学习控制原理 .....         | 97  |
| 8.2 P型学习律重复学习过程时域分析 .....  | 99  |
| 8.3 D型重复学习过程时域分析 .....     | 108 |
| 第九章 工程应用例子 .....           | 112 |
| 展望 .....                   | 124 |
| 参考文献 .....                 | 126 |

# 第一章 绪 论

## 1.1 学习控制技术及发展概况

让控制器本身具有某种“智能”，使它在控制过程中能不断地完善自己，以使控制效果越来越好。这种具有“学习”能力的控制器一直是控制工程师们追求的目标。自从 Fu<sup>[60]</sup> 在 1970 年提出这种学习控制的概念后，对学习控制的研究一直很活跃。1973 年美国和日本以学习控制和智能控制为题召开了专题讨论会<sup>[61]</sup>，在 70 年代发表了大量有关学习控制和智能控制的文章。1977 年 Sattadis<sup>[62]</sup> 发表了他著名的专著“随机系统的自组织控制”，总结了这些理论成果。在此后的十几年间，学习控制技术随着与其相关的学科及应用领域，如计算机技术、人工智能及神经网络、机器人等的发展而发展。如今，智能控制已经在控制界中占有相当重要的地位。

智能控制大致可分为基于人工智能的和基于数学描述的两大类。前者以专家控制为代表。后者有如神经网络控制器<sup>[63]</sup>，基于小脑模型的联想记忆学习控制器<sup>[64]</sup>、迭代学习控制、重复学习控制及自动机等等。在基于数学描述的智能控制器中又可分为基于参数的和基于品质的两类。前者需要在线辨识被控对象的参数，如文献<sup>[62]</sup>中列举了多种学习算法。后者不需要辨识被控对象的参数，而是根据控制的效果，即“品质”来修正控制器。虽然有多种智能控制的方法，但应用比较成功的只有专家控制、人工神经网络控制器和迭代学习控制器。

迭代学习控制(Iterative Learning Control)是智能控制中具有严格数学描述的一个分支,它以极为简单的学习算法,在给定的时间区间上实现未知被控对象以任意精度跟踪一给定的期望轨迹这样一个复杂的问题。控制器在运行过程中不需要辨识系统的参数,属于基于品质的自学习控制。它特别适合于具有重复运行的场合。它的研究对诸如机器人那样有着非线性、强耦合、难以建模以及高精度轨迹控制要求的场合有着重要的意义(智能机器人高速高精度轨迹控制原理与方法研究被列为近年来我国高新技术研究发展纲要新概念新构思探索课题)。自从1984年Arimoto等人提出一种PID型的迭代学习控制算法<sup>[1,2]</sup>以来,大大地推进了迭代学习控制问题的研究。由于其控制器具有学习能力,其性能随控制运行次数的增加越来越好,从而使该方法迅速得到了控制界各位同仁的极大关注。首先是在80年代,由Arimoto与其同事们Kawamura, Miyazaki等人对开环的P型,PI型,PID型以及D型,PD型的学习算法的理论与应用做了大量的研究工作,取得了相当一批的理论成果,并取得了在机器人上应用的成功。其研究工作带动了当时国际学术界对迭代学习控制的研究。在连续几年的国际控制与决策大会上都发表了不少的研究成果。其代表性的成果是迭代学习过程收敛性的理论证明、鲁棒性研究、迭代学习控制律研究以及工程实际应用方法,这个阶段的研究基本是开环学习,且对被控对象作了较多的约束。例如初始状态必须在期望轨迹上,动态过程对控制 $u(t)$ 为线性等。在随后的研究中发展了学习控制的结构研究,例如出现了闭环学习控制研究,以及开、闭环结合形式。分析方法研究,如Z. Geng的二维分析方法,对被控对象的要求也放宽了。目前已在开、闭环学习方法,连续与离散PID学习算法的稳定性与收敛性的充分条件,学习控制的鲁棒性的研究上取得了不少的理论结果,并在诸如机器人控制的应用上取得了很大的成功。

## 1.2 迭代学习控制研究内容及现状

迭代学习控制研究的内容包括学习算法的稳定性与收敛性、学习速度、学习律及学习系统结构形式的研究,学习控制过程的鲁棒性、迭代学习控制的分析方法、初值问题、重复学习控制及迭代学习的应用方法。

学习算法的稳定性是保证学习控制能够运行的基本前提,它保证随着学习次数的增加,控制系统不发散。但对于学习控制系统而言,仅仅稳定是没有实际意义的,只有使学习过程收敛到真值,才能保证得到的控制为某种意义下最优的控制。学习稳定性与收敛性问题是研究当学习律与被控系统满足什么条件时迭代学习控制过程是稳定或收敛的。Arimoto 在最初提出 PID 型学习控制时<sup>[1,2]</sup>就已经对线性系统在 D 型学习律下的稳定与收敛条件作了证明。后来的许多学者将它逐步发展到其它类型的学习律与非线性系统上。其中的代表是 Hauser<sup>[7]</sup>,他将系统推广到较为一般的非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), t) + B(x(t), t)u(t) \\ y(t) = g(x(t), t) \end{cases}$$

对于更一般的状态方程,如

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

本书给出了迭代学习控制收敛条件。

学习速度对于各类学习系统而言都是一个重要的概念,但以前文献却很少有报导过有关迭代学习控制学习速度的研究。学习速度是研究迭代学习控制对给定的被控系统在各种不同的学习律下,系统的输出收敛到给定的性能指标与哪些因素有关,以期得到

最优的学习律和最佳的系统构成,以获得最快的收敛速度。

学习律与学习系统结构形式主要研究各种不同的迭代学习算法。如P型,D型,PID型学习算法,沿时间轴方向与沿学习迭代方向的学习算法或其组合形式的学习算法,以及其它形式的迭代学习算法。其学习系统的结构形式主要研究被控系统与学习控制器的构成形式,如开环学习和闭环学习,开闭环结合算法,以及其它形式的学习算法。

鲁棒性研究当系统存在不确定扰动、测量误差以及初始条件偏差时,在各种学习律下,被控系统迭代学习控制过程的稳定与收敛问题。鲁棒性 Arimoto 在 1984 年就提出来了<sup>[58]</sup>,且在后来又作了深入的研究。但基本上都是针对特定的对象分析,本书给出了一种非线性状态方程下的鲁棒性的理论结果。

迭代学习控制的分析方法研究诸如时域分析法、频域分析法、二维系统分析法等用于分析迭代学习控制过程的理论方法。

初值问题是指迭代学习控制过程收敛性与系统初始状态之间的关系。目前大多数研究的迭代学习控制都是假定系统的初始状态位于期望轨迹上才得出收敛条件,当初始状态不在期望轨迹上时,迭代学习控制能否收敛,本书给出了理论结果。

重复学习控制(Repetitive Learning Control)是迭代学习控制的一种特殊形式。它不是定义在某一时间区间上,而是在整个时间轴上运行。当期望输出为周期函数时,控制器在时间轴上每隔一个周期学习一次,而不必使系统回到初始条件下,以实现连续学习。重复学习控制由 Inoue<sup>[55]</sup>在 1981 年提出,后来经过许多学者的深入研究,在学习收敛性与学习律上有了很大的进展。人们都看到重复学习控制与迭代学习控制极为相似,其主要研究基本上还都是各种各样的P型学习,其分析方法也基本上属于频域分析法。

### 1.3 本书各章简介

本书对迭代学习控制理论进行了系统的研究。为了减少篇幅,首先在第三章集中推导并证明了在以后各章中要用到的数学工具。

第四章对迭代学习控制的收敛性作了深入的研究,针对各种不同的学习律,给出并严格证明了迭代学习控制收敛的充分必要条件。这里给出了其必要条件,且充分条件比已有的理论结果放松了。同时将P型学习算法推广到一般非线性状态方程情况下,指出当非线性方程满足一定条件时,迭代学习控制的收敛与状态方程的具体形式无关;并把学习律推广到闭环PID学习,把离散系统的学习律推广到更具一般意义的广义PID学习。

第五章给出了迭代学习控制的学习速度的概念与分析方法,以P型开环学习律为例深入地分析了影响学习速度的因素与提高迭代学习控制收敛速度的途径。该章的方法可用于第四章中各种学习律下的分析,在对收敛速度分析之后,研究了指数变增益的闭环P型,闭环D型加速学习算法,它将现有的迭代学习控制收敛的速度大大地提高了,是一种工程应用中很有价值的学习控制算法。

第六章讨论了学习控制的鲁棒性问题,以开环P型学习律为例,解决了在一般非线性状态方程时的鲁棒性问题。本章的方法同样可用于第四章中的各种学习律下的鲁棒性问题的分析。

第七章讨论了迭代学习控制的初值问题,目前常用的迭代学习算法均须假定被控对象在每次迭代学习控制时的初始状态必须位于期望轨迹上,否则不知道迭代学习控制过程能否收敛。该章指出,当初始状态不在期望轨迹上,但趋于某一确定点时,第四章中的各种学习算法仍然是收敛的,并以开环P型学习律为例给出了

收敛条件,同时给出在系统初值有大偏差时,闭环指数变增益学习律仍能保证控制收敛于真值的理论结果。

第八章讨论了重复控制问题,将时域分析方法引入重复控制的分析中,并将重复控制的学习律扩展到 D 型学习律并给出了收敛条件。

第九章给出了工程应用方法与实例。

## 第二章 迭代学习控制原理

设被控对象的动态过程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= f[t, x(t), u(t)] \\ y(t) &= g[t, x(t), u(t)] \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

其中  $x \in R^{n \times 1}$ ,  $y \in R^{m \times 1}$ ,  $u \in R^{r \times 1}$ ,  $f, g$  为相应维数的向量函数, 其结构与参数均未知。要求系统在时间  $t \in [0, T]$  内的输出  $y(t)$  跟踪期望输出  $y_d(t)$ 。假定期望控制  $u_d(t)$  存在, 即: 在给定状态初值  $x(0)$  下  $u_d(t)$  是式(2.1)当  $y(t) = y_d(t)$  的解存在, 则迭代学习控制的目标是通过多次重复的运行, 在一定的学习律下使  $u(t) \rightarrow u_d(t)$ ,  $y(t) \rightarrow y_d(t)$ 。在第  $k$  次运行时式(2.1)表示为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= f[t, x_k(t), u_k(t)] \\ y_k(t) &= g[t, x_k(t), u_k(t)] \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

输出误差为

$$e_k(t) = y_d(t) - y_k(t) \quad (2.3)$$

其中下标  $k$  表示第  $k$  次运行时的值。

设每次运行时的期望输出  $y_d(t)$  不变。迭代学习控制分为开环学习和闭环学习。开环PID型学习控制的方法是: 第  $k+1$  次的控制等于第  $k$  次控制再加上第  $k$  次输出误差的PID校正项, 即

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma_p e_k(t) + \Gamma_i \int_0^t e_k(s) ds + \Gamma_d \frac{de_k(t)}{dt} \quad (2.4)$$

其中  $\Gamma_p, \Gamma_i, \Gamma_d$  分别为PID学习增益矩阵。

开环PID学习控制的基本结构如图2.1所示。

更一般的开环学习律可以写成

$$u_{k+1}(t) = L[u_k(t), e_k(t)] \quad (2.5)$$

这里  $L$  是线性或非线性算子。

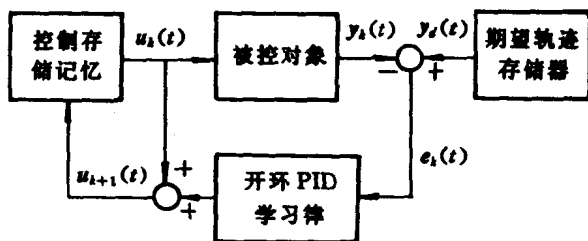


图 2.1 开环 PID 学习控制的基本结构

闭环 PID 学习策略是取第  $k+1$  次运行的误差作为学习的修正项, 即

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma_P e_{k+1}(t) + \Gamma_I \int_0^t e_{k+1}(s) ds + \Gamma_D \frac{de_{k+1}(t)}{dt} \quad (2.6)$$

闭环 PID 学习控制的基本结构如图 2.2 所示。

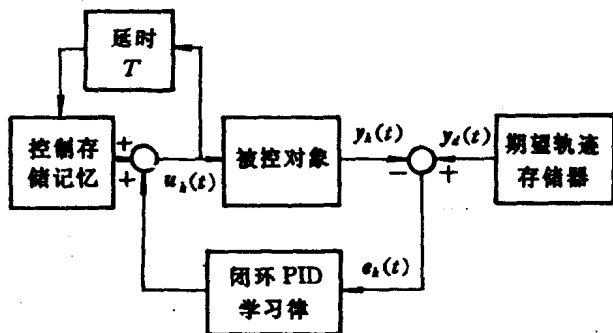


图 2.2 闭环 PID 迭代学习控制基本结构

同样可以有更一般的闭环学习律

$$u_{k+1}(t) = L[u_k(t), e_{k+1}(t)] \quad (2.7)$$

当系统为离散过程时,式(2.1)为

$$\left. \begin{aligned} x(i+1) &= f(i, x(i), u(i)) \\ y(i) &= g(i, x(i), u(i)) \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

同样,在第  $k$  次运行时可表示为

$$\left. \begin{aligned} x(i+1, k) &= f(i, x(i, k), u(i, k)) \\ y(i, k) &= g(i, x(i, k), u(i, k)) \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

输出误差为

$$e(i, k) = y_d(i) - y(i, k) \quad (2.10)$$

相应的开环和闭环 PID 学习律为

$$\begin{aligned} u(i+1, k+1) &= u(i+1, k) + \Gamma_P e(i+1, k) + \\ &\quad \Gamma_I \sum_{j=0}^{i+1} e(j, k) + \Gamma_D (e(i+1, k) - \\ &\quad e(i, k)) \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} u(i+1, k+1) &= u(i+1, k) + \Gamma_P e(i, k+1) + \\ &\quad \Gamma_I \sum_{j=0}^{j=i} e(j, k+1) + \Gamma_D (e(i, k+1) - \\ &\quad e(i-1, k+1)) \end{aligned} \quad (2.12)$$

同样也有开、闭环一般的学习律形式

$$u(i, k+1) = L[u(i, k), e(i, k)] \quad (2.13)$$

$$u(i, k+1) = L[u(i, k), e(i, k+1)] \quad (2.14)$$

这里  $L$  是线性或非线性算子。

迭代自学习控制问题是研究学习律、初始状态、期望输出、动态方程结构、参数、学习方法与学习收敛性、稳定性、鲁棒性及学习收敛速度的关系。学习目标是尽快地找到控制  $u(t)$ , 使输出误差趋于零。

## 第三章 数学准备

本章主要针对全书所要用到的有关数学知识(主要是泛函分析方面的知识)作一个概略性的介绍,其中有一些结论即使对于数学工作者来说也是新的。

### 3.1 泛函分析基础

**定义 3.1** 设  $X$  为一个集合,若在该集合上定义有两种运算,一个称为加法,记为“+”,一个称为数量乘法,记为“ $\cdot$ ”。加法和数量乘法的结果皆是  $X$  中的元素,且这两种运算满足如下规则:

- 1)  $\forall x, y \in X, x + y = y + x$
- 2)  $\forall x, y, z \in X, (x + y) + z = x + (y + z)$
- 3) 存在  $X$  中的一个元素,称为零元素,记为  $0$ ,使得  $\forall x \in X, x + 0 = 0 + x$
- 4)  $\forall x \in X$ , 存在  $X$  中的一个元素,称为  $x$  的负元,记为  $-x$ , 使得

$$x + (-x) = 0$$

$$5) \forall \text{ 两个数 } a, b, \forall x \in X, (a \cdot b) \cdot x = a \cdot (b \cdot x)$$

$$6) \forall \text{ 两个数 } a, b, \forall x \in X,$$

$$(a + b) \cdot x = a \cdot x + b \cdot x$$

$$7) \forall \text{ 数 } a, \forall x, y \in X,$$

$$a \cdot (x + y) = a \cdot x + a \cdot y$$

$$8) \forall x \in X, 1 \cdot x = x$$

则称  $X$  为线性空间,或向量空间。