

建筑力学的若干问题

W.E.米凯拉奇著

建筑工程出版社

建筑力学的若干問題

童岳生 刘志鴻 譯

建筑工业出版社出版

1956

內容提要 本書敘述構成綫性微分方程式的間斷積分（具有間斷導數）的理論，用這一理論來解決建築力學的邊界問題；推導出梁在任意荷重作用下的彎矩及切力的普遍公式；對連續梁和彈性地基梁的適用計算公式作了詳盡的闡述，並附有例題。

原本說明

書名 НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ СТРОИТЕЛЬНОЙ
МЕХАНИКИ

編著者 Ш. Е. Микеладзе

出版者 Государственное издательство
технико-теоретической литературы

出版地點及日期 Москва——1948——Ленинград

建築力學的若干問題

童岳生 鄧志鴻 譯

*

建築工程出版社出版（北京市阜成門外大街土廠）

（北京市書刊出版業營業許可證出字第362號）

建築工程出版社印刷廠印刷·新華書店發行

書 9477 25 50 斤字 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印張 9 $\frac{9}{16}$ 插頁

1956年10月第1版 1956年10月第1次印刷

印數：1-5,000冊 定價（19）1.80元

目 錄

前 言	6
第一章 弯矩及切力	7
第一節 若干名詞及符号	7
第二節 切 力	8
第三節 弯 矩	9
第四節 廣义的荷重强度及其对求弯矩和切力的应用	14
第二章 建筑力学的基本問題	19
第五節 概 述	19
第六節 变断面梁	24
第七節 剪切对挠度的影响	36
第八節 荷重 $q(x)$ 的形式为 x 的代数多項式	38
第九節 荷重 $m(x)$ 的形式为 x 的代数多項式	43
第十節 階梯形梁	45
第十一節 例 題	49
第十二節 梁的彈性綫普遍方程式中各个積分的近似計算	59
第十三節 等断面梁	62
第十四節 一端嵌固於牆內的梁	70
第十五節 兩端簡支的梁	73
第十六節 一端嵌固而他端鉸支的梁	75
第十七節 兩端嵌固的梁	78
第十八節 特殊的梁端固定情况	81
第十九節 懸臂梁的弯曲	82
第二十節 帶有支托的梁	84
第二十一節 感應綫	87
第三章 应用馬克劳林的廣义公式求挠度和轉角	89
第二十二節 应用馬克劳林的廣义公式來研究橫向弯曲的变形	89

第二十三節 階梯形梁的彈性綫普遍方程式	95
第四章 連續梁的計算	98
第二十四節 連續梁	98
第二十五節 支座弯矩的綫性代数方程組的解答	108
第二十六節 帶鉸的梁	111
第五章 微分方程式的間斷積分。对研究梁的弯曲的应用	114
第二十七節 間斷積分的建立。基本定理	114
第二十八節 由基本解答組轉化成标准基本解答組	119
第二十九節 梁的縱-橫向弯曲的計算	120
第三十節 受压的等断面連續梁	127
第三十一節 在軸向分佈荷重作用下变断面梁的彈性綫微分方程式	128
第三十二節 受压-弯的階梯形梁(作用着若干縱向压力)	130
第三十三節 受压-弯的变断面梁(作用着若干縱向压力)	133
第三十四節 連續彈性地基上的等断面梁	137
第三十五節 彈性地基上的無限剛性梁	147
第三十六節 無限長梁	149
第三十七節 彈性地基上的連續梁	158
第三十八節 剛度及基床系数成階梯形变化的梁	159
第三十九節 彈性地基上的变断面梁	163
第四十節 梁与地基的脱离	168
第四十一節 水平抵抗力的考慮	170
第四十二節 在軸向及橫向荷重作用下的彈性地基梁	170
第四十三節 彈性地基梁的感应綫	171
第六章 由直桿組成的平面框架	173
第四十四節 概 述	173
第四十五節 框架節点只有角变位的情况	179
第四十六節 節点有綫变位的情况	181
第四十七節 位於連續彈性地基上的框架	183
第七章 用三角級数求綫性微分方程式的積分	187
第四十八節 將積分展开成福里哀級数	187
第四十九節 彈性地基梁的縱-橫向弯曲	194

第五十節	彈性地基上受压-弯的連續梁	197
第五十一節	几种特殊情况。例題	198
第八章	積分方程式的应用	209
第五十二節	应用於綫性微分方程式	209
第五十三節	關於用逐次近似法解建筑力学問題的簡要說明	212
第五十四節	關於彈性地基梁的渥尔特拉型的新的積分方程式	214
第九章	計算变位及內力的有限差分法	217
第五十五節	对弯曲微分方程式進行積分計算的有限差分公式	217
第五十六節	弯曲的靜定情况	220
第五十七節	誤差的估計	229
第五十八節	撓度綫性代数方程組的解答	236
第五十九節	例題	239
第六十節	弯曲的超靜定情况	242
第六十一節	有限差分法的应用範圍	245
第六十二節	解受压(拉)-弯梁的微分方程式的有限差分法	246
第六十三節	解彈性地基梁微分方程式的有限差分法	247
第六十四節	用有限差分法來驗算解答	250
第六十五節	桿件穩定性問題的一般說明	251
第六十六節	一端自由而他端嵌固的桿件的穩定性	255
第六十七節	一端嵌固而他端簡支的桿件的穩定性	263
第六十八節	一端嵌固而他端可移动但不可轉动的桿件的穩定性	266
第六十九節	兩端嵌固的桿件的穩定性	269
第七十節	兩端鉸支的桿件的穩定性	271
第七十一節	当慣性矩 $J(x)$ 或者 $J', J'', J''', J^{(IV)}$ 中有一个導数具有第一类間断时的情况	273
第七十二節	对穩定性的某些問題的应用	287
第七十三節	關於元素为多項式的行列式的展开	288
第七十四節	桿件穩定性理論的补充說明	296
参考書籍		299
中外名詞对照表		304

建筑力学的若干問題

童岳生 刘志鴻 譯

建筑工业出版社出版

1956

內容提要 本書敘述構成綫性微分方程式的間斷積分（具有間斷導數）的理論，用這一理論來解決建築力學的邊界問題；推導出梁在任意荷重作用下的彎矩及切力的普遍公式；對連續梁和彈性地基梁的適用計算公式作了詳盡的闡述，並附有例題。

原本說明

書 名 НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ СТРОИТЕЛЬНОЙ
МЕХАНИКИ

編 著 者 Ш. Е. Микеладзе

出 版 者 Государственное издательство
технико-теоретической литературы

出版地點及日期 Москва——1948——Ленинград

建築力學的若干問題

童岳生 鄧志鴻 譯

*

建築工程出版社出版（北京市東城門外大街風土路）

（北京市書刊出版業營業許可證出字第062號）

建築工程出版社印刷廠印刷·新華書店發行

書 9477 25 印字 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印張 9 $\frac{9}{16}$ 插頁

1956年10月第1版 1956年10月第1次印刷

印數：1-5,000冊 定價（1956）1.80元

目 錄

前 言	6
第一章 弯矩及剪力	7
第一節 若干名詞及符号	7
第二節 切 力	8
第三節 弯 矩	9
第四節 廣义的荷重强度及其对求弯矩和切力的应用	14
第二章 建筑力学的基本問題	19
第五節 概 述	19
第六節 变断面梁	24
第七節 剪切对挠度的影响	36
第八節 荷重 $q(x)$ 的形式为 x 的代数多项式	38
第九節 荷重 $m(x)$ 的形式为 x 的代数多项式	43
第十節 階梯形梁	45
第十一節 例 題	49
第十二節 梁的彈性綫普遍方程式中各个積分的近似計算	59
第十三節 等断面梁	62
第十四節 一端嵌固於牆內的梁	70
第十五節 兩端簡支的梁	73
第十六節 一端嵌固而他端鉸支的梁	75
第十七節 兩端嵌固的梁	78
第十八節 特殊的梁端固定情况	81
第十九節 懸臂梁的弯曲	82
第二十節 帶有支托的梁	84
第二十一節 感應綫	87
第三章 应用馬克劳林的廣义公式求挠度和轉角	89
第二十二節 应用馬克劳林的廣义公式來研究橫向弯曲的变形	89

第二十三節 階梯形梁的彈性綫普遍方程式	95
第四章 連續梁的計算	98
第二十四節 連續梁	98
第二十五節 支座弯矩的綫性代数方程組的解答	108
第二十六節 帶鉸的梁	111
第五章 微分方程式的間斷積分。对研究梁的弯曲的应用	114
第二十七節 間斷積分的建立。基本定理	114
第二十八節 由基本解答組轉化成标准基本解答組	119
第二十九節 梁的縱-橫向弯曲的計算	120
第三十節 受压的等断面連續梁	127
第三十一節 在軸向分佈荷重作用下变断面梁的彈性綫微分方程式	128
第三十二節 受压-弯的階梯形梁(作用着若干縱向压力)	130
第三十三節 受压-弯的变断面梁(作用着若干縱向压力)	133
第三十四節 連續彈性地基上的等断面梁	137
第三十五節 彈性地基上的無限剛性梁	147
第三十六節 無限長梁	149
第三十七節 彈性地基上的連續梁	158
第三十八節 剛度及基床系数成階梯形变化的梁	159
第三十九節 彈性地基上的变断面梁	163
第四十節 梁与地基的脱离	168
第四十一節 水平抵抗力的考慮	170
第四十二節 在軸向及橫向荷重作用下的彈性地基梁	170
第四十三節 彈性地基梁的感应綫	171
第六章 由直桿組成的平面框架	173
第四十四節 概 述	173
第四十五節 框架節点只有角变位的情况	179
第四十六節 節点有綫变位的情况	181
第四十七節 位於連續彈性地基上的框架	183
第七章 用三角級数求綫性微分方程式的積分	187
第四十八節 將積分展开成福里哀級数	187
第四十九節 彈性地基梁的縱-橫向弯曲	194

第五十節	彈性地基上受压-弯的連續梁	197
第五十一節	几种特殊情况。例題	198
第八章	積分方程式的应用	209
第五十二節	应用於綫性微分方程式	209
第五十三節	關於用逐次近似法解建筑力学問題的簡要說明	212
第五十四節	關於彈性地基梁的涅尔特拉型的新的積分方程式	214
第九章	計算变位及內力的有限差分法	217
第五十五節	对弯曲微分方程式進行積分計算的有限差分公式	217
第五十六節	弯曲的靜定情况	220
第五十七節	誤差的估計	229
第五十八節	撓度綫性代数方程組的解答	236
第五十九節	例題	239
第六十節	弯曲的超靜定情况	242
第六十一節	有限差分法的应用範圍	245
第六十二節	解受压(拉)-弯梁的微分方程式的有限差分法	246
第六十三節	解彈性地基梁微分方程式的有限差分法	247
第六十四節	用有限差分法來驗算解答	250
第六十五節	桿件穩定性問題的一般說明	251
第六十六節	一端自由而他端嵌固的桿件的穩定性	255
第六十七節	一端嵌固而他端簡支的桿件的穩定性	263
第六十八節	一端嵌固而他端可移动但不可轉动的桿件的穩定性	266
第六十九節	兩端嵌固的桿件的穩定性	269
第七十節	兩端鉸支的桿件的穩定性	271
第七十一節	当慣性矩 $J(x)$ 或者 $J', J'', J''', J^{(IV)}$ 中有一个導数具有第一类間断时的情况	273
第七十二節	对穩定性的某些問題的应用	287
第七十三節	關於元素为多項式的行列式的展开	288
第七十四節	桿件穩定性理論的补充說明	296
参考書籍		299
中外名詞对照表		304

前 言

本書寫自 1942 年，於 1947 年完成，在書中敘述構成綫性微分方程式的間斷積分（具有間斷導數）的理論，用這個理論可以解決建築力學的邊界問題。本書中的材料主要是作者在各個科學雜誌上所曾發表過的論文，以及在格魯吉亞蘇維埃社會主義共和國科學院數學研究所專門研究班工作時的一些著作。

懂得微分學及積分學要素的讀者就能閱讀本書。唯一的例外可能是第七節、第七章和第八章，閱讀這几部分時，須預先知道斯梯里吉斯（Стильтьес）積分以及積分方程式的理論。假若讀者不了解這些，則上述章節可以不看，這對於往後的理解並無妨礙。

本書中的例題計算，是由格魯吉亞蘇維埃社會主義共和國科學院數學研究所計算員 Д.А. 金克拉奇（Кинкладзе）以及 Е.Н. 笛卡諾遂奇（Деканосидзе）在本人領導下所進行的，在此謹向他們表示謝意。

第比利斯

Ш. 米凱拉奇

1947 年 10 月 2 日

第一章

弯矩及切力

第一節 若干名詞及符号

弯矩及切力是我們经常会遇到的問題。在本章內將对任意荷重作用下的梁推導出其弯矩及切力的普遍公式，而 这些公式沿整个梁長均是正确的。圖 1 示一承受垂直荷重的水平直梁，同时荷重系作用在梁的一个主弯曲平面上(即对称面)。

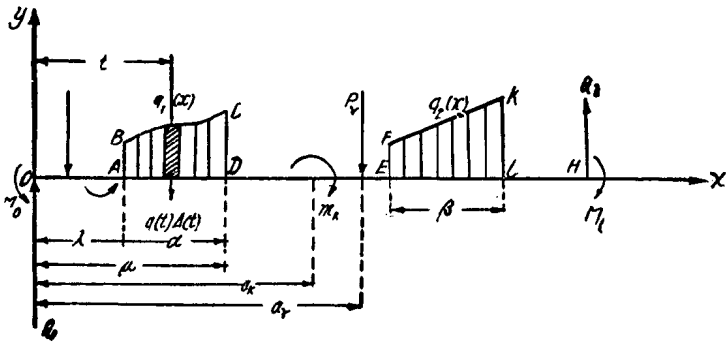


圖 1

設以某种方式將梁的兩端加以固定^①。取 梁左支座断面的重心为座标原点，以梁軸作为 x 軸，其方向自左向右，而 y 軸 垂直向上。为了普遍起見，令在梁上作用着各种負載情形的外力(荷重及 支座反作用)^②。

在开始推導計算梁的变形的基本公式之前，我們 先來求計算任意断面(离梁左支座断面的距离为 x)上弯矩 $M(x)$ 及切力 $Q(x)$

① 本書所譯“固定”一詞含義較廣泛，它包括沒有移动，或者既無移动又不轉动，前者为“鉸交”，后者为“嵌固”——譯者注。

② “支座反作用”一詞系包括“支座反力”及“支座反力矩”——譯者注。

的普遍公式。

以 Q_0 及 M_0 分別表示座标原点处的反力及反力矩,而以 Q_1 及 M_1 表示右支座的反力及反力矩,又以 $q(x)$ 表示分佈(一般为不均匀的分佈)荷重的强度。

在跨度的各个不同部分上,一般說來,荷重 $q(x)$ 是按各种不同的規則而变化着的。在圖 1 中 α 長度上的分佈荷重,其載荷綫 BC 是成曲綫形,在这一段長度上的强度 $q(x)$ 是以 $q_1(x)$ 來表示。在 β 長度上的荷重是按梯形規則而变化着,並且 $q(x)=q_2(x)$,而綫段 FK 即为其載荷綫。在所有其余各部分上沒有分佈荷重,載荷綫与座标橫軸相重合,而在这些部分上的荷重强度 $q(x)\equiv 0$ 。这样,對於圖 1 所示的分佈荷重,我們是以綫 OABCDEFGFKLH 作为其載荷綫。

在以后,我們是規定割棄梁的左面部分,这样, x 斷面上的弯矩 $M(x)$ 及切力 $Q(x)$ 就分別等於在該断面以左各个力的力矩总和以及各个力的合力。

第二節 切 力

要計算在梁 x 斷面上的切力 (x 为該断面至梁左支座断面的距离),則应求出在这个断面以左所有作用外力的代数和。当然,反力 Q_0 也应包括在上述外力之內。關於力的方向是以上者为正。为了考慮作用在所研究梁段上的强度为 $q(x)$ 的分佈荷重,我們將这段分成为一些 Δx 的小段,並用各單元荷重 $q(x)\Delta x$ 的总和來代替分佈荷重,这無数个無限小的集中荷重 $q(x)\Delta x$,当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时,其总和的極限就是分佈荷重。很顯然,對於从 0 到 x 这一段梁中的各个部分, $q(x)$ 一般是具有不同的解析式(第一節)。

最后,對於計算 x 斷面上的切力,我們得到公式:

$$Q(x) = Q_0 + \sum_{\nu} P_{\nu} + \int_0^x q(t) dt, \quad (1)$$

式中 $\sum_{\nu} P_{\nu}$ 系在被割棄的梁的左面部分上所有集中外力的总和,

而 Q_0 是支座反力。

第三節 弯 矩

要計算在梁 x 斷面上的彎矩 (x 為該斷面至梁左支座斷面的距離), 我們應該找出所有左面諸力對於 x 斷面中和軸的力矩總和。當然, 在上述力矩中應該包括反力矩 M_0 以及左支座上的集中力矩 m_0 (如果它是作用着的話)。關於彎矩的方向是以順時針者為正。

彎矩是由下列各值所組成: 集中力矩的總和、由集中力所產生的力矩總和以及由分佈荷重所產生的力矩總和。

例如, 假若在所考察的 x 斷面以左, 在各集中力之中有一個力 P_v , 其作用點離開左支座的距離為 a_v , 那末在 x 斷面上由於 P_v 力所產生的力矩是等於 $P_v(x - a_v)$ 。

計算由於分佈荷重所產生的彎矩是要複雜一些。例如, 讓我們來計算作用在 α 長度上的分佈荷重所產生的彎矩 (圖 1)。我們以 λ 和 $\mu = \lambda + \alpha$ 來分別表示這個荷重的左端及右端至座標原點的距離。將 α 分成若干段, 每段長度為 Δt , 並用各單元分佈荷重 (力) $q(t)\Delta t$ 的總和來代替分佈荷重。我們規定對於每一段是取其左邊的 $q(t)$ 作為強度。數值 $q(t)\Delta t$ 就是在 Δt 段上所構成的矩形面積, 而所有這些矩形面積的總和即為 α 長度上載荷面積的近似值。

對於在 0 與 λ 範圍內的梁斷面來說, 由上述分佈荷重所產生的彎矩等於零。當 x 在 λ 和 μ 之間時, 這力矩等於:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum (x-t)q(t)\Delta t = \int_{\lambda}^x (x-t)q(t)dt.$$

在斷面 $x = \mu$ 上, 由於分佈荷重所產生的彎矩等於:

$$\int_{\lambda}^{\mu} (\mu-t)q(t)dt;$$

最後, 當 $x > \mu$ 時, 它等於:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum (x-t)q(t)\Delta t = \int_{\lambda}^{\mu} (x-t)q(t)dt,$$

式中 $q(t)$ 是在 α 長度上的荷重強度。很顯然，只要 x 是位於這一荷重的右端及下一個（最近的）分佈荷重的左端之間，則上述最后的一个積分就是表示由所研究的分佈荷重所產生的彎矩。如果僅是在梁的 α 長度上作用着一個分佈荷重，那末當 $\mu \leq x \leq l$ 時（ l 為梁長），由這個荷重所產生的彎矩仍舊等於：

$$\int_{\lambda}^{\mu} (x-t)q(t)dt.$$

現在我們要注意，對位於第一個分佈荷重右端與下一個分佈荷重左端之間的任意一個梁的斷面，積分

$$\int_{\mu}^x (x-t)q(t)dt$$

是等於零，這是因為對這一段來說，荷重強度 $q(t) \equiv 0$ 。同樣積分

$$\int_0^{\lambda} (x-t)q(t)dt$$

亦是等於零，這是在梁的左支座斷面與第一個分佈荷重左端之間 $q(t) \equiv 0$ 。

因此，對位於梁的左支座斷面與第二個分佈荷重左端之間的任一斷面 x ，其彎矩就是等於下面的積分：

$$\int_0^x (x-t)q(t)dt.$$

很容易看出，不管在梁上作用着多少個斷續的分佈荷重，這個積分就是表示在任一個距離梁左支座為 x 處的斷面上的彎矩。只是在斷續的分佈荷重情況下，當計算積分時，必須將積分區間 $(0, x)$ 分成如此几部分，使在每個部分區間內強度 $q(x)$ 是連續的；然

后按这些部分区間進行積分,並將各結果加在一起,而在对各部分区間進行積分時是以相应於積分区間的强度作为 $q(x)$ 。很顯然,在所有積分式中,不管它們是对应於左面諸荷重中的那一个, x 总是指的同样一个数值,它就是我們所研究的断面至座标原点的距离。

根据以上所述,在 x 断面上由於左面荷重所產生的力矩为:

$$M(x) = M_0 + xQ_0 + \sum_k m_k + \sum_p P_p(x - a_p) + \int_0^x (x-t)q(t)dt. \quad (2)$$

式中 $\sum_k m_k$ 是梁的被割棄部分上所有外集中力矩的总和。

这个弯矩的表达式对整个梁長均屬有效,这就是說:这个表达式可以称之为弯矩的普遍公式。用來推導公式(2)的概念並不是什么新的概念,因此,關於其來源僅作了簡單的引証。然而,当断面 x 是位於右支座与分佈荷重右端之間时,則現有的推導一般並不說明公式(2)的正确性^①。

当計算弯矩时,常常以各單元荷重的总和來代替分佈荷重,这总和就是分佈荷重的靜力等值。这种代替是假想以一个集中力來代替單元荷重,这集中力是作用在以 Δt 为底的單元載荷面積的重心上,因此一般僅對於 Δt 值很小时,这种代替才可被証实是正确的。由下式求得的结果可作为弯矩的近似值

$$\sum (x-t)q(t)\Delta t,$$

式中 t 系梁的左支座断面与 Δt (Δt 为單元載荷面積的底)的左边緣点之間的距离。这个 t 乃是从 y 軸至所研究的單元載荷面積重心这一距离的近似值。

值得研究一下:上面所進行的以靜力等值荷重來代替分佈荷重,其對於精确性的影响如何?又总和

① 見参考書籍[1]第10及18頁。