



由投影重建图象

CT 的理论基础

〔美〕 G. T. 赫尔曼 著

科学出版社

由投影重建图象

CT 的理论基础

〔美〕G. T. 赫尔曼 著

严洪范 等 译

李叔梁 校

科学出版社

1985

内 容 简 介

本书是CT(计算机断层扫描仪)的基础理论著作,主要讨论CT的数据采集、图象重建和图象显示问题。作者着重描述了图象重建的基本方法,详细比较了各种重建算法,最后还讨论了三维图象的重建和显示。

本书是作者从事CT工作十多年来的经验总结,全书共分十六章,已作为美国纽约州立大学计算机科学系教材使用多年。

本书读者对象:从事CT工作的人员,模式识别和图象处理工作者,大学计算机系师生及计算机应用工作者。

Gabor T. Herman

IMAGE RECONSTRUCTION FROM PROJECTIONS

The Fundamentals of Computerized Tomography

Academic Press, INC, 1980

由投影重建图象

CT的理论基础

[美] G. T. 赫尔曼 著

严洪范 等 译

李叔梁 校

责任编辑 范铁夫 乐嘉敏

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1985年3月第一版 开本:850×1168 1/32

1985年3月第一次印刷 印张:10 7/8

印数:0001—5,200 字数:281,000

统一书号:15031·638

本社书号:3856·15—8

定价: 3.05 元

译 者 的 话

图象重建是图象处理的一个重要分支,它已广泛应用于各种科学和技术领域,尤其是突出地应用在计算机断层扫描仪(CT)之中。CT是一种新颖的医疗仪器,为诊断疑难疾病提供了一种无损害诊断的极好办法,是计算机应用于图象处理的一个成功范例,CT的发明者豪斯费尔德(G. N. Hounsfield)和柯马克(A. M. Cormack)获得了一九七九年诺贝尔医学奖金。

本书是CT的基础理论书籍,是美国高等学校中使用的毕业班两学期引导性课程的教材。全书共分十六章,着重讨论如何实现CT的数据采集、图象重建和图象显示问题。作者不但注意讨论CT的具体实现和实际应用方面的问题,而且更着重于描述图象重建的方法,比较各种图象重建的算法。最后还讨论了图象的三维重建和三维显示问题。

参加本书翻译工作的有上海市计算技术研究所严洪范(作者序,教学大纲,第一章,第六章至第十一章)、熊明光(第二章至第四章)、楼璐(第十二章,第十三章和第十六章)、叶文龙(第五章)和清华大学无线电电子学系李叔梁(第十四章和第十五章)。全书由严洪范同志初审,最后由李叔梁同志总校。

译文中难免存在错误和不当之处,敬请读者批评指正。

序

由投影重建图象的问题已经独立地出现在很多科学领域。在医学上,问题的一种重要方式是从多个X线投影值获得人体内部的密度分布。这个过程被称为计算机断层扫描(CT)。在过去十年中,已经引起了诊断放射学的革命。计算机断层扫描工作获得了1979年诺贝尔医学奖金。

本书致力于这个领域的基础工作,它的论题是CT实践中关于数据采集、图象重建和图象显示方面的计算过程和数学过程。本书是从专业人员的角度进行撰写的,对实现问题 and 应用问题进行了仔细的讨论和说明。本书主要强调的是重建方法,并对这些方法作了完整的论述。

在概述了各种应用领域之后(从射电天文学到电子显微术),本书还相当详细地讨论了X线CT的领域,包括重建算法的分类和透彻的讨论以及与结果显示有关的计算问题的处理。对所有的数学概念和结论都详细地进行了讲述,为了确保表达的通顺流畅,本书在正文中对它们未加证明,这些结论最重要的证明在最后一章提供。

本书是毕业班两学期引导性课程的教材。在过去三年中,作者已经在伯弗洛(Buffalo)纽约州立大学计算机科学系讲授过。为了使一本引导性的教科书有可能不断更新,该教材已经反复地作了修改。现在这门课程所用的教学大纲,遵循着这篇前言,使其在大纲和目录之间能较完满地衔接起来。

本书的论题在医学、工程和科学的很多领域内都有深远的价值。我们试图仔细地引入所有的、但大部分是众所周知的概念,这样,本书对于具有不同基础的读者都是有益的。

本书每章末尾有一节“注解和参考文献”,这些内容并不打算

对该章的论题提供一个完整的历史资料，而常常是介绍一下该章所依据的直接资料，有时，也给些较早期的参考文献和这个领域中现在的著作，但是一般不提及这两者之间的文献。书末所列参考文献表再也不会比这更多了，但是，我们不想使它成为这个领域的文献目录。

作者十年前就在由投影重建图象的领域开始工作。那个时候，在这个题目方面仅有少量文章发表，并且刊登在适用于不同领域的杂志中，也不知道和其他工作的联系。甚至三年前，在开始认真编写本书时，还能用 400 页以内的篇幅把这个领域作一个透彻的综述。研究工作的进展比作者写得更快，本书作为一本引导性的教科书交给读者，在科学史上，它确实代表了最有爆炸性的和最令人振奋的边缘学科的进展之一。

两个学期图象重建课程的教学大纲

I. 数 据 采 集

如何在诸如电子显微术、射电天文学和核医学等各种不同的学科和医学领域中得到投影数据，特别是把重点放在X线透射数据上。把测量值看作是线积分或带积分。在实验测量中噪声的性质：光子噪声、散射和射束硬化等。数据的预处理以减少噪声的影响、数据拟合、内插和平滑。

II. 重 建 算 法

雷当变换，雷当求逆公式，在雷当求逆公式中奇异积分的正则化和正则化积分的数值计算。傅里叶变换，投影定理，卷积，采样和混迭，离散傅里叶变换和快速傅里叶变换。卷积重建法和傅里叶空间内插重建法，在这些方法中滤波和内插的作用。

基函数，将图象映射为有限维向量，使用级数展开法。重建问题作为有限维向量空间的一个最优化问题，被最优化的函数。范数，广义求逆，最小二乘解，最大熵解和最大似然估计。在图象重建中的理查逊算法和它的变形。迭代松弛法。

各种重建法的评比：在理想环境下的精度，噪声放大，计算上的耗费和通用性。

III. 计 算 机 技 术

大型程序设计系统(SNARK)的设计和维护以及图象重建用的数据库。SNARK在设计、实现和评价重建算法中的应用。

重建结果的显示和分析：二维与三维显示的比较，彩色和黑白的比较，动态和稳态的比较。显示中的内插。边缘和表面的检测，三维表面的显示。

IV. 应 用

CT X 射线扫描器，正电子扫描器，月蚀，对称病毒结构，动态分析，心、肺功能显示等。

目 录

第一章 绪论	1
1.1 由投影重建图象	1
1.2 概率和随机变量	19
注解和参考文献	23
第二章 CT 过程概述	25
2.1 我们试图干什么?	25
2.2 传统的断层扫描	27
2.3 CT 的数据采集	31
2.4 体素、像素和 CT 数	32
2.5 多色问题	34
2.6 重建算法	35
注解和参考文献	37
第三章 CT 中与数据采集有关的物理问题	39
3.1 光子统计	39
3.2 射束硬化	44
3.3 其他的误差来源	47
3.4 扫描方式	50
注解和参考文献	53
第四章 CT 中数据采集的计算机模拟	55
4.1 图象和数字化	55
4.2 模型的产生	56
4.3 头部模型	58
4.4 射线和的产生	61
注解和参考文献	63
第五章 在不同假设下头部模型的数据采集和重建	64

5.1	图象比较的方法	64
5.2	精确数据的重建	66
5.3	光子统计的影响	71
5.4	射束硬化的影响	75
5.5	检测器宽度和散射的影响	82
5.6	不同扫描方式的模拟	86
	注解和参考文献	89
第六章	重建算法的基本概念	90
6.1	问题的陈述	90
6.2	变换方法	96
6.3	级数展开法	99
6.4	最优化准则	102
6.5	计算效率	108
	注解和参考文献	109
第七章	反投影	111
7.1	连续反投影	111
7.2	反投影算子的实现	113
7.3	离散反投影	117
	注解和参考文献	119
第八章	平行束的卷积法	121
8.1	卷积、希尔伯特变换和正则化	121
8.2	卷积法的推导	127
8.3	卷积法的实现	130
8.4	傅里叶变换	133
8.5	采样和内插	136
8.6	卷积函数和内插函数的选择	139
8.7	为什么如此普遍?	149
	注解和参考文献	150
第九章	平行束的其他变换方法	152
9.1	二维傅里叶变换	152

9.2	傅里叶重建法	154
9.3	ρ 滤波法	162
	注解和参考文献	165
第十章	发散束的卷积法	167
10.1	发散束的卷积算法	167
10.2	卷积函数的选择	171
10.3	点响应函数	173
10.4	噪声的重建	177
10.5	重排	179
10.6	标准投影数据重建结果的比较	180
	注解和参考文献	186
第十一章	代数重建法	187
11.1	什么是代数重建法 (ART)	187
11.2	求解不等式和等式系的松弛法	190
11.3	加法代数重建法	196
11.4	技巧	201
11.5	代数重建法的效能	205
	注解和参考文献	211
第十二章	二次最优化方法	215
12.1	数学基础	215
12.2	求解方程系的理查逊方法	219
12.3	平滑矩阵	223
12.4	图象重建的理查逊方法的实现	226
12.5	理查逊方法的实际使用	227
	注解和参考文献	232
第十三章	非迭代级数展开法	234
13.1	环行调和解	234
13.2	多项式分解	241
13.3	非迭代级数展开法的实现	246
	注解和参考文献	250

第十四章 真实的三维重建	252
14.1 三维级数展开	252
14.2 对特殊几何结构求解正规方程	255
14.3 动态改变的三维模型及它们的投影的产生	262
14.4 根据贝叶斯最优估计的三维算法	268
14.5 一个示范	270
注解和参考文献	276
第十五章 器官的三维显示	278
15.1 基本方法	278
15.2 边界检测	280
15.3 隐表面的消除	285
15.4 阴影	288
15.5 实验结果	289
注解和参考文献	295
第十六章 数学基础	296
16.1 线性衰减系数的量纲	296
16.2 相对线性衰减系数的线积分	297
16.3 雷当求逆公式	298
16.4 一幅图象不能由它的有限个观察方位图唯一地确定	303
16.5 光子统计的分析	305
16.6 多色射线和的积分表达式	308
16.7 正则化定理的证明	309
16.8 不等式松弛法的收敛性	313
注解和参考文献	316
参考文献	318
汉英名词对照索引	327

第一章 绪 论

本章讨论本书所讲述的一些方法，这些方法适用于许多不同的科学领域。同时，也引进某些统计概念，这些概念对于更好地理解后面的章节是很有帮助的。

1.1 由投影重建图象

由投影进行图象重建的问题，过去二十五年中反复地出现在很多科学、医学和技术领域中。应用的范围之广令人吃惊。一方面，用电子显微镜得来的数据重建出噬菌体的分子结构；另一方面，利用送往地球大气层外的火箭所采集的数据重建出超新残星 (supernova remnant) 的 X 射线结构。这些应用以及很多其他在本书中将被提到的应用看来似乎是各不相同的，但他们有着共同的数学基础和计算基础。本书的目的就是讨论这些基础。

在所有这些应用中，世界上影响最大的应用也许是在诊断医学方面：计算机断层扫描 (CT) 的出现，已经引起了放射医学上的革命。穿过人体横截面沿着许多直线由测量到的 X 射线衰减的数据重建出人体横截面上的图象来。这本书的大多数内容，以 CT 作为主体，提出问题，寻求解答。因此，本节谈及 CT 甚少，主要介绍其他领域的多种应用。

我们从一个简单的人为假设的问题开始，说明一些基本思想。虽然这个问题的解决并不知道其实际用途，但这个问题与天文学中的实际问题(下面将要提到)很相似，对于由投影重建出图象的所有其他应用来讲，它的基本构造是共同的。

假设有一块包含某些光源的矩形区域。一个简单的例子是电视屏幕显示一个静止图片。假设我们还有一个“检测器”，它能测量

图片光线的总强度。当然,它不会帮助我们记录图片的细节。获得细节的一种方法是做一个“准直器”,即在非透明物质薄片上割一个小方孔。如果将准直器放在图片前面,检测器仅能测量到小方孔后那个小区域的透射光。以离散步距移动小孔扫过图片,并测量各个时刻的透射光强度,我们就能建立图片的图象。图象由小的方形区域合成,而且区域的亮度与原始图片在相应区域的平均强度成正比。我们可以移动准直器,使得小方区域互相连接,并覆盖整个图片。这样,倘若准直器足够小,那末所得到的图象(本书中以后称为图片的数字化)与原图片相似。这一点可用图 1.1 加以说明。



图 1.1 同一图片的三个不同的数字化结果

(a) 243×243 数字化结果; (b) 81×81 数字化结果; (c) 27×27 数字化结果

现在假设我们没有能力在不透光的薄片上割成小方孔,那末看来我们似乎不能产生图片的图象。但是,由投影进行图象重建是可以帮助解决这个问题的。现在,我们就这个问题来说明“取投影”和“重建”的过程。

在本例中,取投影的过程是沿固定方向以小的离散步长移动不透光薄片,扫过整个图片。在每次移动之后,我们用检测器测量图片未覆盖部分的光的总强度。如果从任一时刻总强度的测量值中减去前一时刻总强度的测量值,我们就得到已知位置的一组平行相邻窄带的每一窄带中光的总强度(参看图 1.2)。如果重复这一过程,使不透光薄片沿着不同方向移动,我们就能得到已知位置的另外一组平行相邻窄带的每一窄带中光的总强度。于是,我们沿着这些窄带的中心线以带宽除窄带区域中的总亮度,并对亮度

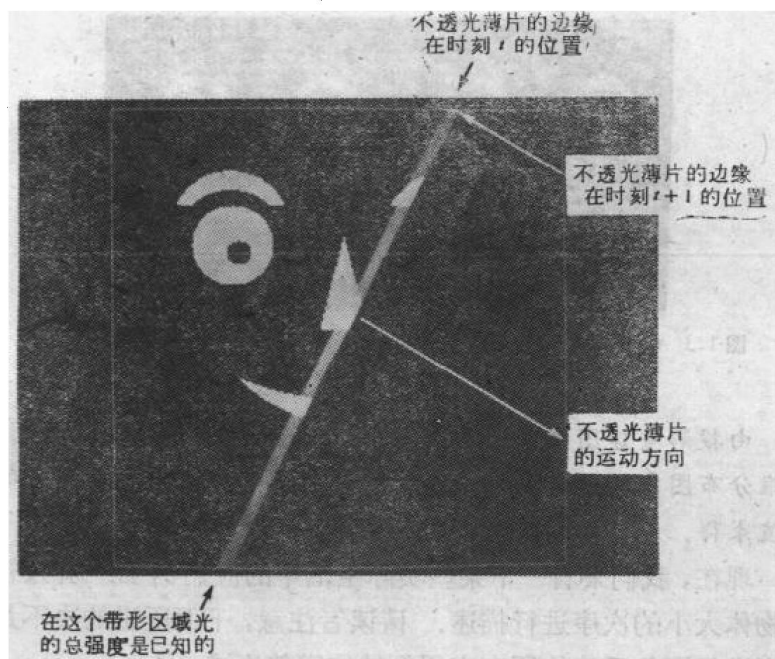


图 1.2 取投影的过程。用带宽除窄带区域总亮度来估算亮度沿窄带(半照明区)中心线的积分值

估算出线积分。重复这个过程(例如,以每次 2° 的间隔移动不透光薄片的方位,共重复进行 90 次),我们得到很多组测量值。所估算的每一组线积分值被称为投影(原因以后会清楚的),所有这些被估算的线积分值称之为投影数据。

重建过程是由图片的投影数据产生图片的图象。怎样进行重建是本书的主要课题,这里不再多谈。图 1.3 是 81×81 图象数字化结果和由 90 个投影值重建出来的 81×81 图象结果的比较,并且每个投影有 121 个线积分的估算值。

这个例子说明了下一节所给出的非正式的定义。但并不是所有属于“由投影重建图象”标题下的都能用这个非正式定义来概括(例如,第十四章,我们将讨论三维图象重建),对于本书大部分所遍及的图象重建问题,这个非正式的定义相当好地表明了我们的意思。

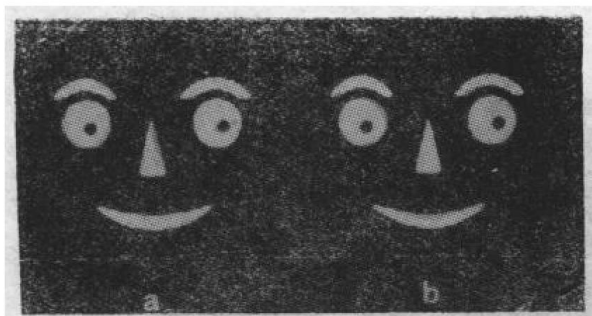


图 1.3 (a) 81×81 图片的数字化结果; (b) 81×81 重建结果, 它由 90 个投影值求得, 且每个投影具有 121 个测量值

由投影重建图象的问题是一个产生(通常有某种物理性质的)二维分布图象的过程, 它由已知位置的有限根线条的线积分的估算值求得。

现在, 我们来看一下某些实际生活中的应用例子。并按被重建物体大小的次序进行描述。请读者注意, 下面所讲的决不是由投影进行图象重建的所有应用领域的完整论述。

实际上, 前面人为假设的一个简单例子接近于天文物理中的问题。有一些仪器用来测量空中射电源的亮度分布, 但是这些射电源分辨率太低, 以至于不能提供天文物理学家所需要找寻的数据。可是, 如果月亮沿着人们感兴趣的空间范围运动, 那末它的作用和前面人为假设的例子中的不透光薄片是相似的。月亮在空中的轨迹方向天天改变, 给我们提供许多投影, 在这一领域中可以看作是月蚀观察所得到的侧面图。根据这种观察值我们能够重建射电源的二维亮度分布图。

我们更加详细地讨论在天文物理学中的进一步应用。假设我们感兴趣的是重建一个天文物体(例如一个超新残星)的 X 射线的结构图。一种方法是发射火箭到大气层外, 收集天空中 X 射线表面亮度的投影。图 1.4 展示了微拉 (Vela) 超新残星所用的测量仪器。图 1.5 画出了火箭穿过天空的路径。当火箭飞行时, 它同时收集两个投影数据。在图 1.5 的各点上, 我们用经过该点的两根线上的 X 射线亮度的线积分估算值作为收集的数据, 那两根线

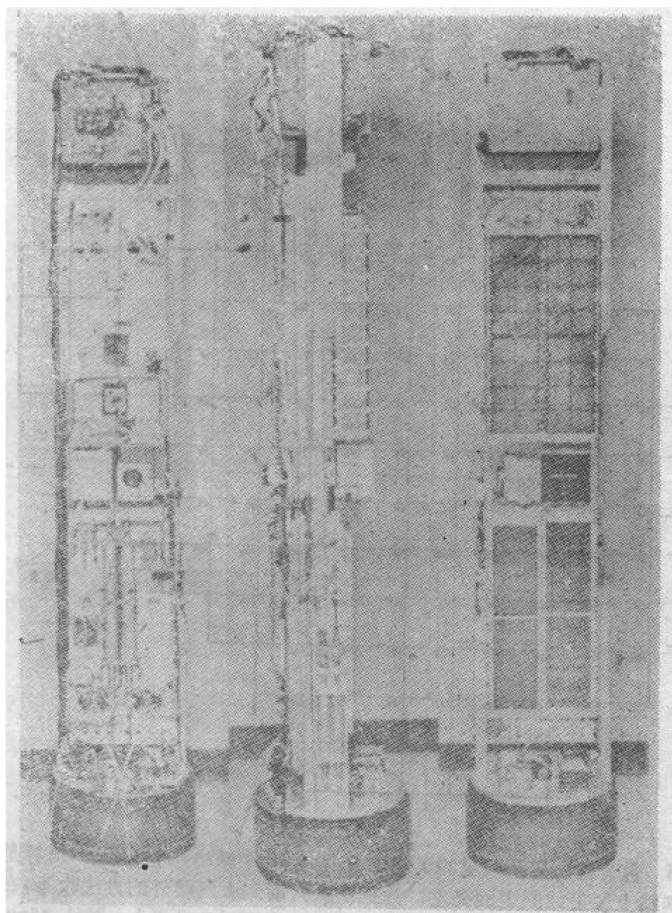


图 1.4 测量微拉超新残星的投影用的仪器的三个侧视图
(本图由 G. P. Garmire 博士提供)

和路径的夹角为 45° ，并且相交于该点。因此，图 1.5 中画出的五条路径给我们提供了 10 个投影，被重建的 X 射线亮度图象示于图 1.6，叠加在微拉超新残星的紫外线照片上。

离地球较近的地方，在太阳物理中已经发现由投影重建图象也是很有意义的。太阳日冕是一个三维物体。有些仪器可测量沿视线总的(累计的)电子密度。利用这种仪器，我们可以产生一幅二维图象，并且在这幅图象中任意一点的亮度与一组平行线束