金属的弹性各向异性

陈洪荪 编著

冶金工业出版社

金属的弹性各向异性

陈洪荪　编著

北　　京
冶　金　工　业　出　版　社
1996

图书在版编目（CIP）数据
金属的弹性各向异性/陈洪荪编著．-北京：冶金工业出版社，1996.7
ISBN　7-5024-1872-5

Ⅰ．金…　Ⅱ．陈…　Ⅲ．金属-各向异性，弹性　Ⅳ．TG11.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字（96）第 07033 号

出版人　卿启云（北京沙滩嵩祝院北巷 39 号，邮编 100009）
利森达印务有限公司印刷；冶金工业出版社发行；各地新华书店经销
1996 年 7 月第 1 版，1996 年 7 月第 1 次印刷
787mm×1092mm　1/32；8 印张；177 千字；247 页；1-900 册
15.00 元

序

这是一本关于金属弹性各向异性的小册子。书中介绍了这一领域的基本理论、方法、某些研究成果以及作者的一些工作，可供感兴趣的科学技术人员参考。

各向异性是材料科学中的一个传统领域。晶体是各向异性的，它的性能取向分布具有严格的对称性；大量通用的多晶金属材料，由于存在晶粒的择优取向，也有着一定的各向异性；新型的复合材料，更是借助某种设计和工艺，使之具有人们所要求的性能分布。随着材料科学的发展，各向异性问题日益突出和重要，内容也更趋丰富。作者多年从事金属材料物理性能的检测与研究工作，近十余年，涉及了金属材料的各向异性，尤其是弹性各向异性问题，并对此发生了浓厚的兴趣，查阅了不少国内外书籍、文献，也作了一些实际研究工作，这本小册子就是在这些学习和工作基础上整理出来的。

本书所包含的几部分内容，原本属于不同的学科：晶体物理、金属物理、复合材料力学。很少见到以“各向异性”为主题而将几种不同类别的材料从横向串起来的书籍，因而时感不便。作者趁工作之便，涉及到这几类材料，并按同一思路整理了这本小册子，希望能给有关科技人员提供一点方便。正由于所包含的几部分内容原属不同的学科，在专业术语、符号等方面各不相同，有各自约定俗成的规则，作者不便擅自更改，因而难免仍有不够协调的感觉，只有请读者谅解了。

西北有色金属研究院的韩录斌、王树谦、尤世武、马琳、

胡幼芬、吕雨红以及北京大学的张金铎、施永鉴等参与了作者的一些研究工作，提供了有关的实验资料，在此谨表谢意。

西北有色金属研究院　　陈洪荪

1996 年 2 月

目　录

绪　　论

一、物质的特性参量

世界是由运动的物质组成的。物质的运动有各种形式，如：机械的、热的、电的、磁的、光的、……等等。不同的物质在运动中有不同的特性，这就是一种物质区别于其它物质的依据。为了定量地表征物质在各种运动形式中的特性，人们定义了若干物理特性参量，并借助各种手段予以测定。

物质的特性，只有在运动中才能表现出来。比如：要了解物质的弹性变形抗力，就要对物体施加载荷，使之变形，并限制在弹性范围内。同样的应力下，不同的物质产生的应变不同。按胡克定律，应变与应力成正比，联系二者的系数就是反映物质特性的弹性参数。其它特性也是这样：给导体加一电场，就会产生电流，不同的导体，产生的电流大小不同，联系它们的系数是电导率，它表征了物质的导电特性；以某种方式在物体上形成一个不均匀的温度场，就会引起热流；联系热流密度与温度梯度的特性参量是热导率，等等。一般地，我们称那些表示外部作用的物理量为作用物理量，如：应力、电场强度、温度梯度等；而称那些表示感生效应的物理量为感生物理量，如应变、电流密度、热流密度等。联系感生物理量与作用物理量的常数就是物质的物理特性参数。

感生物理量与作用物理量的关系，可能是各种各样的，具有各种数学形式，一般可以用多项式表示。而当作用很小时，这种关系又都可表示为线性关系。就如我们所熟悉的应变与

应力的关系，应力很小时，成正比关系，遵从胡克定律。应力逐渐增大，即使在弹性范围内，也有偏离直线关系的趋势。这就是很多物理性质存在高次特性参数的原因。

一种作用又可能感生多种效应，比如应力既能产生应变，也可能引起电的、磁的和热的效应，即所谓压电效应、压磁效应和热弹效应。假定我们用广义吉布斯自由能描述物质的状态：

$$G = U - ST - DE - BH - K\textcircled{H} \qquad (1)$$

式中 G 为广义吉布斯自由能；U 为内能；S 为应变；T 为应力；D 为电位移矢量；E 为电场强度；B 为磁感应强度；H 为磁场强度；K 为熵；$\textcircled{H}$为温度。考虑系统的状态有一微小的变化，取吉布斯自由能的全微分：

$$\begin{aligned} \mathrm{d}G = \mathrm{d}U - S\mathrm{d}T - T\mathrm{d}S - D\mathrm{d}E - E\mathrm{d}D \\ - B\mathrm{d}H - H\mathrm{d}B - K\mathrm{d}\textcircled{H} - \textcircled{H}\mathrm{d}K \end{aligned} \qquad (2)$$

根据能量守恒定律，内能增加应等于对系统的作功和加热：

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}W + \mathrm{d}Q = T\mathrm{d}S + E\mathrm{d}D + H\mathrm{d}B + \textcircled{H}\mathrm{d}K \qquad (3)$$

于是

$$\mathrm{d}G = - S\mathrm{d}T - D\mathrm{d}E - B\mathrm{d}H - K\mathrm{d}\textcircled{H} \qquad (4)$$

有

$$\begin{aligned} S &= -\frac{\partial G}{\partial T} \\ D &= -\frac{\partial G}{\partial E} \\ B &= -\frac{\partial G}{\partial H} \\ K &= -\frac{\partial G}{\partial \textcircled{H}} \end{aligned} \qquad (5)$$

考虑到同一作用可能感生各种效应，而同一效应又可能

是多种作用的结果。我们可以将每一感生物理量的变化按多元函数的全微分展开：

$$\mathrm{d}S=\frac{\partial S}{\partial T}\mathrm{d}T+\frac{\partial S}{\partial E}\mathrm{d}E+\frac{\partial S}{\partial H}\mathrm{d}H+\frac{\partial S}{\partial Ⓗ}\mathrm{d}Ⓗ$$

$$\mathrm{d}D=\frac{\partial D}{\partial T}\mathrm{d}T+\frac{\partial D}{\partial E}\mathrm{d}E+\frac{\partial D}{\partial H}\mathrm{d}H+\frac{\partial D}{\partial Ⓗ}\mathrm{d}Ⓗ \qquad (6)$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\partial B}{\partial T}\mathrm{d}T+\frac{\partial B}{\partial E}\mathrm{d}E+\frac{\partial B}{\partial H}\mathrm{d}H+\frac{\partial B}{\partial Ⓗ}\mathrm{d}Ⓗ$$

$$\mathrm{d}K=\frac{\partial K}{\partial T}\mathrm{d}T+\frac{\partial K}{\partial E}\mathrm{d}E+\frac{\partial K}{\partial H}\mathrm{d}H+\frac{\partial K}{\partial Ⓗ}\mathrm{d}Ⓗ$$

显然，每一个偏微熵就表示一项物理特性参数。当然，也可以写出高次项，从而得到高次特性参数。结合式（5），可以把这些物理特性参数，表示为状态函数的二阶偏微熵：

（1）应力-应变系数（柔度系数）

$$C_{T\text{-}S}=\frac{\partial S}{\partial T}=-\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}$$

（2）电场-应变系数（电致伸缩系数）

$$C_{E\text{-}S}=\frac{\partial S}{\partial E}=-\frac{\partial^2 G}{\partial T\partial E}$$

（3）磁场-应变系数（磁致伸缩系数）

$$C_{H\text{-}S}=\frac{\partial S}{\partial H}=-\frac{\partial^2 G}{\partial T\partial H}$$

（4）温度-应变系数（膨胀系数）

$$C_{Ⓗ\text{-}S}=\frac{\partial S}{\partial Ⓗ}=-\frac{\partial^2 G}{\partial T\partial Ⓗ}$$

（5）应力-电位移系数（压电系数）

$$C_{T\text{-}D} = \frac{\partial D}{\partial T} = -\frac{\partial^2 G}{\partial E \partial T}$$

（6） 电场-电位移系数

$$C_{E\text{-}D} = \frac{\partial D}{\partial E} = -\frac{\partial^2 G}{\partial E^2}$$

（7） 磁场-电位移系数

$$C_{H\text{-}D} = \frac{\partial D}{\partial H} = -\frac{\partial^2 G}{\partial E \partial H}$$

（8） 温度-电位移系数（热释电系数）

$$C_{\textcircled{H}\text{-}D} = \frac{\partial D}{\partial \textcircled{H}} = -\frac{\partial^2 G}{\partial E \partial \textcircled{H}}$$

（9） 应力-磁感应系数（压磁系数）

$$C_{T\text{-}B} = \frac{\partial B}{\partial T} = -\frac{\partial^2 G}{\partial H \partial T}$$

（10） 电场-磁感应系数

$$C_{E\text{-}B} = \frac{\partial B}{\partial E} = -\frac{\partial^2 G}{\partial H \partial E}$$

（11） 磁场-磁感应系数（磁导率）

$$C_{H\text{-}B} = \frac{\partial B}{\partial H} = -\frac{\partial^2 G}{\partial H^2}$$

（12） 温度-磁感应系数

$$C_{\textcircled{H}\text{-}B} = \frac{\partial B}{\partial \textcircled{H}} = -\frac{\partial^2 G}{\partial H \partial \textcircled{H}}$$

（13） 应力-熵系数

$$C_{T\text{-}K} = \frac{\partial K}{\partial T} = -\frac{\partial^2 G}{\partial \textcircled{H} \partial T}$$

（14） 电场-熵系数

$$C_{E\text{-}K} = \frac{\partial K}{\partial E} = -\frac{\partial^2 G}{\partial \textcircled{H} \partial E}$$

（15）磁场-熵系数

$$C_{H\text{-}K}=\frac{\partial K}{\partial H}=-\frac{\partial^2 G}{\partial \textcircled{H}\,\partial H}$$

（16）温度-熵系数（热容）

$$C_{T\text{-}K}=\frac{\partial K}{\partial \textcircled{H}}=-\frac{\partial^2 G}{\partial \textcircled{H}^2}$$

为区别该效应中常用的特性参数，我们使用了统一形式的名称和符号，而在括弧中给出了对应的常用特性参数，虽然二者表示了同一特性，具体定义却并不都是一样的。

用热力学状态函数对物质特性参数作上述统一形式的表示，可以使我们对物质特性有更加统一的、本质的认识。另一方面，由此应该注意到：当我们测量某一物理特性参数时，必须控制相关的作用物理量不变。

二、各向异性概述

“各向异性”系指：在不同方向上材料有不同的性能值。材料的性能是借助若干特性参数来表征的，有的特性参数有方向性，如：电阻率、热导率、弹性模量、线膨胀系数等等。而另外一些特性参数则没有方向性，如：密度、比热容等等。显然，只有具方向性的特性参数才有各向同性或各向异性的问题。

与各向异性相关，还有一个“不均匀性”的概念，读者必须清晰地辨别这两个概念的含义和区别。“各向异性”系指材料的性能值与方向有关；而“不均匀性”系指材料的性能与部位有关。均匀的物质可能各向异性，如单晶体，任选其内一点，结构与性能都是相同的，但在不同方向上却具有不同的特性参数值。反之，各向同性的物质又可能是不均匀的，

比如由各向同性组分构成的颗粒增强复合材料。

在各种材料所表现的种种各向异性中，又可以根据其形成原因与特征，区别为结构各向异性和组织各向异性两大类。晶体点阵结构所固有的各向异性为结构各向异性，这种各向异性的因素几乎在所有材料中都存在，因为绝大多数固态物质的原子排布都具有一定程度的有序性，更不必说晶体了。组织各向异性是材料的组织因素引起的各向异性，比如纤维增强复合材料，即使其组分是完全各向同性的，纤维排布的取向性仍然会导致材料的各向异性。结构各向异性较之组织各向异性，有严格得多的取向分布规律。

本书中涉及的材料有三种：晶体（单晶）、金属（多晶）和复合材料。它们都具有一定程度的各向异性，但其形成的原因和情形很不一样。

晶体的各向异性是原子排列的点阵结构引起的，具有严格的对称性。关于晶体结构和各向异性的理论已经十分成熟。

多晶金属是由大量细微的单晶体（晶粒）随机取向地结合而成的。如果取向是完全无规则的，则宏观性能应各向同性。但实际上，由于工艺和各种处理的方向性，晶粒取向仍然有某种趋势，即所谓择优取向（织构），从而导致晶体的结构各向异性仍然有所显露，表现为各向同性基础上的微弱各向异性。组织各向异性的因素也是有的，比如晶粒在某一方向上被拉长或压扁，造成晶界在不同方向上起的作用不同等。但在金属的弹性各向异性中，组织因素是次要的。

复合材料是两种或多种性能差异很大的物质以某种特定的方式机械地结合而成的新型材料。组织各向异性是复合材料各向异性的主要因素。比如纤维增强复合材料，纤维的排布对性能的取向分布起着主要的作用。

各向异性是金属材料研究与生产中的传统课题。对大量常规的多晶金属材料，一般将各向异性作为一种不利的工艺缺陷来对待，研究工作的目的，在于如何控制和消除这种缺陷。材料的发展，特别是各种新型金属材料及复合材料的研究和应用，已经逐步把问题转化为如何控制和利用各向异性，有目的地形成人们所要求的性能取向分布。这就使各向异性研究有了更丰富、更生动的内容。

三、物质的弹性

物体在外力作用下，会发生形变。在一定的形变范围内，外力卸除后，形变将随之消失，物体恢复原状。这种能随外力卸除而消除的形变称之为弹性形变。形变超出了这一范围，卸除外力后，形变将只能部分消除，而保留一部分剩余形变量。这种不能随外力卸除而消除的形变，称之为塑性（范性）形变。正是由于材料具有弹性，人们才可以把它做成各种承载的结构件；也正是由于材料具有塑性，人们才可以把它加工成各种所需要的形状。

在弹性范围内，应力与应变成正比，这就是所谓胡克定律。联系应力与应变的物质特性参数是弹性模量，它表示产生单位应变所需要的应力，因而是材料反抗弹性形变能力的度量。形变方式不同，对应的弹性模量不同，因而有杨氏模量和切变模量之分。对各向异性材料，弹性模量要以张量表示，通常称为弹性刚度张量，胡克定律也要写成张量或矩阵运算的形式。

广义胡克定律是弹性力学的基本方程之一，只有这个方程才与材料的特性以及各向异性问题有关，因而是本书中反复涉及的对象。弹性力学的基本关系还有平衡方程、变形协

调方程，以及应变位移关系、边界条件等。它们构成了整个弹性力学的基础。虽然与本书的内容关系不大，但仍把它作为基础知识列在下面。

（1）平衡方程：给出了材料在弹性形变状态下力的平衡关系：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0 \\ \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 \end{cases} \tag{7}$$

式中 σ_x、σ_y、σ_z 为正应力，τ_{xy}、τ_{yx}、τ_{xz}、τ_{zx}、τ_{yz}、τ_{zy}为切应力，X、Y、Z 为体力。

（2）变形协调方程：给出了材料在弹性形变状态下为保持物质的连续性各应变分量间必须保持的协调关系。

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \\ \dfrac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \dfrac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \dfrac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \\ \dfrac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \dfrac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \dfrac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \dfrac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}\right) = 2\dfrac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} \\ \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \dfrac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \dfrac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right) = 2\dfrac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \dfrac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \dfrac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right) = 2\dfrac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} \end{cases} \tag{8}$$

式中 ε_x、ε_y、ε_z 为正应变，γ_{xy}、γ_{yz}、γ_{zx}为切应变。