

数
据
结
构

数
据
结
构

冶
金
工
业
出
版
社

高等学校教学用书

数 据 结 构

冶金工业出版社

873

460

高等学校教学用书

数据结构

东北工学院 姚天顺 编

冶金工业出版社

高等学校教学用书

数 据 结 构

东北工学院 姚天顺 编

*

冶金工业出版社出版

(北京市古口74号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张 13 1/4 字数 315 千字

1981年4月第一版 1981年4月第一次印刷

印数 00,001~9,000 册

统一书号: 15062·3645 定价 1.40 元

前 言

计算机科学的迅速发展，迫切地提出了这样一个问题：如何把技术性的课题提高到一定的理论水平。为了解决这一问题，重要任务之一是研究计算机科学的最基本对象——数据以及数据间的关系。因此，数据结构这一新兴学科，被认为是计算机专业的基础科学，近年来日益引起计算机界的重视。

本书是根据冶金部所属院校的计算机专业教学计划编写的，原列入《计算机应用数学》第三册，考虑到《数据结构》已单独设课，因此改为单独出版。本书可作为本课程80学时的教材，内容着重讨论数据结构的分析和符合计算机运行要求的算法，为编译系统、操作系统和数据库等课程打基础。同时也注意到计算机语言的实现以及数据结构在文本编辑、分时系统、计算机图形学等方面的应用，书中列举了一些例题。

本书脱稿后经杨麓引教授审阅，作了很多宝贵的指导，繁重的收尾工作是李景银同志完成的，特在此表示衷心的感谢。

本书在编写中主要参照了J. P. Tremblay & P. G. Sorenson: An Introduction to Data Structures with Applications一书，但限于篇幅，取舍可能不当，编者对本课程的教学实践经验不多，又限于水平和时间，书中的缺点错误在所难免，敬请读者批评指正。

编 者

1980年2月

目 录

绪论	1
第一章 信息及其存储表示	2
第一节 信息及其度量	2
第二节 初始数据结构	4
一、整数及其表示	4
二、实数及其表示	7
三、数值数据的存储结构	7
四、字符信息	10
五、字符数据的存储结构	11
六、逻辑信息及其存储结构	14
七、指示器信息及其存储表示	15
第二章 字符串的表示和处表	17
第一节 定义和概念	17
第二节 字符串处理的形式系统	19
一、Markov算法	19
二、文法	25
第三节 字符串处理与模式匹配	31
一、初始字符串处理运算	32
二、基本函数	33
第四节 字符串的存储表示	42
第五节 字符串处理的应用	45
一、文本编辑	45
二、词法分析	57
第三章 线性数据结构及其存储表示	61
第一节 非初始数据结构	61
一、批量	61
二、数组	61
三、表	63
第二节 堆栈	64
一、定义和概念	64
二、栈上的运算	65
三、Hanoi塔问题	66
第三节 队列	74
第四节 一个分时系统的模拟	77
第五节 链式线性表	88
一、指示器和链式分配	88
二、链式线性表上的运算	90
三、循环链式线性表	92

四、双链式线性表	94
第六节 链式线性表在多精度算术运算方面的应用	96
第四章 非线性数据结构	105
第一节 图的基本概念	105
一、图及有向图	105
二、子图和部分图	106
三、同构	107
四、有向图的向阶	108
第二节 路径、可及性和连通性	110
一、路径	110
二、可及性	111
三、连通性	113
第三节 树	115
第四节 树的存储表示和处理	120
第五节 树的应用	128
一、二元树排序	128
二、判定表转换	129
第六节 多链式结构	136
一、稀疏矩阵	136
二、索引生成	141
第七节 图及其表示	145
一、图的矩阵表示	145
二、表结构	151
三、图的其它表示	155
第八节 图的应用	158
一、PERT及其有关技术	158
二、计算机图形学方面的应用	162
第五章 排序与检索	175
第一节 排序	175
一、概念与表示法	175
二、选择排序	175
三、气泡浮起排序	177
四、分段交换排序	178
五、树型排序	180
六、合并排序	182
七、基数排序	186
第二节 检索	189
一、线性检索	189
二、二元检索	190
三、检索树	191
四、散列表方法	198

绪 论

什么是数据结构呢？所谓结构，就是一组不可再分割的元素之间的关系；而数据结构则是在计算机科学中，一门研究数据项之间关系的学科。

用计算机求解数值问题，最初无所谓结构问题。但是随着计算机科学的飞速发展，应用的范围日益广阔，结构问题就显得十分突出，成为必须研究的基本课题。

例如一个大型复杂的程序系统，需要几百上千个“人年”才能完成。这样的大型问题，总需要有系统程序员统一调度，分配任务，规定全程变量进行系统设计。这里涉及到输入的源语句是什么，语句中有哪些基本元素，它们之间有些什么关系。存入内存以后，具体的是用什么表示。一个大型系统具备有多种功能，每种功能又可划分为子功能，子功能还可以再划分为它的子功能。每个子功能可以用规定的程序段来完成，称为程序模块。每一类模块要求格式统一，相互之间的软接口要尽可能地清楚而简单。很多个模块组合在一起，一般总会有一个主模块，由高到低分层分级或者组成一个网络，相互之间的关系也是相当复杂而值得研究的。总之，组织和定义某些问题，建立起它们之间的结构关系，是件十分复杂和艰巨的任务。本书就是试图研究结构关系中最基本的问题，为进一步讨论复杂的程序系统提供必要基础知识。

按照这样的考虑，借助于计算机研究程序系统，至少面临有下列四个子问题：

(1) 彻底地理解与求解问题有关的数据元素之间的关系，即数据结构问题。

这个问题是随着计算机应用的日益发展而逐渐提出来的。最初，计算机用于数值计算时，问题并不突出。一个数值问题求解的基本数据结构，例如变量、向量和数组等，在一般情况下已经足够了。但是对于非数值问题就不行，它将需要更加复杂的结构关系。

在某些问题中，数据结构涉及到两个方面，即数据项本身和数据项之间的逻辑关系。

(2) 要确定逻辑相关的数据元素之间所必须执行的运算。

这就是数据结构上的运算问题。数据结构上的运算包括：生成和消除一个数据结构的运算；从一个数据结构中插入和删去元素的运算；从一个数据结构中存取元素的运算等等。这类运算主要是非数值运算。结合给定的数据结构，这些运算可以由特定的语言用一组相当完善的算法过程来描述，也可以用程序设计语言的基本语句来实现。

(3) 要考虑数据元素在计算机内存和外存中的表示问题。

这就是数据结构在计算机内的表示问题。它要求很好地保存原数据项之间的逻辑关系，并能方便而有效地完成对数据元素的运算。一般说来，对应于某个特定的数据结构存在有多种内存构造或存储结构。存储结构在外存中表示，又称为文件结构。

(4) 在问题的求解过程中选择最好的解决问题（程序设计）的语言。

这是对所解的问题选择合适的程序设计语言的问题。有的时候对于给定的数据结构，存在有某些程序设计语言没法表示的情形，例如像企业管理、财经支付等问题应该使用COBOL语言，如果选用FORTRAN语言就不合适，即使可行也将十分复杂。

第一章 信息及其存储表示

第一节 信息及其度量

在计算机科学中任何方面的研究，可以说都涉及到信息的处理、存储和检索。例如，一个学生的档案文件，在期末进行分数登记时就是信息的存入；一个编译程序从一个程序的源文件翻译成另一个源语言指令时，是信息的检索；两个数在计算机的运算器中相加并得出结果时，又可以理解为信息的处理。因此，学生的分数、程序的指令和数值都是信息。在这个意义上，我们把信息理解为具有与其符号相联系的记录或通讯资料。

在自然科学的发展过程中，在二十世纪初，主要研究的是能量。到本世纪四十年代以后，信息日益成为另一个主要的研究对象。

信息的传送有五个环节：信息源、发送器、通道、接受器和目标，如图 1-1 所示。例如在两个人的通话过程中，某人（或人的大脑）就是一个信号源，他的嘴就是发送器，空气是通道，另外一个人的听觉系统是一个接受器而接收者的大脑就是个目标。在一个计算机系统里，一张卡片可以认为信息源，卡片读入机是个发送器，从卡片读入机到计算机主机的传送线是个通道，通道选择器控制部件是个接受器而计算机的内存就是目标。

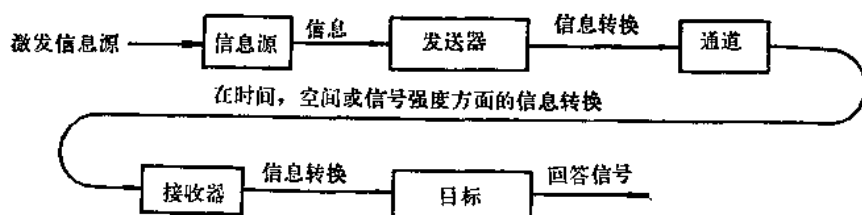


图 1-1 信息传送过程示意图

在讨论信息传送过程时，有三个方面的问题必须考虑，即语法、语义和实效。语法方面涉及到信息发送的实际形式。例如我们接收一个英语句子时，先是从英文字母开始，并由此组成一个词，再组成一个句子。在句子的形成过程中，一个个概念都要通过句子来表达，而其意义则与信息的语法形式有关。但是，语法上正确的并不一定有意义。例如“Data evade lowly”是个语法上正确的英文句子，但没有什么意义。因此还应该有语义方面的要求。信息传送的实效是指防止噪声干扰和实际传送效果等等。

信息能否测量？例如一个学生的分数中存在多少信息？程序 A 是否比程序 B 含有更多的信息？回答这些问题对于计算机科学是非常基本的。

信息论与统计学类似，都是研究一个集合中各元素的差异性的。但是，统计学认为差异性是一种妨碍，因此希望撇开它来确定可以说明什么或者做什么。信息论则把差异性作为一种有价值的东西，它通过一定程序的差异性来确定可以获得些什么。

从信息论的观点来考虑，信息是鉴别不肯定性的。假定我们给出任何系统的几个组态

(或数据项)的集合,其中每个组态出现的相互独立的概率为 p_i , $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ 。对于这样一个系统,我们不可能预言哪一个组态一定出现,因此我们说系统有先验不肯定性。自然,如果 n 越大,那么某一个组态出现的不肯定程度也就越大。这就是说信息这个概念是与不肯定性密切相关的,信息量随不肯定性的增大而增加。因此我们对信息进行估量,必须考虑如何用数量来表示不肯定性。

我们知道,当有一个 p_i 等于 1 时,其余的自然都等于 0。这个时候系统就不存在什么不肯定性。

其次,我们在系统中添加或消去几个概率为 0 的组态,自然不会影响不肯定性的数值。

再其次,当系统中所出现的组态的概率都相等时,即 $p_i = \frac{1}{n}$ 时,则系统的不肯定性最大。因为在这个时候,任何一种组态出现的可能性都一样,不能预言哪一种更可能出现,自然,这时候的不肯定性也就最大。因此我们定义任何系统 n 个组态集合的不肯定性为

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \log(p_i) \quad (1)$$

其中对数的底数可以取不等于 1 的正常数。一般情况是取以 2 为底的对数,即

$$H = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2(p_i) \quad (2)$$

假定我们有 8 张编了从 1 到 8 号码的卡片,把它们翻过来混匀放在桌面上,则取到某张号码卡片的概率都是 $1/8$, 那末选取这种卡片的不肯定性为

$$H = - \sum_{i=1}^8 \frac{1}{8} \log_2\left(\frac{1}{8}\right) = -\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 8 = 3 \text{ 位}$$

值得注意的是,我们在这里的度量单位取名为“位”。它是在表示断-开或真-假等两状态条件下提出来的,我们可以说位既是不肯定性也是信息的度量单位。为了说明这一点,我们仍以上述选取编号卡片为例。

设图 1-2 是选取编号卡片的问题树。利用公式 (2) 计算出来的信息量是 3 位,意味着任何一张编号卡片可以通过三个“是-否问题”找到。一个“是-否问题”可以由一个 0

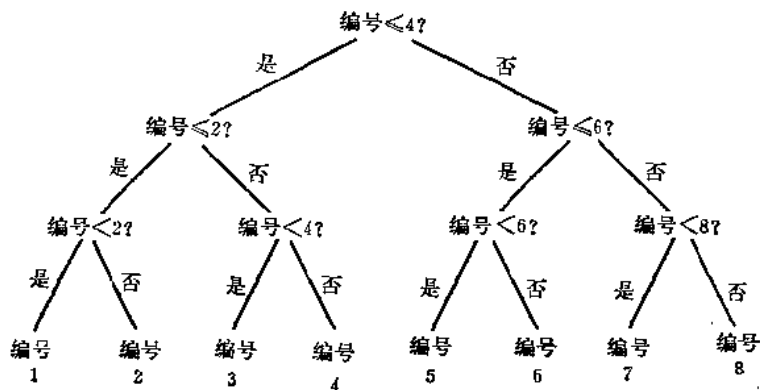


图 1-2 编号卡片的问题树

或1表示,三个问题就可以由三个0或1的数来表示。这就是说,8张不同编号的卡片,结合寻找卡片的次数,可以由长度为3的二进制数来表示。表1-1给出了两种表示8张卡片的不同信息方案。

表 1-1 表示 8 个编号卡片的信息方案

编 号	信 息 方 案 A	信 息 方 案 B
1	1 1 1	0 0 1
2	1 1 0	0 1 0
3	1 0 1	0 1 1
4	1 0 0	1 0 0
5	0 1 1	1 0 1
6	0 1 0	1 1 0
7	0 0 1	1 1 1
8	0 0 0	0 0 0

由此可见,信息的度量 H 提供了不肯定性的大小,能帮助我们给定的数据结构确定一个好的存储结构。 H 通常称为熵。

习 题

1. 假定某个控制系统有编号为2~12的11个开关,打开一次某个开关的概率(打开后自动合上)如表1-2所示。试计算它的不肯定性 H 的值。
2. 试考虑一个固定长度的二进制码来表示第1题中的每个开关(所谓“固定长度”是指所有代码都是固定长度的),并把这些代码的长度与第1题计算的值作比较。
3. 试设计一个变长度的二进制码来表示第1题中的每个开关,并要求它的平均长度小于第2题所给出的长度。

表 1-2

开 关 编 号	概 率	开 关 编 号	概 率
2	1/36	8	5/36
3	1/18	9	1/9
4	1/12	10	1/12
5	1/9	11	1/18
6	5/36	12	1/36
7	1/6		

第二节 初始数据结构

这一节,我们讨论计算机的初始数据结构。所谓初始,是因为这种数据结构是最基本的,其它的数据结构都是以它们为元素组合起来的。

一、整数及其表示

一个整数集合,无非是

$$\{\dots, -(n+1), -n, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, n, n+1, \dots\}$$

它们在计算机里用的是所谓符号-尾数方法。在一个二进制数里,符号用最左侧的一位表示,其余部分表示尾数。例如整数+7和-6的符号-尾数表示为

数 值	符 号 位	尾 数
+7	0	0 0...0 1 1 1
-6	1	0 0...0 1 1 0

但是这种表示方法并不好,例如作最简单的加法,两数相加首先要判别一下符号,如果两数同号,则数值相加符号不变;如果是异号,那末就要做减法,而且还要比较两数绝对值的大小,才能确定谁减谁。这些事在手算时是容易解决的,但是让计算机完成就不方便了。

整数的更为普遍和有效的表示法是**基数补码**表示,或称**2的补码**表示。在这种表示中,我们取模 M , $M=R^N$,其中 R 为基数, N 为正整数。

取模运算是这样进行的:设有两个数 x 和 y ,进行运算 $*$,如果不取模,结果 $z=x*y$;同样的进行运算 $*$,但取模 M ,我们把它记作 $*_M$,则 $x*_My$ 的结果 $z_M=z\text{mod } M$ 。即 z_M 是 z 被 M 除后的余数。

在模 M 的算术运算中,如果 x 是正数,自然有

$$x = x + M \quad (1)$$

而 x 的负数,则有

$$-x = M - x \quad (2)$$

这两个式子实际上是统一的。例如取 $M=16$ ($\because 2^4=16, \therefore N=4$), -2 的补码是 $16-2=(10000)_2-(10)_2=(1110)_2$ 而 2 的补码是 $2+16=(10)_2+(10000)_2=(0010)_2$ 。

例 1 试在模32系统中,求 -38 的2的补码表示。

解 首先,我们必须把 -38 表示为模32的数。利用等式(1),

$$-38\text{mod}(32) = -38 + 32 = -6$$

然后再找等价的2的补码表示,应用等式(2),就有

$$32-6=26=(11010)_2$$

或

$$(100000)_2-(110)_2=(11010)_2$$

利用基数补码表示的一个主要优点是,无论是进行加法还是减法,只需要用加法和求补就可以,不必再作任何判断。下面我们再举几个例题,在计算过程中我们把某数 x 的2的补码简写成2的COMP(x)。

例 2 试利用2的补码表示并按模16计算 $3+4$, $3-4$, $-3+4$, $7+7$, $-7-7$ 等。

$$(a) \quad 3+4=(0011)_2+(0100)_2=(0111)_2=7$$

$$(b) \quad 3-4=(0011)_2+2\text{的COMP}((0100)_2)=(0011)_2+(1100)_2=(1111)_2=-1$$

$$(c) \quad -3+4=2\text{的COMP}((0011)_2)+(0100)_2=(1101)_2+(0100)_2=(0001)_2=1$$

$$(d) \quad 7+7=(0111)_2+(0111)_2=(1110)_2=-2$$

$$(e) \quad -7-7=2\text{的COMP}((0111)_2)+2\text{的COMP}((0111)_2) \\ = (1001)_2+(1001)_2=(0010)_2=2$$

注意,例2中(d)和(e)所得的结果是错误的。这是因为在模16的系统中,它们都超过了允许表示的范围($-8\sim+7$),产生溢出,计算结果自然就不正确。

在数值系统中,还有一种称为**基数减1补码**(或**反码**)。设基数为 R ,给定数值 d ,则 d 的基数 R 减1补码为 $R-1-d$ 。如果我们希望取 n 位,整数 I 的减1补码,记作DRCOMP

(1), 为

$$\text{DRCOMP}(I) = R^n - 1 - I$$

其中 R^n 在基数 R 的数值系统中, 等于一个1后面跟着 n 个0, 共 $n+1$ 位。

基数补码形式和基数减1补码形式之间的区别, 是相对于同一个模(即 R^n), 后者比前者多减个1。整数的基数减1补码形式, 在二进制中通常称为1的补码。例如整数6的1的补码, 在模16的系统中是

$$16 - 1 - 6 = 9$$

或 $(10000)_2 - 1 - (0110)_2 = (1111)_2 - (0110)_2 = (1001)_2$

一个数 x 如果是二进制的, 1的 $\text{COMP}(x)$ 是很容易计算的, 只要把原数 x 的所有0改成1, 所有的1改成0。这是很方便的, 缺点是+0和-0是不一样的。例如在模16的系统中, 1的 $\text{COMP}(+0) = 0000$, 而1的 $\text{COMP}(-0) = 1111$ 。

利用基数减1补码表示, 在算术运算上无论是加法或减法也只需要用加法和求补, 再加上“加个进位”。下面我们举例说明

例3 试利用1的补码表示和模16计算 $3+4$, $3-4$, $-3+4$, $7+7$, $-7-7$ 等。

解 (a) $3+4 = (0011)_2 + (0100)_2 = (0111)_2$

$$(b) \quad 3-4 = (0011)_2 + 1\text{的COMP}((0100)_2) = (0011)_2 + (1011)_2 \\ = (1110)_2 = -1$$

在这里, $(1110)_2$ 的1的补码形式为-1。

$$(c) \quad -3+4 = 1\text{的COMP}((0011)_2) + (0100)_2 = (1100)_2 + (0100)_2 \\ = (0000)_2 = 0$$

$$(d) \quad 7+7 = (0111)_2 + (0111)_2 = (1110)_2 = -1$$

$$(e) \quad -7-7 = 1\text{的COMP}((0111)_2) + 1\text{的COMP}((0111)_2) \\ = (1000)_2 + (1000)_2 = (0000)_2 = 0$$

从例3中可以看到, 第(c)个小题在运算过程中并没有得到正确的结果, 但是如果第(a), (b), (c)各题把进位值加进最后的结果, 就分别得到正确的答案7、-1和1。因此, 利用这种表示法, 必须要注意加上进位值。

第(d)和(e)等两个小题, 由于溢出, 所以结果是错的。

对于溢出, 我们有个简单的检查方法:

(1) 一个正数和一个负数相加不会引起溢出。

(2) 两个正数或两个负数相加, 如果其和与这两个运算数有相同的符号也不会引起溢出。

判断溢出的问题是比较复杂的, 读者有兴趣可以参阅 Trembley 和 Manohar 著的“应用于计算机科学的离散数学结构”和 Stone 著的“计算机组织与数据结构导论”。

习 题

1. 试利用2的补码表示下列整数 (N 为6):

a. -33, b. -52, c. $(-33)_8$, d. $(-E)_{16}$, e. -241。

2. 试利用2的补码表示和模16计算下列表示式:

a. $6-1$, b. $7-(-2)$, c. $-3-3$ 。

3. 试利用1的补码表示及模32计算下列算式:

a. $8+8$, b. $6-1$, c. $7-11$ 。

二、实数及其表示

我们知道, 基数为 R 的系统中, 实数 A 的定点表示为

$$A = \pm (a_{N-1}a_{N-2}\cdots a_1a_0 \cdot a_{-1}\cdots a_{-(M-1)}a_{-M})_R$$

其和式表示为

$$A = \pm \sum_{i=-M}^{N-1} a_i R^i \quad (3)$$

实数的上述表示, 在计算机上是经常使用的。但是需要表示很大的或很小的实数时, 仅用定点表示就不方便了。例如像16,800,000,000,000这样的大数和.000,000,000,083,2这样的小数。这就迫使我们采用新的表示方法。

在基数为 R 的系统中, 一个数都可以表示为

$$f \times R^E$$

或者

$$f_{-1}f_{-2}\cdots f_{-M} \times R^E$$

其中 $f_{-1}f_{-2}\cdots f_{-M}$ 称为小数或尾数, E 一般为整数, 称为指数, 这就是基数 R 的系统中, 实数的浮点表示。那末上面提到的大数和小数可分别表示为 $.168 \times 10^{14}$ 和 $.832 \times 10^{-10}$ 。

但是这种表示法也有问题, 如果所要表示的数是16,817,210,391,704。而尾数的长度又限定为5位, 其浮点表示只能写成 $.16817 \times 10^{14}$ 。引起的误差称为舍入误差。这种舍入误差在实际应用时, 只能忽略不计。因此, 我们只能说可表示数的范围扩大了, 但并不是所有的实数都能表示, 两个相邻实数之间是可以有很多数的。为了提高实数的有效数字, 可以有三种方案:

第一种方案, 是在一台大型计算机上进行计算, 某些大型机的精度可以达到20位十进制数字。但是这样做, 有时有具体困难, 费用也太高了。

第二种方案, 是采用多精度的程序包, 一个实数用几个存储字来表示, 客观上成倍地增长了位数, 它们完全靠程序包解释执行。这种方法比较好, 缺点是降低了计算机的速度和容量。

第三种方案, 是采取舍入的方法。这是一种常用的方法, 它根据计算机的字长, 把需要舍入的数字采取四舍五入的办法。例如有实数21.833652, 按5位十进制数字精度进行舍入, 即

$$21.833652 + .0005 = 21.834152$$

那末舍入的答案是21.834。

三、数值数据的存储结构

上面我们讨论了两种类型的初始数据结构, 整数和实数, 并且讨论了它们之间的简单算术运算。这一节, 我们将进一步从计算机存储结构的观点来研究整数和实数。它们是基于下列计算机系列的实际表示提出来的。即DJS-130, IBM360-370, CDC6000 和CYBER 70-170, Burroughs B5000和B6000, Univac1108, PDP-10, Hewlett-Packard2100 和DJS-183等。我们先讨论整数的存储表示。

1. 整数的存储表示

一个整数在计算机里通常只占一个存储字, 负数用2的补码形式表示, 而不用1的补

码表示,以避免+0和-0之间不好区分。对于国内外各种计算机的存储表示,如表1-3所示。

一般说来,一个整数的二进制表示,第一位是符号位,余留部分是按补码形式的数的尾数。图1-3就是整数13的32位2补的存储表示

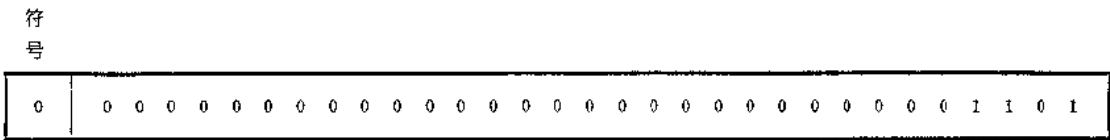


图 1-3 整数13的32位2的补的存储表示

用 n 位存储表示所能表示的整数的数值范围有多大是很重要的。由于 $2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1}$ 的和式为

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$$

因此一个整数的 n 位 2 补的存储表示,当第一位是符号位时,正整数的范围是 0 到 $2^{n-1} - 1$,负数的范围是 -2^{n-1} 到 -1 ,因此用 n 位 2 补表示的整数 N 满足下列不等式

$$-2^{n-1} \leq N \leq 2^{n-1} - 1$$

表 1-3 某些计算机整数数据的存储表示

计 算 机	二 进 制 表 示	十 进 制 表 示
IBM 360-370	16和32位数的 2 补	每32位字组成 7 位十进制数
CDC 6000和CYBER70-170 系列	18和60位数的 1 补	每60位字组成14位十进制数
Burroughs B5000和B6000系列	符号和40位的尾数	每48位字按字符形式(6 位/ 字符)组成 8 个十进制数字
Univac 1108	36位和72位数的 1 补	不存在
PDP-10	36位数的 2 补	不存在
Hewlett-Packard系列	16位数的 2 补	不存在
DJS-183	16位数的 2 补	不存在
DJS-130	16位数的 2 补	不存在

对于 n 位 1 补的存储表示,因为它有正零和负零,即+0和-0。比 2 补少一个数,也就是整数 N 的范围为

$$-2^{n-1} + 1 \leq N \leq 2^{n-1} - 1$$

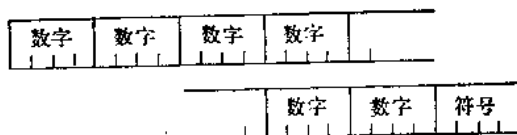
利用二进制的整数存储表示,还有一种常用的方法称为8421码,或二-十进制码,简记为BCD。按照这种方法,一个十进制数用 4 位二进制码表示。例如整数9613就可以表示为

1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1 1

9 6 1 3

这种表示方法的一个特点是四位为一组,非常容易识别。另一个特点是四位数码中每一位对应一个固定的常数,自左至右分别是 8, 4, 2, 1。这些固定常数就是以前所说的位值或权。

在IBM360~370系列里有一种纯BCD表示,称为组合式十进制数。它的存储形式为



用组合式十进制表示的某些整数，如表1-4所示，其中右侧4位的1100和1101码分别表示正和负的符号。还有一些其它的十进制表示，例如在Burroughs系列的计算机里，用6位的字符编码表示等等。

表 1-4 组合式十进制表示

整 数	组 合 式 十 进 制 表 示
0149	0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0
-0149	0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1
935	1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 0
-6	0 1 1 0 1 1 0 1

2. 实数的存储表示

关于实数，我们已经讨论了两种表示方法，即浮点表示和定点表示。在这节里，我们先讨论浮点表示的存储结构，然后再研究定点表示问题。

一个用浮点形式表示的实数，一般形式为

符 号	特 征	尾 数
-----	-----	-----

其中第一位是符号位，0表示正数，1表示负数。特征或指数利用余表示法。假定它的长度为7位，余表示法就成为余64表示法，特征部分每取一个数，一律都减64，因此它的范围为 $-64 \leq \text{特征数} \leq +63$ 。最后是尾数或小数部分。它以小数形式出现，在运算过程中，为了尽可能少地丢失有效数字，提高运算的精度，采用规格化的表示法。按这种表示法，尾数部分 F 要求满足 $R^{-1} \leq F < 1$ 。如果我们所选的基数 R 是2，那末任何浮点存储结构的非零小数部分 F 必须满足 $2^{-1} \leq F < 1$ 。目前，国际上逐渐流行基数为八进制和十六进制的数值系统。例如十六进制的，尾数必须满足 $16^{-1} \leq F < 1$ 或 $(.0001)_2 \leq F < 1$ 。

在有些机器里，例如Burroughs的产品，小数点放在尾数的右端，尾数既然不是小数也就不必规格化。这种表示的优点是实数和整数使用同样的存储结构。有的机器像DJS-130和DJS-183，它的基数取2，优点是规格化方便，只需要尾数的第一位为1就可以了。在CDC6000系列的机器里，对于规格化设置了专门的指令，规格化的工作就能自动进行。在IBM的机器中，可以有两种浮点指令，一种是规格化的；一种是不规格化的。

表1-5说明利用32位浮点表示的机器中，某些实数的存储结构。它们由一位符号位，7位特征值（余64表示）和24位小数部分（规格化十六进制数）组成。

实数的浮点表示一般都采用两个字，称为**单精度浮点表示**。有的时候还用4个字称为**双精度浮点表示**。表1-6是一些机器双精度浮点表示的情况。

除了浮点存储表示之外，实数还可以有定点存储表示。在一般情况下，一个定点数可以理解成小数或整数。如理解成整数，那么运算不能简单地进行。例如，在一个“十进制的

表 1-5 浮点存储形式举例

十 进 制 数	十 六 进 制 数	32 位 浮 点 数
$.0 \times 10^0$	$.(0)_{16} \times 16^0$	0 1000000 000000000000000000000000
$-.17307 \times 10^4$	$-(.439H)_{16} \times 16^4$	1 1000100 010000111001101100000000
$.28692 \times 10^2$	$.(1CB126E9)_{16} \times 16^2$	0 1000010 000111001011000100100110
$-.75 \times 10^0$	$-(.C)_{16} \times 16^0$	1 1000000 110000000000000000000000
$.8317 \times 10^{-3}$	$.(36819C4)_{16} \times 16^{-2}$	0 0111110 001101101000000110011100

机器”中，3.782和93.2分别可以表示为00…03782和00…00932，如果希望把这两个数相加，必须把小数点对齐，也就是把存入的数00…0932左移2位。对齐之后就可以相加和得出正确结果00…096982，小数点在自右向左的第三位。

上面我们引出了初始数据结构——整数和实数，以及它们的存储表示。在这一章里我们还要继续研究非数值的数据结构问题。

表 1-6 某些计算机中实数的存储表示

计 算 机	指 数	指数的基数	尾 数		小数点位置	规格化
			单精	双精		
IBM 360~370 系列	7位(余64)	16	24位	56位	尾数的左侧	是/否
CDC 6000系列	11位(余1024)	2	48位	—	尾数的右侧	由指令
Burroughs B5500 & B6500	符号+6位	8	39位	78位 (只对B6500)	尾数的右侧	否
PDP-10	8位①	2	27位	—	尾数的左侧	是
Univac 1108	8位(对单精度余128) 11位(对双精度余1024)	2	27位	61位	尾数的左侧	是
PDP-11(45型)	8位(余128)	2	23位	55位	尾数的左侧	是
DJS-130	7位	16	24位	56位	尾数的左侧	是
Hewlett Packard 2100系列	在硬件里没有浮点表示，但可配备有软件包或添个微程序。					

① 对正指数以余128表示，对负指数以1补表示。

习 题

- 试按16位表示下列整数，(i) 1的补码表示，(ii) 2的补码表示：
a. 27, b. -258, c. -7, d. 44
- 试给出第1题各数的组合式十进制存储表示。
- 试把.250以浮点数存入(i) IBM360-370系列计算机和(ii) CDC6000系列计算机。
- 把.625表示成Univac1108中的浮点数。

四、字符信息

早期的计算机只用于处理数值数据，编写程序用的也只是机器码，程序是非常难读和难写的。为了改变这种使用方法，出现了表示信息项的符号码，这就是字符。以字符形式提供的信息一般用于地址码和操作码的助记符，它导致了汇编语言及以后的面向过程的语言的发展。

国际上有两种最大的和应用最广泛的字符集。它们是EBCDIC（扩充的二进制编码的十进制交换码）和ASCII（美国信息交换标准代码）。EBCDIC是个字符的编码系统，主要用于IBM360~370系列计算机。ASCII逐渐发展成为计算机工业的标准编码方案，很多非IBM机器都用这种代码。我们现在把这两种编码方案说明如下：

1. ASCII码字符集

(1) 大写的和小写的26个英文字母 {a, b, ..., z, A, B, ..., Z}。

(2) 十进制数字集 {0, 1, 2, 3, ..., 9}。

(3) 运算和特殊字符集 {+, -, *, /, >, =, <, |, 空格 (SP), !, ", {, }, ', #, \$, %, &, ', (,), , , ., :, ;, ?, @, [, \,], ^, ~}。

(4) 控制符，如：DEL（删除），STX（文本起动）ETX（文本结束），ACK（应答），HT（水平制表），VT（垂直制表），LF（换行），CR（回车），NAK（不应答），SYN（对同步传送的同步空闲），ETB（传送数据块的结束），FS（文件分隔符），GS（成组分隔符），RS（记录分隔符）。

2. EBCDIC字符集

这种字符集同样也有上述（1）~（3）的子字符集，至于控制符集，虽然助记符和名字不同，但也具有同样的控制功能。

在这些字符中，大量使用的是英文字符、十进制数值字符和运算符，还有对程序员很重要的控制符。图1-4所示为含有几个记录的数据块的典型传送格式，从图中可看出各种字符的应用。

在存储信息时，控制符是很重要的，主要是用于构造信息，而与具体问题的求解无关。例如控制符FS、GS和RS，它们是分别用来分隔信息文件、成组数据和记录的，虽然不是文件、数据或记录的一部分，但是没有它们也是不行的。

字符集也可以为某些专用计算机而建立。例如在计算机图形系统中，可以用某些字符对坐标点进行控制，在屏幕上指明标志、平移、放大或缩小等。

五、字符数据的存储结构

字符在内存里表示成一个位的序列，不同的字符指定不同的位序列。定长度的位序列比变长度位序列处理起来效力高一些，所以一般都采用定长度位序列的编码。

长度为 n 的位序列可以表示 2^n 种字符的编码，有很多种不同的编码方案，FORTRAN字符集的某些常用编码如表1-7所示。

这些编码分别由这样一些计算机采用：

EBCDIC——IBM360~370系列。

ASCII——Burroughs 5000~6000系列，PDP-10，DJS-183，Hewlett-Packard 2100系列，TOCBAC-40，DJS-100系列和DJS-200系列。

Univac CPU码——Univac1108。

6600显示码——CDC6600。

扩充BCD码是一种6位码，用在磁带上存储信息。Hollerith码已成为穿孔卡片表示信息的标准代码。

有关字符数据存储的另一个问题是数值和字符间的转换。这是计算机语言中经常要处