

有趣的数理逻辑


$$2+3=5$$

有趣的数理逻辑

何普恒

上海人民出版社

责任编辑 唐继无
封面装帧 杨德鸿

有趣的数理逻辑

何 普 恒

上海人民出版社出版

(上海绍兴路 54 号)

新华书店上海发行所发行 上海市印刷四厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 5.25 字数 101,000

1984 年 7 月第 1 版 1984 年 7 月第 1 次印刷

印数 1—24,500

书号 2074·433 定价 0.49 元

编 者 的 话

数理逻辑(亦称符号逻辑)是从传统的形式逻辑中分化出来的一门新兴学科。它虽然只有三百多年的历史,但近百年来,它的分支系统和内容都有了很大的发展,已经成为一个门类众多、系统完整的学科。数理逻辑为现代科学提供了严密的演绎科学方法论,因而它愈来愈广泛地被应用于各种科学技术和生产部门:不仅已普遍地应用于数学、计算机科学、控制论、生物学、心理学等自然科学领域,而且已开始被广泛地应用于哲学、语言学、教育学、考古学、管理科学等社会科学领域,并都取得了积极的成果。数理逻辑在推动现代科学技术的发展和人类进步的事业中必将进一步显示出自己广泛的科学意义。

近年来,我国逻辑学界在数理逻辑的研究和普及这两方面,都做了许多有益的工作,有了长足的进步。由于数理逻辑是借助于专门的人工语言而建立起来的严格的逻辑理论,它比普通逻辑更加抽象,这就给一般初学者带来了一定的困难,也使普及工作受到一定的影响。因此,深入浅出地介绍数理逻辑的基础知识,辅导初学者入门,是我国逻辑工作者的一项重要任务。我们编写这本小册子的目的,就是想在这方面作些尝试和探索。

本书是一本通俗性的普及读物。我们是想通过对一些有趣的和有启发性的逻辑实例的分析,由浅入深地介绍一些有关数理逻辑的基础知识,而不企求对数理逻辑知识作

系统的、完整的叙述。所以，本书在内容结构的安排上，是从逻辑实例出发，仅限于介绍为理解本书实例而必需具备和掌握的有关命题逻辑和类逻辑的基本知识，至于谓词逻辑，本书未作介绍。

力求科学性与通俗性相统一，是本书的编写原则，但由于我们的数理逻辑知识有限，又缺乏编写通俗读物的经验，因此难免出现缺点或错误，恳切希望读者及逻辑学界的专家们批评指正。

在本书编写过程中，曾参考以下书目：

《数理逻辑引论》，王宪钧著；

《数理逻辑导论》，莫绍揆著；

《数理逻辑基础》，希尔伯脱、阿克曼著，莫绍揆译；

《形式逻辑》，楚巴欣、布洛德斯基主编，马玉珂、宋文坚等译校；

《A First Course in Modern Logic》〔美〕E·W·Schipper and E·Schuh；

《Занимательная Логика》，Москва，«Наука»1960；

《趣味逻辑学》，彭漪涟、余式厚著。

我们向以上著作的作者和译者深深致意！

上海社会科学院哲学研究所朱水林同志对本书初稿提出了许多宝贵的修改意见和建议，上海人民出版社刘鸿钧同志和唐继无同志为本书出版给以热情协助，并付出了辛勤劳动，谨此致谢！

编 者

1983年12月

目 录

编者的话	(1)
------------	-------

命题逻辑部分

一、需要用命题逻辑解答的题目	(1)
----------------------	-------

1. 三兄弟锁橱门	(1)
2. 这两句话的意思一样吗?	(2)
3. 有些缠人的蛇是毒蛇吗?	(2)
4. “假如我睡不着觉……”	(3)
5. “二加三不等于五”	(4)
6. 吕正标智斗许仕虎	(4)
7. 父亲与儿子的争论	(6)
8. 谁打碎了窗子?(之一)	(6)
9. 谁打碎了窗子?(之二)	(7)
10. 需要的书放在哪里?	(8)
11. 聪明的囚徒	(8)
12. 一个勘探队员	(9)
13. 哪个是放有钥匙的盒子?	(10)
14. 在三岔路口上	(10)
15. 这位技术员一定要参加会议吗?	(11)
16. 这是谁干的?	(11)
17. 古典的速度加法定理是真的吗?	(12)
18. 小严的推断可靠吗?	(12)
19. 胡彪是杀人犯吗?	(13)

20. 谁考上重点大学?	(13)
21. 土耳其商人和帽子的故事	(14)
22. “我知道了……”	(14)
23. 在什么情况下, 这幢公寓才不发生失窃案件?	(15)
24. 新产品的鉴定办法	(16)
25. 两个部落	(16)
26. 农民还是小偷?	(17)
二、命题逻辑的基本知识简介	(18)
1. 命题逻辑的基本概念	(18)
2. 判定重言式的逻辑方法	(30)
3. 命题演算	(41)
4. 范式	(50)
5. 关于自然语言翻译为人工符号语言的问题	(62)
三、用命题逻辑解答的题目的答案	(70)
1. 三兄弟锁橱门	(70)
2. 这两句话的意思一样吗?	(73)
3. 有些缠人的蛇是毒蛇吗?	(75)
4. “假如我睡不着觉……”	(76)
5. “二加三不等于五”	(78)
6. 吕正标智斗许仕虎	(79)
7. 父亲与儿子的争论	(81)
8. 谁打碎了窗子?(之一)	(82)
9. 谁打碎了窗子?(之二)	(83)
10. 需要的书放在哪里?	(85)
11. 聪明的囚徒	(86)
12. 一个勘探队员	(87)
13. 哪个是放有钥匙的盒子?	(90)

14. 在三岔路口上	(92)
15. 这位技术员一定要参加会议吗?	(94)
16. 这是谁干的?	(96)
17. 古典的速度加法定理是真的吗?	(99)
18. 小严的推断可靠吗?	(100)
19. 胡彪是杀人犯吗?	(103)
20. 谁考上重点大学?	(106)
21. 土耳其商人和帽子的故事	(110)
22. “我知道了……”	(111)
23. 在什么情况下,这幢公寓才不发生失窃案件?	(113)
24. 新产品的鉴定办法	(114)
25. 两个部落	(115)
26. 农民还是小偷?	(116)

类 逻辑 部 分

一、需要用类逻辑解答的题目	(119)
1. 这位技术员一定要参加会议吗?	(119)
2. 五个嫌疑犯	(119)
3. 三台机器	(120)
4. 三台马达的运转	(120)
5. 他们的论断相同吗?	(121)
6. 三岁小孩是斗不过大鲨鱼的	(121)
7. 他们各是什么职称?	(121)
8. 他们各自买的是什么样子的车子?	(122)
9. 如何安排课程表?	(122)
10. 世界女子体操锦标赛的名次	(123)
11. 到底有谁看了电视节目?	(123)

12. 他们分别考上哪个大学?.....	(124)
13. 得满分的究竟是谁?.....	(124)
14. 录取分数线到底是多少?.....	(125)
15. 究竟哪两个人参加了义务劳动?.....	(125)
二、类逻辑的基本知识简介	(127)
1. 类逻辑的基本概念	(127)
2. 类的演算	(129)
3. 本书中需要用类逻辑解答的题目的几种主要类型 ..	(132)
三、用类逻辑解答的题目的答案	(142)
1. 这位技术员一定要参加会议吗?.....	(142)
2. 五个嫌疑犯	(143)
3. 三台机器	(143)
4. 三台马达的运转	(144)
5. 他们的论断相同吗?.....	(146)
6. 三岁小孩是斗不过大鲨鱼的	(146)
7. 他们各是什么职称?.....	(147)
8. 他们各自买的是什么牌子的车子?.....	(148)
9. 如何安排课程表?.....	(150)
10. 世界女子体操锦标赛的名次	(151)
11. 到底有谁看了电视节目?.....	(152)
12. 他们分别考上哪个大学?.....	(154)
13. 得满分的究竟是谁?.....	(156)
14. 录取分数线到底是多少?.....	(157)
15. 究竟哪两个人参加了义务劳动?.....	(158)

命题逻辑部分

一、需要用命题逻辑解答的题目

1. 三兄弟锁橱门

李一、李二、李三是孪生兄弟。他们各有一把锁和开自己这把锁的钥匙，用来锁一只三人公用的橱。

有一次，爸爸对他们三人说：“如果你们答应一个条件，我明天就去买一只小足球给你们踢。这个条件就是：如果你们要踢足球的话，只有当三个人都在的时候才能把足球拿去踢，你们能做到吗？”三兄弟听了高兴得跳了起来。老大李一说：“爸爸，我们保证能做到。我们把足球放在橱里，只要采取一种锁法，就能做到你提出的条件。”

过些时候，三兄弟在课余时间养了一盒蚕。他们也把养蚕的盒子放在橱里，并约定谁先回家谁就给蚕喂桑叶。

请问：在前一种情况下，应该怎样锁橱门？又问，在后一种情况下，又应该怎样锁橱门？他们分别运用了什么命题形式？

这两句话的意思一样吗？

有一次小桂对小吴说：“我通过学习化学，才懂得了并非所有金属是比水重的。”小吴却反问说：“怎么，所有金属并非是比水重的？”小桂以为小吴的话和他自己的话是同义的，于是非常肯定地说：“是的，肯定是这样的。”但小吴却坚决反对这一点。为此，二人争得面红耳赤。旁边一个同学仔细听了他们的争论后，却哈哈大笑说：“是你们自己把问题搞混了。”

请问：这位同学的评论对吗？

3. 有些缠人的蛇是毒蛇吗？

一个星期天的下午，黄老师带着初二(3)班动物兴趣小组的同学来到中山公园参观蛇展。有一条大蟒蛇紧紧地缠住耍蛇人的身体。李小明问道：“这条缠人的大蛇是毒蛇吗？”

“是的。因为有些缠人的蛇确实是毒蛇。”王芳回答说。

“真的有些缠人的蛇是毒蛇吗？”李小明想了一下再继续问道。

“真的，有的毒蛇是会缠人的。”林小丽接着回答说。

“不对。并非有些缠人的蛇是毒蛇。事实上，缠人的蛇都不会是毒蛇。”刘杰异常肯定地说。

林玲在一旁听了大家的争论，弄不清哪位同学的看法是对的。于是，她向黄老师问道：“黄老师，他们谁的看法对呀？”黄老师回答说：“他们四人中，只有一个人的看法是正

确的。你想想看，这个看法正确的人是谁呀？”

林玲根据黄老师的提示，想了一想，便高兴地回答：“我知道了，刘杰的看法是对的。会缠人的蛇都不是毒蛇。”黄老师点点头，对她的回答表示肯定。现在请问：林玲是怎样逻辑地推出正确结论的呢？

4. “假如我睡不着觉……”

在英国女作家阿加莎·克里斯蒂写的侦探小说《尼罗河上的惨案》中，女富豪林内特被杀了，谁是凶手呢？

比利时侦探波洛对林内特乘坐的游船上的许多旅客作了调查。他从凶手作案的动机、时间、手段等各方面进行分析，认为除了林内特的丈夫赛蒙和赛蒙的旧情人杰基（也是林内特的女友）之外，差不多个个都有作案的可能。在调查过程中，林内特的女仆路易丝和作家奥特伯恩太太先后被惨杀，使得案情更加复杂化。

奥特伯恩太太被杀后，波洛突然想起了路易丝在被杀前说过的一句话：“假如我睡不着觉，假如我在甲板上，也许我会看见那个凶手进出我太太的客舱。”

尽管这句话是用虚拟的口气说出的，波洛却认为这是很重要的一句话。他断定：“如果路易丝没有看见凶手，那么她就不敢也没有必要用虚拟的口气说这句话”；路易丝说出这样的话，目的很可能是向凶手要挟。而路易丝在说了这句话之后即遭杀害，也印证了波洛上述判断是正确的。波洛断定：“如果路易丝没有见到凶手，那么她是不会被杀的。”

善于运用逻辑思维的波洛就顺着这条线索，最后终于揭露了谋杀林内特的真正凶手——赛蒙和杰基。

请读者想一想：路易丝的话表达的是一个什么形式的命题呢？波洛的判断又是属于哪一种命题形式呢？

5. “二加三不等于五”

某报的记者、教数学的王老师、中学生张燕等人，一起参加晚会。记者出了一个数学题让大家解答：

“二加三在什么情况下不等于五？”

王老师问记者：“是相对数，还是绝对数？”

记者答：“就是一般的数！”

王老师一时被难住了。张燕在一旁回答说：“两只猫加三只老鼠，就不等于五。”

“不要名数。”记者有解释权。

大家想出了各种答案，都被记者否定了。最后连王老师也服输。于是，记者只用一句话就讲出了答案。他的答案惹得大家哄堂大笑。

请你猜一猜：记者讲出的答案是什么？

6. 吕正标智斗许仕虎

文汇报连载小说《投向“四〇一”的魔影》第23节中描写了我打入魔窟的公安人员吕正标智斗特务许仕虎的紧张情节：

许仕虎冷峻一笑，晃晃脑袋说：“你到底是什么人？快说！不说，我崩掉你！”

吕正标放下信，横眉怒眼，狠狠地瞪视着许仕虎，牙齿咬得咯咯作响，似乎在用顽强的意志抑制着胸中的怒火。突然，他掀开被子，指着自己的胸口，对许仕虎吼道：“有种的朝这里开枪吧！血债要用血来还的！开吧！开呀！你这个明天的尸首！”他见许仕虎犹豫不决，冷笑一声，“哼，谅你也不敢！”

许仕虎脸色阴沉冷森，讽刺地说道：“你已经死到临头了，还说大话！我只要食指一动，立刻叫你去见阎王！”

吕正标也用嘲弄的口吻还击说：“你不要高兴，你也离死不远了！不管你杀我或者不杀我，你都离死不远了！”

吕正标见许仕虎在冷笑，也未放松警惕，枪口还死死对着自己，决定晓以厉害，彻底镇服他，于是又说：“我讲的全是实话！第一，我如果真是共产党的侦察员，你许仕虎早在共产党侦察机关的严密监视之中了，你杀了我，你也休想溜之大吉；第二，我如果真是侯志杰（匪特机关派遣的特务），你杀了我，我的上司肯饶你？我的亲朋岂能不为我报仇雪恨？第三，你如果在杀我与不杀我之间犹豫不决，举枪不定，怠慢了鸟儿王（匪首）的命令，泄露了他的天机，那就不出三天，他定会置你于死！有这三条，我料定你离死不远了！”

这番话震动了许仕虎的心扉，打中了他的要害！他脸色变得象一张白纸，全身明显地战栗了一下，枪口慢慢地垂下了。

请问，吕正标上面这段义正辞严、晓以厉害的话的逻辑力量在哪里？试把表达这些论断的自然语言翻译成符号表达式。

7. 父亲与儿子的争论

古雅典有一个居民，他的儿子是一个利欲熏心、专事辩说以求取功名之徒。一天，父子俩又发生了争论。父亲警告儿子说：“如果你说真话，那么富人和显贵就要憎恨你；如果你说谎话，那么黎民百姓就会憎恨你。可是你必须或者说真话或者说谎话。因而或者富人和显贵憎恨你或者黎民百姓憎恨你。”儿子对父亲的警告不以为然，反而争辩说：“如果我说真话，那么黎民百姓就会赞颂我；如果我说谎话，那么富人和显贵就会赞颂我。而我必须说真话或者说谎话。因而黎民百姓会赞颂我或者富人和显贵会赞颂我。”

请问：父子的争论中是否包含有逻辑错误？他们各自运用了什么推理？请把这些推理形式翻译成符号公式。

8. 谁打碎了窗子？（之一）

在课间休息时，教室里只有安岗、甫强、华文、穆宗四个同学。他们中有一个人不小心打碎了教室的玻璃窗。后来，教师在询问他们时，他们分别是这样回答的：

安岗：(1)我没打碎窗子；(2)我当时在教室里踢毽子；(3)穆宗会知道是谁打碎窗子的。

甫强：(1)我没有干过这种事；(2)我早就不和穆宗一起玩了；(3)这是华文干的。

华文：(1)我没有做这种错事；(2)是穆宗打碎窗子的；
(3)甫强说我打碎了窗子是说谎。

穆宗：(1)我没打碎过窗子；(2)这是安岗的过错；(3)
甫强知道我不是肇事者，因为我在课间休息时同他一起玩
过。

后来，经过老师再三询问，他们又承认：上面他们各自
所作的三个回答中，只有两句是真的，另一句是假的。

那么，究竟是谁打碎了窗子呢？

9. 谁打碎了窗子？(之二)

课间休息时，教室里有九个学生，他们之中有一个人不
小心打碎了玻璃窗。后来，经过教师的询问，他们分别作出
了下述不同的回答：

小王：这是小张干的；

小李：不，这不是事实；

小钱：是我打碎了窗子；

小孙：这要么是小钱干的，要么是小华干的；

小张：小李是说谎；

小赵：这是小钱干的；

小周：不对，小钱没打碎窗子；

小华：无论是我还是小钱，都没干过这种事；

小陈：小华讲的是对的，但是，小张也没过错。

在这些回答中，经证实，只有三个人讲的是真话。请
问：究竟是谁打碎了窗子？

10. 需要的书放在哪里?

青工小王是个书迷,各种书籍他都喜欢浏览和保存。在他的房间里,有三满架图书。第一个书架里放的是文学作品;第二个书架里放的是社会科学的著作;第三个书架里放的是科技读物。有一次,他想写一篇通俗的科学幻想小说。在他的书桌上摆满了各种各样的书籍,有科技的,有社会科学的,有文艺作品……由于书放得很乱,他找了很久也找不到他所需要的三本书:《原子的故事》、《哥德巴赫猜想》、《自然辩证法》。他非常着急,责怪他的妈妈收拾屋子时把他的《原子的故事》放在第二个书架上,而把《哥德巴赫猜想》和《自然辩证法》放到第三个书架上的什么地方去了。而他的妈妈却否认这一点,并坚持说是他自己象往常一样,把这些书顺手放到第一个书架的什么地方去了。小王的姐姐站在一旁猜测说,《原子的故事》可能仍在第三个书架上,而《哥德巴赫猜想》和《自然辩证法》则可能放到第二个书架上去了。三个人都各自坚持自己的看法,甚至吵了起来。小王的父亲听到后,却说:“你们三个人都没说对……”。如果小王的父亲的说法是正确的,请问:这些书被放到什么地方,因而找不着了?

11. 聪明的囚徒

11. 聪明的囚徒

古希腊有个国王,想把一批囚徒处死。当时流行的处死方法有两种:一种是砍头,一种是处绞刑。那末,怎样处死这批囚徒?他考虑再三,决定让囚徒自己去挑选一种。挑