高等学校 工科电子类 规划教材

电磁场教学指导书

余恒清 杨显清

北京理工大学出版社

电磁场教学指导书

余恒清　杨显清

北京理工大学出版社

内 容 简 介

本书内容包括静电场、稳恒电流与稳恒磁场、时变电磁场、电磁波在无界均匀媒质中的传播、电磁波在不同媒质界面上的反射和折射、导行电磁波、电磁波的辐射等七章。每章均由基本内容概述、教学基本要求、重点难点分析讨论、解题示例、习题及答案五部分组成，是电磁场课程的辅助教材。本书可供工科电类各专业的电磁场课和理科有关专业的电动力学课的教师和学生参考。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场教学指导书/余恒清，杨显清编著. -北京：北京理工大学出版社，1995

ISBN 7-81045-028-X

Ⅰ.电… Ⅱ.①余[illegible] Ⅲ.电磁场-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.O441

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第06348号

北京理工大学出版社出版发行
(北京市海淀区白石桥路7号)
(邮政编码100081)
各地新华书店经售
北京地质印刷厂印刷
*
787×1092毫米 32开本 7.5印张 166千字
1995年7月第一版 1995年7月第一次印刷
印数：1—4000册 定价：5.90元

前　言

本教材系按电子工业部的工科电子类专业教材1991～1995年编审出版规划，由电磁场与微波技术教材编审委员会电磁场理论教材编审小组征稿，推荐出版。责任编委楼仁海教授。本教材由电子科技大学全泽松教授担任主审。

全书共分七章：静电场、稳恒电流与稳恒磁场、时变电磁场、电磁波在无界均匀媒质中的传播、电磁波在不同媒质界面上的反射和折射、导行电磁波、电磁波的辐射。每一章均由基本内容概述、教学基本要求、重点难点分析讨论、解题示例、习题及答案五部分组成。第一部分是对宏观电磁理论基本内容的简要归纳，给出了主要的结论和公式；第二部分是依据教学大纲的精神，提出各章节教学的具体要求，供讲课教师参考；第三部分内容是就各章的某些重点、学生学习中的一些疑难之处、容易混淆的概念等进行阐述和讨论；第四部分是为加深对基本理论的理解和提高应用能力而选取的典型例题，以作教学示范；第五部分是为了训练学生的解题能力、方便自检，而选取的少量习题并附上答案。

本书是编者在电子科技大学电磁场教研室多年从事电磁场理论教学并吸取了其他同志的教学经验的基础上，根据1991年电磁场与微波技术教材编审委员会电磁场理论编审小组扩大会议制订的《电磁场教学指导书》编写大纲的基本内容和要求编写而成的。本书是一本教学参考书，主要是为了帮助教师怎样处理好教学的重点和难点，同时也是用来帮助学生怎样正确理解和掌握电磁场的基本内容、提高分析问题和

解决问题的能力。

本书前三章由杨显清编写，后四章由余恒清编写。全泽松教授对编写本书给予了热情的鼓励和帮助，并提出了许多宝贵的意见；北京理工大学楼仁海教授和电子科技大学饶克谨教授对本书的编写工作也给予了很大的支持和指导，编者在此一并表示衷心的感谢。最后还要感谢单位领导和同事对编写本书的支持和关心。

由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，真诚希望广大读者批评指正。

编　者

1994.6　于成都

出 版 说 明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我公司承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从 1978 年到 1990 年，已编审、出版了三轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材更好地适应“三个面向”的需要，贯彻国家教委《高等教育“八五”期间教材建设规划纲要》的精神，调动广大教师编写教材，依靠学校管理部门和有关出版社，“以全面提高教材质量水平为中心，保证重点教材，保持教材相对稳定，适当扩大教材品种，逐步完善教材配套”作为“八五”期间工科电子类专业教材建设工作的指导思想。我公司所属的八个高等学校教材编审委员会和四个中等专业学校专业教学指导委员会，在总结前三轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了 1991～1995 年的“八五”(第四轮)教材编审出版规划。列入规划的教材，以主要专业的主干课程教材及其辅助教材为主，并配置一些教学参考书等约 300 余种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会或教学指导委员会直接组织进行。

这批教材的书稿，其一是从通过教学实践，师生反应较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会(小组)评选择优产生出来的；其二是在认真遴选主编人的条件下进行约编的；其三是经过质量调查在前几轮组织编写出版的教材中修编的。广大编审者、各编审委员会、教学指导委员会和有关出版社为保证

教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

中国电子工业总公司教材办公室

目　　录

第一章　静电场

一、基本内容概述

相对于观察者静止且电荷量不随时间改变的电荷产生的电场称为静电场。本章根据实验总结出的定律，研究静电场的基本性质及其分析和求解方法。

1. 真空中的静电场

(1)库仑定律　库仑定律是从实验中总结出的描写真空中两个静止点电荷 q' 和 q 之间相互作用力的定律，是静电场理论的基础，其数学表达式为

$$\boldsymbol{F}_{q'\to q}=\frac{q'q\boldsymbol{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \tag{1.1}$$

式中 $\boldsymbol{F}_{q'\to q}$ 表示点电荷 q' 作用在点电荷 q 上的力，$\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}\mathrm{F/m}$，$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'$ 是从 q' 到 q 的距离矢量，$\boldsymbol{r}'$ 和 $\boldsymbol{r}$ 分别是电荷 q' 和 q 的位置矢量，$R=|\boldsymbol{R}|=|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|=[(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2]^{\frac{1}{2}}$ 是从 q' 到 q 的距离。

(2)电场强度　静电场的基本物理量是电场强度，它的定义是

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\frac{\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})}{q} \tag{1.2}$$

式中 q 是位于 $\boldsymbol{r}$ 处的试探电荷，$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ 是该电荷所受到的静电力。

由式(1.1)和式(1.2)可得一个点电荷 q' 产生的电场强度

为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\frac{q'\boldsymbol{R}}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \tag{1.3}$$

式中 $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'$ 是从点电荷 q' 到场点 $\boldsymbol{r}$ 处的距离矢量，$\boldsymbol{r}'$ 为点电荷 q'（源点）的位置矢量，$\boldsymbol{r}$ 为场点（观察点）的位置矢量，$R=|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|=[(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2]^{\frac{1}{2}}$ 是从源点到场点的距离。

N 个点电荷产生的电场为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q'_i\boldsymbol{R}_i}{R_i^3} \tag{1.4}$$

上式称为电场的叠加原理。式中 $\boldsymbol{R}_i=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'_i$ 是从 q'_i 到场点 $\boldsymbol{r}$ 处的距离矢量，$R_i=|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'_i|=[(x-x'_i)^2+(y-y'_i)^2+(z-z'_i)_2]^{\frac{1}{2}}$ 是从源点 $\boldsymbol{r}'_i$ 到场点 $\boldsymbol{r}$ 处的距离。

连续分布体电荷的电场为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho(\boldsymbol{r}')\boldsymbol{R}}{R^3}\mathrm{d}V' \tag{1.5}$$

式中 $\boldsymbol{R}=|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|=[(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2]^{\frac{1}{2}}$ 是从源 $\rho\mathrm{d}V'$ 到场点 $\boldsymbol{r}$ 处的距离，$\boldsymbol{R}$ 是它们的距离矢量，方向由源指向场点 $\boldsymbol{r}$ 处。

同理，对于面、线分布电荷的电场表达式容易写出，只需将式(1.5)中的 $\rho(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}V'$ 分别改写为 $\rho_s(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}S'$ 和 $\rho_l(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}l'$ 即可。

(3)静电场的基本方程　由电场强度的表达式可推导出静电场的基本方程，其微分形式和积分形式分别为

$$\left.\begin{aligned}&\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0} && (a)\\ &\nabla\times\boldsymbol{E}=0 && (b)\end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

$$\left.\begin{aligned} &\oint_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad &(a)\\ \text{和}\qquad &\oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0 \qquad &(b)\end{aligned}\right\} \tag{1.7}$$

它们表明:静电场是一个有源无旋场,电荷是电场的源头,电力线从正电荷出发,终止于负电荷,电力线不闭合。

(4)静电位　根据静电场的无旋性$\nabla\times\boldsymbol{E}=0$,可引入电位函数$\phi$来描述电场强度矢量$\boldsymbol{E}$,即

$$\boldsymbol{E}=-\nabla\phi \tag{1.8}$$

将式(1.8)代入(1.6)可得电位ϕ满足的泊松方程

$$\nabla^2\phi=-\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.9}$$

若空间不存在体电荷,即$\rho=0$,则泊松方程变为拉普拉斯方程

$$\nabla^2\phi=0 \tag{1.10}$$

泊松方程的一个特解为

$$\phi(\boldsymbol{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V\frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{R}\mathrm{d}V' \tag{1.11}$$

在静电场中任意两点P、Q之间的电位差为

$$\phi_P-\phi_Q=\int_P^Q\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{1.12}$$

如果选择Q点为电位参考点,则在场中任一点P的电位为

$$\phi_P=\int_P^Q\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{1.13}$$

(5)电多极子　如果电荷分布在一个小区域内,则它在远处产生的电位可由式(1.11)展开为位于原点的点电荷(零极子)、偶极子、四极子、…,2^n极子所产生的电位之和,即

$$\phi(\boldsymbol{r})=\phi_0+\phi_1+\phi_2+\cdots \tag{1.14}$$

展开式中第一项

$$\phi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \tag{1.15}$$

而

$$q = \int_V \rho(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}V' \tag{1.16}$$

是把系统所有电荷都集中在原点的点电荷。

展开式的第二项为

$$\phi_1 = \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{1.17}$$

而

$$\boldsymbol{p} = \int_v \boldsymbol{r}'\rho(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}V' \tag{1.18}$$

称为该电荷系统的电荷相对于坐标原点的电矩。一个系统的电荷分布关于原点对称,则它的电矩为零。总电荷为零而电矩不为零的最简单电荷系统是一对等量异号的点电荷,这样的系统称为电偶极子,它在远处产生的电场为

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\left(\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{3(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r})\boldsymbol{r}}{r^5} - \frac{\boldsymbol{p}}{r^3}\right] \tag{1.19}$$

式中 $\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{l}$ 是电偶极矩矢量。

展开式的第三项为

$$\phi_2 = \frac{1}{24\pi\varepsilon_0}\sum_{i,j} Q_{ij}\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}\left(\frac{1}{r}\right) \tag{1.20}$$

而

$$\boldsymbol{Q}_{ij} = \int_V (3x'_i x'_j - r'^2\delta_{ij})\rho(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}V' \tag{1.21}$$

称为该电荷系统相对于原点的电四极矩张量的分量。

(6) 静电场中的导体　在静电平衡时,导体内部的电场强度处处为零。导体是等位体,导体表面是等位面。并且导体内部的电荷密度处处为零,电荷分布在导体表面上。因而在导体表面上,有

$$\boldsymbol{E}_t = 0, \qquad \boldsymbol{E}_n = \frac{\rho_s}{\varepsilon_0} \tag{1.22}$$

(7) 电容及部分电容　由两个带等量异号电荷的导体组成的电容器的电容为

$$C = \frac{q}{\phi_1 - \phi_2} \tag{1.23}$$

式中 $\phi_1 - \phi_2$ 为两导体之间的电位差。

在由 N 个导体组成的系统中，第 i 个导体的电位 ϕ_i 可以写成

$$\phi_i = \sum_{i=1}^{N} \alpha_{ij} q_j \qquad (i = 1,2,\cdots,N) \tag{1.24}$$

式中 α_{ij} 称为电位系数。有时已知的不是各个导体上的电荷，而是各导体上的电位。这时，第 i 个导体上的电荷量 q_i 可写成

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} \beta_{ij} \phi_j \qquad (i = 1,2,\cdots,N) \tag{1.25}$$

式中 β_{ij} 称为电容系数，它与电位系数的关系为

$$\beta_{ij} = (-1)^{i+j} \frac{M_{ij}}{\Delta} \tag{1.26}$$

式中 Δ 是方程组(1.24)的系数 α_{ij} 组成的行列式 $|\alpha_{ij}|$，M_{ij} 是行列式 $|\alpha_{ij}|$ 中的元素 α_{ij} 的余子式。

式(1.25) 又可写成

$$q_i = C_{ii}\phi_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} C_{ij}(\phi_i - \phi_j) \quad (i = 1,2,\cdots N) \tag{1.27}$$

式中 $C_{ij} = -\beta_{ij} (i \neq j)$ 为第 i 个导体与第 j 个导体间的部分电容，$C_{ii} = \sum_{j=1}^{N} \beta_{ij}$ 为第 i 个导体与大地之间的部分电容。

2. 介质中的静电场

(1) 介质的极化　电介质在电场的作用下要被极化。描

述介质极化状态的物理量是极化强度 $\boldsymbol{P}$，它等于单位体积内所有分子电偶极矩的矢量和，即

$$\boldsymbol{P}=\frac{\sum_i \boldsymbol{p}_i}{\Delta V} \tag{1.28}$$

极化电荷体密度和极化电荷面密度与极化强度的关系为

$$\rho_P=-\nabla\cdot\boldsymbol{P} \tag{1.29}$$

$$\rho_{Ps}=-\boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{P}_2-\boldsymbol{P}_1) \tag{1.30}$$

式中 $\boldsymbol{n}$ 为界面的法向单位矢量，由介质 1 指向介质 2。

(2) 介质中静电场的基本方程　在有电介质存在的情况下，可由真空中静电场的基本方程(1.6) 和式(1.29) 导出介质中静电场基本方程的微分形式

$$\left.\begin{aligned}&\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho &&(a)\\&\nabla\times\boldsymbol{E}=0 &&(b)\end{aligned}\right\} \tag{1.31}$$

其积分形式为

$$\left.\begin{aligned}&\oint_S\boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_V\rho\mathrm{d}V &&(a)\\&\oint_c\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0 &&(b)\end{aligned}\right\} \tag{1.32}$$

式中

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P} \tag{1.33}$$

称为电位移矢量，ρ 是自由电荷体密度。

在线性、各向同性介质中，$\boldsymbol{P}=\varepsilon_0\chi_e\boldsymbol{E}$，于是式(1.33) 可写成

$$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E} \tag{1.34}$$

式中 $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r=\varepsilon_0(1+\chi_e)$，称为电介质的介电常数，$\varepsilon_r$ 为相对介电常数，χ_e 为电介质的极化率。

(3) 边界条件　在两种不同介质的分界面上，场量满足

的关系为

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{E}_2 - \boldsymbol{E}_1) &= 0 \qquad (a) \\ \boldsymbol{n} \cdot (\boldsymbol{D}_2 - \boldsymbol{D}_1) &= \rho_s \qquad (b) \end{aligned}\right\} \tag{1.35}$$

这就是不同介质分界面上静电场的边界条件，式中$\boldsymbol{n}$由介质1指向介质2。

在两种电介质的分界面上，边界条件又可用电位表示为

$$\left.\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_2 \qquad (a) \\ \varepsilon_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \varepsilon_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} &= -\rho_S \qquad (b) \end{aligned}\right\} \tag{1.36}$$

3. 静电场能量和静电力

N个点电荷之间的相互作用能为

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} q_i \phi_i \tag{1.37}$$

式中

$$\phi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{N} \frac{q_j}{|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j|} \qquad (i = 1, 2, \cdots, N) \tag{1.38}$$

是除q_i外的所有点电荷在q_i处产生的电位。

连续分布电荷的静电场能量为

$$W_e = \frac{1}{2} \int_V \rho(\boldsymbol{r}) \phi(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}V \tag{1.39}$$

由式(1.39)可推导出用电场表示的能量公式

$$W_e = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{E} \mathrm{d}V \tag{1.40}$$

式中积分遍及整个空间。被积函数

$$w_e = \frac{1}{2} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{E} \tag{1.41}$$

称为电场能量密度。

N 个带电导体系统的能量可表示为

$$W_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i \phi_i \tag{1.42}$$

这里 q_i 和 ϕ_i 分别是第 i 个($i = 1,2,\cdots,N$) 导体上的电荷和电位。

式(1.42) 又可表示为

$$W_e = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N} \beta_{ij}\phi_i\phi_j = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{N} \alpha_{ij}q_iq_j \tag{1.43}$$

电容器内储存的能量可表示为

$$W_e = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \tag{1.44}$$

带电体在电场中所受到的静电力可利用虚位移法计算。假定带电系统的电荷不变,则有

$$F_i = -\left.\frac{\partial W_e}{\partial x_i}\right|_{q\text{不变}} \tag{1.45}$$

若带电体上的电位不变,则有

$$F_i = -\left.\frac{\partial W_e}{\partial x_i}\right|_{\phi\text{不变}} \tag{1.46}$$

式(1.45) 和(1.46) 中,x_i 为广义坐标,F_i 为相应于 x_i 的广义力。对同一个问题,由式(1.45) 和(1.46) 计算出的结果是相同的。

4. 静电场边值问题及解法

(1) 静电场边值问题　已知场域内的电荷分布和边界面上的电位或电位的法向导数,求解场分布的问题称为静电场的边值问题。这类问题可归结为:在给定的边界条件下,求解电位的泊松方程或拉普拉斯方程。

根据已知的边界条件不同,静电场的边值问题可分为三

类：

第一类：已知边界面上的电位；

第二类：已知边界面上电位的法向导数或电荷分布；

第三类：已知一部分边界面上的电位和另外部分边界面上电位的法向导数。

(2) 唯一性定理　唯一性定理表述为：在给定的边界条件下，电位的泊松方程或拉普拉斯方程的解是唯一的。唯一性定理为边值问题的各种解法提供了理论依据。

边值问题的解法有解析法、数值法、实验模拟和图解法等。这里仅介绍解析法中的分离变量法、电像法和复变函数法。

(3) 分离变量法　应用分离变量法求解拉普拉斯方程时，具体的步骤是：首先在选定的坐标系下，将电位函数表示为三个未知函数的乘积，其中每个函数仅含一个坐标变量。将三个未知函数的乘积代入拉普拉斯方程，从而分离出三个常微分方程，由它们的解的乘积可构成电位函数的级数形式通解。然后再根据给定的边界条件来确定通解中的待定系数。

在直角坐标系中，拉普拉斯方程为

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=0 \tag{1.47}$$

通解为

$$\phi(x,y,z)=(m_1+m_2x)(m_3+m_4y)(m_5+m_6z)+\sum f(x)g(y)h(z) \tag{1.48}$$

式中

$$\left.\begin{aligned} f(x)&=A\sin(k_xx)+B\cos(k_xx) && (k_x^2>0)\\ g(y)&=C\sin(k_yy)+D\cos(k_yy) && (k_y^2>0)\\ h(z)&=F\mathrm{sh}(|k_z|z)+G\cos(|k_z|z) && (k_z^2<0)\end{aligned}\right\} \tag{1.49}$$