

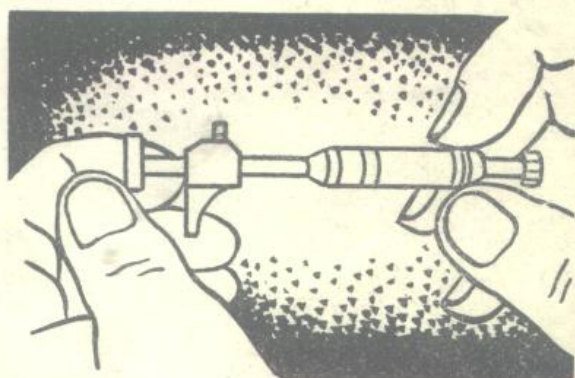
机械工人学习材料

JIXIE GONGREN XUEXI CAILIAO

圆柱齿轮公法线长度的测量

李容来 编著

技术测量



机械工业出版社

内容提要 为了保证齿轮达到规定的精度要求，在齿轮加工过程中以及加工完毕后，都应该仔细地对被加工的齿轮周节累积误差、齿厚、原始齿形的偏移等进行测量和检查。但是，在实际生产过程中，对这些偏差的测量比较麻烦，而且不易达到较高的准确度。因此，可以应用测量公法线误差及公法线长度变动量的方法来代替，这样既简便又能保证一定的测量精度。

本书是根据 1965 年第一版修订的，比较系统地讲解了公法线长度的测量方法、量具的使用和测量时如何换算和查表等，这些基本知识适合于机械工人阅读。

圆柱齿轮公法线长度的测量

(修订第二版)

李容来 编著

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092^{1/32}$ ·印张 $2^{14/16}$ ·字数 64 千字

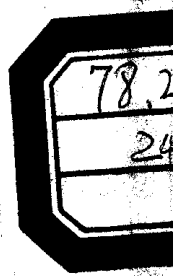
1965 年 7 月北京第一版

1974 年 4 月北京修订第二版·1974 年 4 月北京第一次印刷

印数 000,001—105,000·定价 0.22 元

*

统一书号：15033·3942



◆◆◆◆◆毛主席语录◆◆◆◆◆

红与专、政治与业务的关系，是两个对立物的统一。一定要批判不问政治的倾向。一方面要反对空头政治家，另一方面要反对迷失方向的实际家。

在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上。因此，人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。

78.2461

247

目 次

一	什么叫做公法线长度.....	2
	1 渐开线和渐开线函数(2)——2 公法线长度(4)——3 有关公法线长度测量的术语和符号(5)——4 渐开线圆柱齿轮测量公法线长度的意义(7)——5 测量公法线长度的优点(7)	
二	公法线长度测量的计算.....	9
	1 直齿圆柱齿轮公法线长度的计算(9)——2 斜齿圆柱齿轮公法线长度的计算(13)——3 变位齿轮公法线长度的计算(17)——4 由公法线长度的测量结果求齿厚(25)	
三	测量公法线长度所用的量具.....	25
	1 公法线千分尺(26)——2 指示式公法线卡规(27)	
四	测量公法线长度确定径向切削深度.....	29
五	公法线长度换算表的使用方法和计算举例.....	30
	1 公法线长度换算表的使用方法(31)——2 计算举例(31)	
六	附表.....	34

在近代的机器制造业中，广泛地应用着齿轮传动机构。齿轮传动机构能不能正常地工作，同齿轮的制造质量有着密切的关系。“一切真知都是从直接经验发源的”。从生产实践中，使我们懂得：在齿轮传动中，最重要的条件是要求具有固定的传动比，这样才能使一对齿轮在工作过程中保证啮合的平稳性和传动的均匀性。如果齿轮传动时传动比发生了变化，那么从动齿轮的角速度也会随着变化，从而产生惯性力。这种惯性力，不仅影响齿轮的寿命，造成齿轮过早磨损和损坏，而且也会引起机器振动，并影响其工作精度。

其次，为了保证齿轮能正常的工作和传动的准确性，也要求一对啮合齿轮的轮齿间保持一定的齿侧间隙。例如，对于低速的或重负荷的齿轮，啮合时为了使齿间能容纳适量的润滑油，并由此减少磨损和补偿齿轮受热后所引起的变形，必须要有一定的齿侧间隙；而对于用在测量仪器读数机构的齿轮，要求传动精确，并在逆转时不致造成游隙而引起误差，也必须保持较小的齿侧间隙。

为了保证齿轮达到规定的精度要求，在加工齿轮过程中，以及加工完毕后，都应该仔细地对被加工齿轮的齿厚、周节累积误差，以及原始齿形的偏移等项目进行测量和检查。但是，在实际的生产过程中，对这些偏差的测量比较麻烦，有的需要较复杂的测量仪器，而且不易达到较高的准确度。由于上述偏差变化与公法线长度之间有着一定的关系，因此往往采用测量公法线长度误差和公法线长度变动量的方法来代替测量上述的偏差。另外，测

量公法线长度的方法比较简单，可以采用简便的测量工具，并且能保证一定的测量精度，因此在机器制造业中被广泛应用。

一 什么叫做公法线长度

一对齿轮的传动，都要求它有固定的传动比和工作的平稳性。要达到这个要求，就必须具有正确的齿形。在机器制造业中，一般采用的渐开线齿形，就是为了解决齿轮传动的平稳性问题。齿形曲线除渐开线外，有时还采用其它的曲线（如摆线、圆弧等）。由于渐开线齿形容易制造，便于安装，所以直到目前为止，大多数的齿轮齿形还是采用渐开线的齿形。

1 渐开线和渐开线函数

渐开线齿形是由两条渐开线组成的（如图1）。齿轮的原理、设计、制造、检验等一系列问题，都围绕着这两条渐开线进行的。

渐开线是怎样形成的呢？当一根直线沿着一个圆周作纯滚动（即接触面之间毫无滑动的滚动）时，在这根直线上的任意一点轨迹，就叫做该圆的渐开线，这个圆叫做渐开线的基圆，而这根直线叫做母线。从图2中

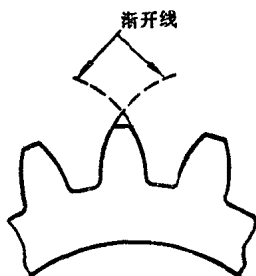


图1 渐开线齿形

可以看到，在一圆盘的圆周上绕一根棉线，线头 a 上栓一支铅笔，拉紧线头 a ，逐渐展开，铅笔尖在纸上画出来的曲线，就是渐开线。这圆盘就是基圆，棉线可以看做母线，齿轮的齿形就是这条渐开线上的一段（如图1）。

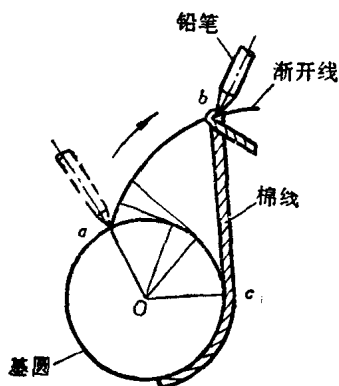


图2 齿轮渐开线的形成

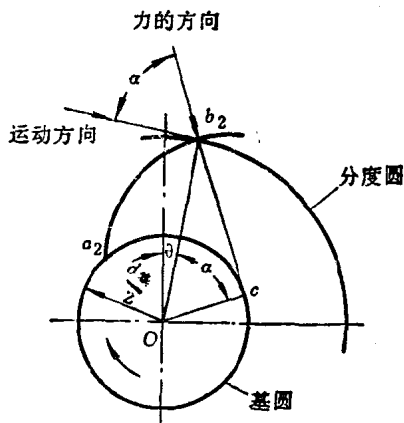


图3 渐开线展角和压力角的关系

另外，从图3中还可以看到渐开线展角和压力角之间的关系。从渐开线起始点 a_2 到渐开线和分度圆的交点 b_2 的一段渐开线所包含的圆心角 θ ，称为渐开线展角。 b_2 点力的方向线（即形成该渐开线的母线在该点 b_2 与 c 点的连线 b_2c 位置）与运动方向线的夹角 α ，称为压力角。因为 b_2 点运动方向线垂直于 Ob_2 ， b_2 点力的方向线 b_2c 垂直于 Oc ，所以 $\angle b_2Oc = \alpha$ 。从渐开线的形成可知

$$\overline{b_2c} = \widehat{a_2c}$$

而 $\overline{b_2c}$ 是直角三角形 Ob_2c 中 α 角所对的边，所以

$$\overline{b_2c} = \frac{d_*}{2} \tan \alpha$$

又 $\widehat{a_2c}$ 是基圆上扇形 Oa_2c 的弧长，等于它所对的中心角 $(\theta + \alpha)$ 乘以基圆半径 $\frac{d_*}{2}$ ，即

$$\frac{d_*}{2} \tan \alpha = \frac{d_*}{2} (\theta + \alpha)$$

消去基圆半径并整理后, 可得出

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha \quad (\text{式中角度单位用弧度})$$

可见圆心角 θ 是随压力角 α 的大小而变化的。只要知道了渐开线上各点的压力角, 那么对应的圆心角 θ 的大小也就可以由上式计算出来, 所以习惯上常用渐开线函数 $\operatorname{inv} \alpha$ 来表示圆心角 θ , 即

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$$

为了计算方便, 对于不同压力角 α 的渐开线函数已列成数表, 可以直接查阅 (见表 1)。

2 公法线长度

公法线长度测量在齿轮加工检验过程中所以能得到广泛应用, 就是因为它能更深入地反映渐开线齿轮的特点, 而且测量方法简便准确, 所以我们通过分析公法线长度计算这一生产实际问题, 就可以进一步掌握渐开线齿轮原理和应用。

首先我们取一根直尺, 在它的两端 A 和 B 上 (如图 4 所示), 各固定一个铅笔尖, 让直尺在基圆上作纯滚动, 这样在直尺上的两个铅笔尖就可以画出两条对称的曲线——渐开线 1 和渐开线 4。

在渐开线 1 上, A 点的法线是直尺的 Aa_3 部分, 渐开线 4 上 B 点的法线是直尺的 Ba_3 部分, 所以直尺 AB

就表示了渐开线 1 和 4 的公法线。再让直尺 AB 沿基圆由实线位置作纯滚动到虚线位置 A_1B_1 时, 虽然直尺位置改变了, 但两端

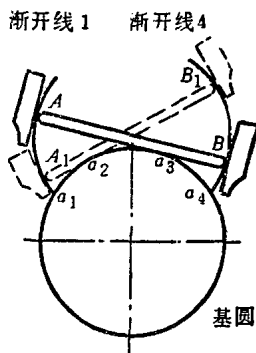


图 4 用直尺和基圆盘来形成渐开线原理

点走的路线还是在原来的渐开线 1 和 4 上。可见渐开线 1 和 4 的公法线长度各处都一样，就是直尺的长度 AB ，并且一定等于基圆上渐开线 1 和 4 的起点 a_1 、 a_4 之间的弧长（因直尺在基圆上作纯滚动），即

$$\overline{AB} = \widehat{a_1 a_4}$$

如果我们用游标测齿卡尺卡住（相切）渐开线 1 和 4（如图 4 所示）所得出的距离，就是它们的公法线长度 AB 。归纳起来，我们对齿轮公法线长度可以作这样的定义，即两平行平面和齿轮牙齿的两非对应齿侧相切时，两切点间距离叫做公法线长度，用符号 L 来表示（如图 5 所示）。

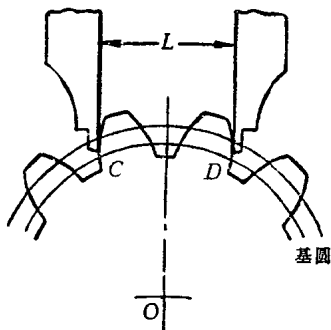


图 5 齿轮公法线长度 L

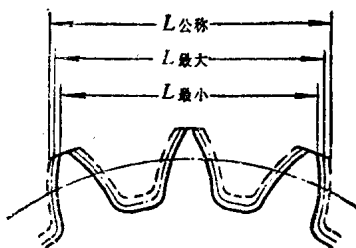


图 6 齿轮公法线的公称长度

3 有关公法线长度测量的术语和符号

一、公称公法线长度 ($L_{\text{公称}}$)——是指啮合齿轮的原始齿形在公称位置和公称中心距时，能使齿轮的传动达到紧密啮合时的公法线长度（如图 6）。

二、公法线长度的最小偏差 ΔmL ——由于齿轮牙齿必须较理论计算出来的值小，齿轮啮合时为了保证有一定的齿侧间隙，

这里所规定的公法线长度跟理论长度相差的最小值，也就是齿轮在实际加工过程中允许公法线长度的最大极限值 ($L_{\text{最大}}$) 与公称公法线长度 ($L_{\text{公称}}$) 之间的差值，称为公法线长度的最小偏差 $\Delta m L$ (在工厂里有时也叫做公法线长度的上偏差)，可从附表 2 查得。

三、公法线长度的公差 δL ——允许的公法线长度偏差的范围，即

$$\delta L = L_{\text{最大}} - L_{\text{最小}}$$

公法线长度的公差 δL ，也可以从附表 2 查得。

四、公法线长度最大偏差 $\Delta m L$ ——为齿轮公法线长度允许的最小极限值 ($L_{\text{最小}}$) 与公称公法线长度 ($L_{\text{公称}}$) 之间的差值，称为公法线长度最大偏差 $\Delta m L$ (在工厂里有时也叫做公法线长度的下偏差)，可从下列关系式求得，

$$\begin{aligned}\Delta m L &= L_{\text{公称}} - L_{\text{最小}} \\ &= \Delta m L - \delta L\end{aligned}$$

五、公法线长度变动公差 δL_g ——是指同一齿轮上公法线的最大长度 $L_{\text{最大}}$ 和最小长度 $L_{\text{最小}}$ 的允差 (如图 7)，即

$$\delta L_g = L_{\text{最大}} - L_{\text{最小}}$$

也可以从附表 3 查得。

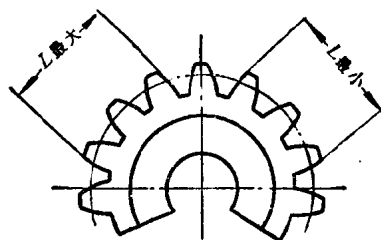


图 7 公法线长度变动公差

4 渐开线圆柱齿轮测量公法线长度的意义

为了保证齿轮传动机构的正常工作,必须对齿轮的制造质量进行必要的检验。在第一机械工业部机械工业通用标准(JB)179-60圆柱齿轮传动公差中,对齿轮的质量指标规定了三个方面的要求,即齿轮的运动精度,齿轮的工作平稳性,齿轮的接触精度。另外,对齿轮齿侧间隙要求也做了规定。

评定齿轮运动精度的指标是运动误差或周节累积误差,但测量这两个指标比较麻烦,而且需要复杂的仪器设备。由于周节累积误差的大小,主要是决定于公法线长度变动量和齿圈的径向跳动这两个项目误差的综合,而这两个项目误差的测量方法简便,可以使用一般量具来测量。因此,一般工厂在生产3~9级的齿轮时,通常是用测量这两个项目的误差来评定齿轮的运动精度。

为了保证齿轮传动时具有一定的侧隙,就必须测量齿轮的原始齿形位移偏差。由于利用测量公法线长度的方法简便,因此一般工厂通常都采用检查公法线的平均长度偏差,来代替测量原始齿形位移的方法。公法线长度允许偏差值详见附表2。公法线长度偏差和原始齿形位移偏差之间的关系,可由下式进行换算。

$$\text{公法线长度最小偏差: } \Delta mL = 0.68 \left(|\Delta mh| + \frac{\delta_{ej}}{2} \right)$$

$$\text{公法线长度公差: } \delta L = 0.68(\delta h - \delta_{ej})$$

式中 Δmh ——原始齿形最小位移;

δh ——原始齿形位移公差;

δ_{ej} ——齿圈径向跳动的公差。

有关 Δmh 、 δh 、 δ_{ej} 的值,可参阅机标(JB)179-60圆柱齿轮传动公差的规定。

5 测量公法线长度的优点

齿轮公法线长度测量不但在检查齿轮质量时被广泛应用,而

且在生产过程中也广为采用，主要具有下述优点：

一、公法线长度可以在滚切齿轮的过程中直接在机床上进行测量，并根据测量的结果，通过简单的计算来调整滚切刀具的径向切削深度，以达到规定的齿厚尺寸。

二、测量公法线长度可以代替齿厚的测量。齿厚一般是利用游标测齿卡尺、光学测齿卡尺、齿厚极限卡规，以及正切测齿规等量具来进行测量的。虽然用这种方法比较简单，但由于它是利用齿顶圆作为测量基准，因此齿顶圆的制造精度直接影响它的测量结果。用上述方法测量齿厚，为了防止产生很大的误差，就必须严格控制齿顶圆直径、齿顶圆与分度圆的不同心度。

一般的齿轮，在实际工作过程中并不要求把齿顶圆制造得非常准确，也不需要齿顶圆与分度圆保持很高的同心度。为了避免这种齿厚测量方法的缺点，我们可以利用测量公法线长度的方法来确定齿厚。由于测量公法线长度不需要齿顶圆作为测量基准，所以测量的结果不受齿顶圆制造精度的影响。

三、公法线长度的测量方法简便，不需要任何测量基准，可以使用简单的量具，准确度也比较高，特别适用于生产车间。

四、在测绘圆柱齿轮时，一般常用测量公法线长度所得的数据，通过计算齿轮的基节（基圆周节）来核对圆柱齿轮的基本参数——模数（ m ）、齿形角（压力角 α ）等不明的齿轮（每测量两次公法线长度的差值，即第二次测量时所卡的齿数比第一次测量时所卡的齿数多一齿或少一齿，两次测量结果的尺寸之差就等于被测齿轮的基节）。

五、公法线长度的测量方法，在一定程度上也存在着误差（其误差的大小与周节和齿形的不正确度有关），但跟公法线长度的公差比较起来是要小得多，一般可以忽略不计。对精度要求较

高的齿轮来说，测量时仍然要注意这个问题。

二 公法线长度测量的计算

测量公法线长度的时候，首先要计算被测齿轮的公称公法线长度的尺寸 ($L_{\text{公称}}$)，然后再进行实际测量。

1 直齿圆柱齿轮公法线长度的计算

从图 8 中可以看出，用卡尺测量跨了齿轮的三个轮齿，图中 A 点和 B 点是两个卡爪和齿轮轮齿的切点，连 A 、 B 两点的直线就相当于前述的直尺，它与基圆相切于 C 点。卡尺卡爪之间的距离 AB 就是我们所要计算的公法线长度。由图 8 中知道：

$$\text{跨 2 齿} \quad L_2 = t_{\text{基}} + S_{\text{基}}$$

$$\text{跨 3 齿} \quad L_3 = 2t_{\text{基}} + S_{\text{基}}$$

.....

.....

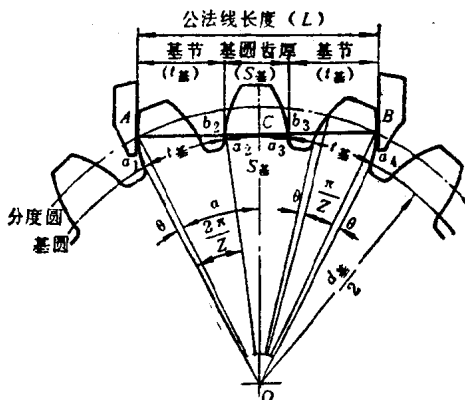


图 8 齿轮公法线长度的计算原理

跨 n 齿
$$L_n = (n-1)t_{\#} + S_{\#}$$

由此可见，卡尺跨 n 个齿量到的公法线长度 (L_n) 包含有跨越齿数 $n-1$ 个基节 ($(n-1)t_{\#}$) 和一个基圆齿厚 ($S_{\#}$)。

因为
$$t_{\#} = \frac{\pi d_{\#}}{Z}$$

$$d_{\#} = d_{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha$$

则
$$t_{\#} = \frac{\pi d_{\frac{\pi}{2}}}{Z} \cos \alpha$$

而 $\frac{\pi d_{\frac{\pi}{2}}}{Z}$ 就是分度圆周长取 Z 个等分，即周节 (t)。由于 $t = \pi m$ ，所以 $t_{\#} = \pi m \cos \alpha$ 。

下面我们再进行基圆齿厚 $S_{\#}$ 的计算。从图 9 中可以看出， $S_{\#} = \widehat{a_2 a_3}$ ，而弧长等于它所对的中心角（单位弧长）乘以半径，所以

$$S_{\#} = \frac{d_{\#}}{2} \left(\frac{\pi}{Z} + 2\theta \right)$$

由于
$$d_{\#} = mZ \cos \alpha$$

$$\theta = \text{inv } \alpha = \text{tg } \alpha - \alpha$$

所以
$$S_{\#} = \frac{1}{2} mZ \cos \alpha \left(\frac{\pi}{Z} + 2\theta \right)$$

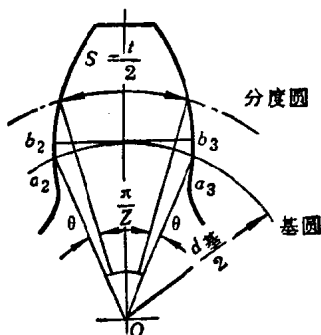


图 9 基圆齿厚的计算原理

经整理得： $L_n = (n - 1)t_{\pm} + S_{\pm}$

$$= (n - 1)\pi m \cos \alpha + \frac{1}{2}mZ \cos \alpha \left(2 \operatorname{inv} \alpha + \frac{\pi}{Z} \right)$$

$$L_n = m \cos \alpha [(n - 0.5)\pi + Z \operatorname{inv} \alpha] \quad (1)$$

式中 m ——模数；

α ——分度圆上的压力角；

n ——跨越齿数（测量公法线长度所跨的齿数）；

Z ——被测齿轮的齿数；

$\operatorname{inv} \alpha$ ——渐开线函数。

根据不同的压力角可简化公法线长度公式如下：

$$\text{当 } \alpha = 20^\circ \text{ 时 } L = m [2.9521(n - 0.5) + 0.014Z] \quad (2)$$

$$\alpha = 15^\circ \text{ 时 } L = m [3.0345(n - 0.5) + 0.00594Z] \quad (3)$$

$$\alpha = 14\frac{1}{2}^\circ \text{ 时 } L = m [3.0415(n - 0.5) + 0.00537Z] \quad (4)$$

为了计算方便，已将公法线长度数值列成表，附表4和附表5就是压力角 $\alpha = 15^\circ$ 和 $\alpha = 20^\circ$ 的标准直齿圆柱齿轮（当模数 $m = 0.3 \sim 10$ 毫米时）的公法线长度（ L ）。

测量公法线长度时所跨的齿数 n ，称为跨越齿数。在测量公法线长度的实践中有这样的体会：如果跨越齿数太多，卡尺卡在齿轮的牙齿就会在顶部接触；如果跨越齿数太少，就会在根部接触。在这种情况下，所测出的公法线长度就不准确。所以确定跨越齿数时，必须使卡尺的卡爪与齿轮牙齿的中部相切。对于标准齿轮来说，就要求相切于分度圆附近。那么，究竟合理的跨越齿数是多少呢？

对于标准齿轮，跨越齿数应为：

$$n = \frac{\alpha}{180^\circ} Z + 0.5 \quad (5)$$

根据不同的压力角 (α) 可简化跨越齿数计算公式如下:

当压力角 $\alpha = 20^\circ$ 时,

$$n = \frac{Z}{9} + 0.5 = 0.111Z + 0.5 \quad (6)$$

$\alpha = 15^\circ$ 时,

$$n = 0.083Z + 0.5 \quad (7)$$

$\alpha = 14\frac{1}{2}^\circ$ 时,

$$n = 0.08Z + 0.5 \quad (8)$$

用上述公式计算出来的跨越齿数 n , 可能不是整数, 一般都用四舍五入取整数。

例如计算出来的 $n = 8.72$, 应取 $n = 9$ 。

例 1 有一直齿渐开线圆柱齿轮, 它的齿数 $Z = 42$ 齿, 模数 $m = 3.5$ 毫米, 以及分度圆上的压力角 $\alpha = 20^\circ$ 。求该齿轮公法线长度的公称尺寸 (L), 以及测量公法线长度时所跨的齿数 n 是多少?

解 由表 5 查得模数 $= 3.5$ 毫米、压力角 $\alpha = 20^\circ$ 、齿数 $Z = 42$ 齿时, 公法线长度值 $L = 48.555$ 毫米。

跨越齿数 n 可从附表 5 直接查出。当 $Z = 42$ 时, $n = 5$; 同时也可以用计算方法来验证查表法是否正确, 即

$$\begin{aligned} n &= 0.111Z + 0.5 \\ &= 0.111 \times 42 + 0.5 \\ &= 5.162。 \end{aligned}$$

跨越齿数 (n) 按四舍五入取整数 5, 计算结果与查表法完全一致。

例 2 有一直齿渐开线圆柱齿轮, 它的齿数 $Z = 18$ 齿, 模数 $m = 0.8$ 毫米, 以及分度圆上的压力角 $\alpha = 20^\circ$, 求该齿轮的公法

线长度的公称尺寸 (L)，以及测量公法线长度时所跨的齿数 n 是多少？

解 已知： $Z = 18$ ， $m = 0.8$ ， $\alpha = 20^\circ$ 。从附表 5 直接查出 $m = 0.8$ 毫米时，公法线长度值为 6.106 毫米，跨越齿数 (n) 为 3；同时用计算方法来验证，即

$$\begin{aligned} n &= 0.111 Z + 0.5 \\ &= 0.111 \times 18 + 0.5 \\ &= 2.498。 \end{aligned}$$

根据计算结果，跨越齿数按四舍五入取整数为 2，与查表法不一致。

由此可见， $\alpha = 20^\circ$ 公式 (6) $n = 0.111 Z + 0.5$ ，在计算跨越齿数的时候，应当特别注意齿轮的齿数 (Z) 正好为 9 的倍数 (如 $Z = 18, 27, 36 \dots$) 时的 n 求法。

为了避免公式 (6) 所造成的计算误差，可将公式 (6) 简化成下式来计算：

当压力角 $\alpha = 20^\circ$ 时，

$$n = \frac{1}{9} Z + 0.5 \quad (9)$$

当 $Z = 18$ 齿时， $n = \frac{18}{9} + 0.5 = 2.5$ ，取整数为 3，所以测量该齿轮公法线长度时所跨的齿数 n 应为 3 齿。

2 斜齿圆柱齿轮公法线长度的计算

斜齿圆柱齿轮公法线长度的计算方法和直齿圆柱齿轮公法线长度的计算方法基本相似，由于斜齿圆柱齿轮公法线长度值只能在法面上进行测量得到，因此我们必须计算法面公法线长度。为了说明它的计算原理，有必要把斜齿圆柱齿轮的基圆柱面展开 (如图 10 所示)。从展开图上可看出：法面公法线长度 L_* 是端面