超靜定圓拱分析 魏璉著

魏 璉 著

# 超靜定圓拱分析

科学技術出版社

# 超静定圓拱分析

魏　　璉著



科学技術出版社

# 內 容 提 要

本書共分八章專門研究各种超靜定圓拱分析，包括等截面及变截面無鉸圓拱与双鉸圓拱的分析方法，列有“單位变位”及在各种不同載重作用下“載变位”的計算公式，对彈性支座上圓拱的分析亦作了一番研究，介紹了一般性的計算方法。在“由單个圓拱構成的連續拱分析”一章中著者建議采用“逐次近似法”、“不均衡撓矩及推力傳播法”等等，可使計算簡化。

本書可供結構工程师与技術人員作为設計时的参考，亦可作为大專院校土木結構系师生参考用書。



# 超 靜 定 圓 拱 分 析

著 者 魏 璉

*

科 学 技 術 出 版 社 出 版
（上 海 南 京 西 路 2004 号）
上海市書刊出版業營業許可証出 079 号
上海启智印刷厂印刷 新華書店上海發行所总經售

*

統一書号：15119 · 635
开本 787×1092 耗 1/18 · 印張 20 4/9 · 字數 313,000
1958 年 4 月第 1 版
1958 年 4 月第 1 次印刷 · 印數 1—2,000
定价：(10) 3.40 元

# 序

超靜定圓拱于各項建筑工程中的应用頗多．在我國規模宏偉的基本建設事業中，对于其应力分析方法之研究，实具有重要意义．著者对此課題，深感兴趣，潛心研究，数載未尝中輟．几年來已累積一些淺薄的心得．爰不揣譾陋著而为書，如能以一得之愚对我國建設事業稍有貢献，則幸甚矣！

变截面無鉸圓拱及双鉸圓拱的分析，以往均采用“分段計和法”、“近似積分法”等，計算常嫌繁冗，至于直接引用公式之“解析法”，則似尙不多見．本書中在研究此課題时，提出了一个初步方案．建議采用两个近似公式來表示圓拱截面的变化規律．因而得在采用圓拱拱軸的一定方程下，導出了各种不同載重作用时計算所需的全部公式．应用这些方法，变截面圓拱之应力分析可較簡單，是否有当？願待各方專家的指正．

彈性支座上圓拱之分析亦为一重要課題，本書第五章中介紹了一般性的計算方法，無論載重是否对称，或两端拱趾彈性支座是否具有相同的地基系数，該法均可適用．

第八章“由單个圓拱構成的連續拱分析”一章內，着重介紹了著者研究所得的一系列計算理論与方法，如“逐次近似法”❶“旋轉撓矩与移动推力法”、“不均衡撓矩及推力傳播法”等，采用这些理論与方法，可使連續拱結構之分析大为簡化，这些方法著者并將陸續在“土木工程学报”上發表．以上方法中，“逐次近似法”的精神与美國克劳斯（H. Cross）教授于一九三〇年發表之“力矩分配法”極为相似，系采用逐次近似的步驟，將各可动結点依次放松及固定，逐漸趋于其最終位置，不均衡撓矩及推力傳播法則屬于一次分配法（One-cycle distribution method）的范疇，于多种載重情形时尤称方便．此法为著者研究各种單層工業厂房結構应力分析时所得．因同系跨变剛構（Span Change Rigid Frames），自亦可適用于連續拱之分析．

本書初稿早于1955年6月完成，后因种种关系遂告中輟，迄至今春，在全國掀起向科学進軍的热潮下，受到鼓舞，乃以旧稿整理成書．时間上虽拖迟甚久，而內容上則較前充实甚多，即以不均衡撓矩及推力傳播法而言，其中之公式卽已屢經改善，較之当初实已改進頗多．此外，著者又曾补入若干新的研究結果．

本書虽系研究各种超靜定圓拱分析的專著，但其中不少內容，如第四章、第五章及第八章等的基本理論，均可適用于其他軸綫的拱应力分析．故本書不僅可供

❶ 据悉我國結構学者潘家錚先生亦曾独立獲得类似之方法，但著者迄未見到

研究圓拱計算时之参考，而对其他軸綫拱应力計算的研究亦不無助益.

著者認为，讀者对一般超静定結構学中之基本理論已有一定的了解. 否則困难或將較多. 为易于理解，書中举有一定数量的算例，而第八章中附例尤多.

近年來，我國許多結構学者曾發表了一系列重要的具有創造性的論著. 其中如蔡方蔭先生的"不均衡力矩傳播法"，"桁架剛構正确分析之两項原理". 孟昭禮先生的"角变傳播法"，潘家錚先生的"連續拱新分析法"等等，均对著者的研究有所啓發，獲益良多. 著者深信我國的結構学者們，今后对这一專門学術的共同研究，必將更有發展，發揮更大作用，使我國科学事業迅速赶上世界先進水平.

最后，希望海內学者对本書予以批評指正，俾將來有所修訂臻于完善. 本書屬稿时，承王依蘋同志热心贊助，又承科技出版社及潘家錚同志惠予校閱，提出許多宝貴意見，一併于此表示謝忱.

魏 璉謹識

一九五七年五月于首都

# 目　　錄

# 第　一　章

# 总　論

## §1-1. 導言

工程結構中采用圓拱，由來已久，古老的圓形石拱桥遍及世界各地，顯示了古代劳动人民的無窮智慧．我們的祖先在这一領域內更有着卓越光輝的劳績．早在公元 581～618 年，我國隋代天才大石匠李春，已在河北的趙縣城南五里洨河，建成一座跨長达 37.47 公尺、半徑 27.7 公尺的圓形拱桥，即趙州桥，馳名全球，享有極高的声譽，圖 1-1 及 1-2 所示，就是它的雄偉的外貌❶．該桥两側各設有两个小券，半徑各为 2.3 及 1.3 公尺．不僅減輕了桥身自重，并便于排洪．設計的巧妙，实令后人欽佩無已．由此可見，圓拱在桥梁工程中的应用实已具有悠久而光荣的歷史了．

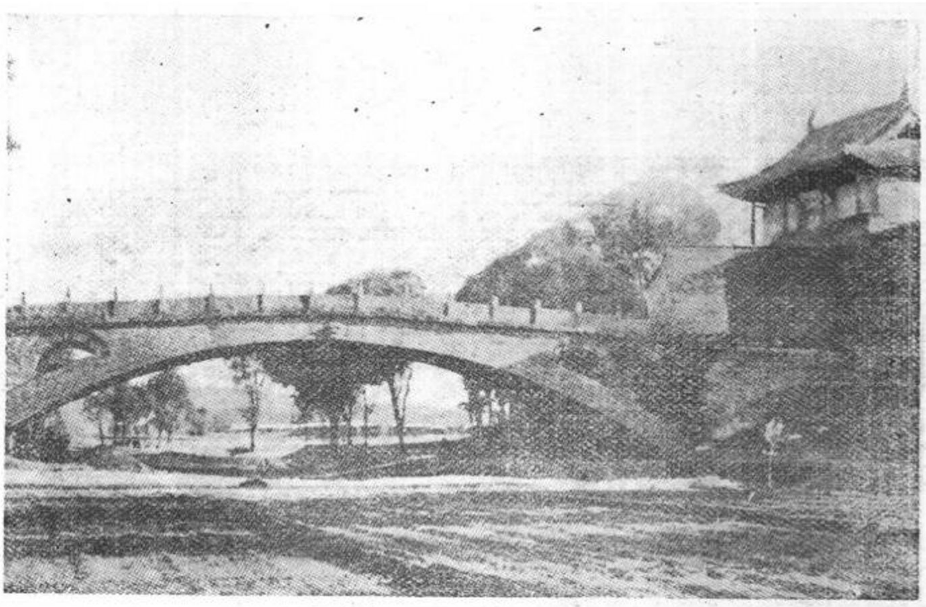

圖 1-1. 河北趙縣趙州桥全貌

此外古代許多其他國家如古罗馬、俄罗斯、法蘭西等……，在各种宮殿、教堂、庙宇、寺院、劇場等建筑中，圓拱的采用也屢見不鮮．圖 1-3 所示罗馬有名的科里

❶ 著者推算得此桥之矢高比約为 $\frac{1}{5.2}$，系一甚为平坦之圓形拱桥

齐 (Колитей) 斗獸場，可容納观众五万多人，为一采用圓拱結構的典型范例 (見圖 1-3)。圖 1-4 所示法國的加特桥式水道也是一个有名的例子.

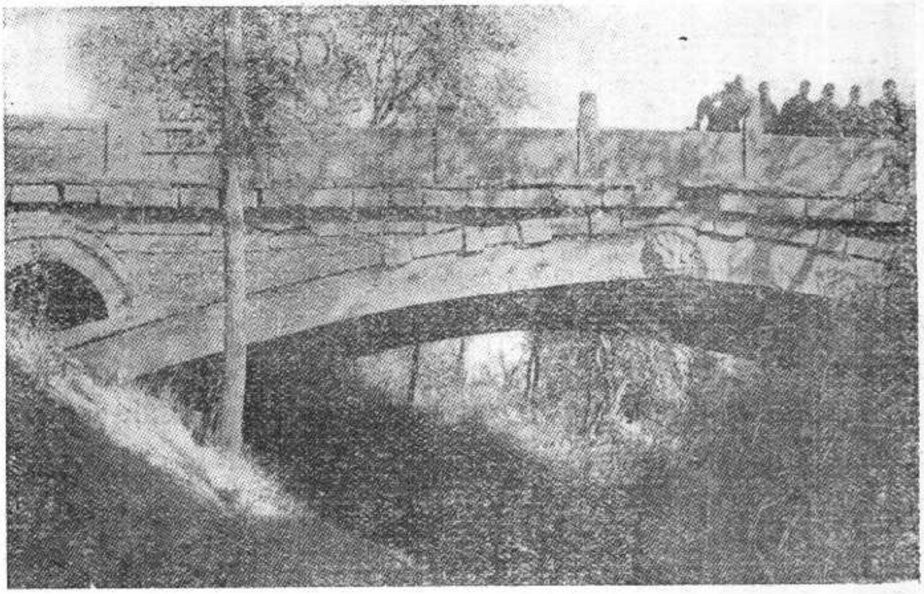

圖 1-2. 趙州桥雄偉外貌的一部

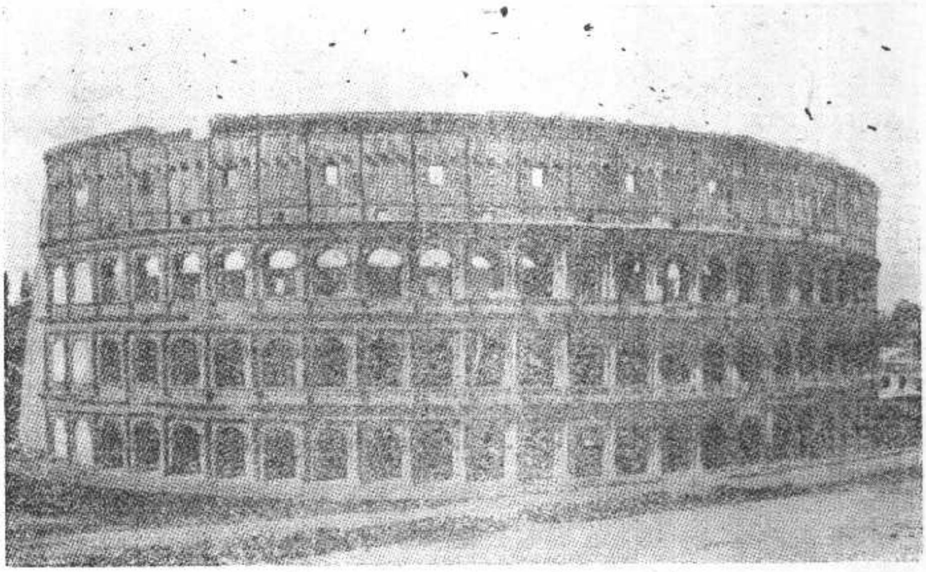

圖 1-3. 罗馬的科里齐斗獸場(紀元一世紀)

圓拱結構具有很多优点，它比較經済，可以就地取材，營造便利，美观悦目，它还可以用作較大跨度的承重結構，正因为这些优点，所以早已受到古代建筑家們的注意而得到廣泛的应用.

迄至近世，由于科学技術的日益昌盛，圓拱結構在各种建筑工程中的应用范圍也日見廣泛．諸如房屋建筑工程中的拱形房盖，門窗上部的拱式旋或过梁(圖 1-4)．

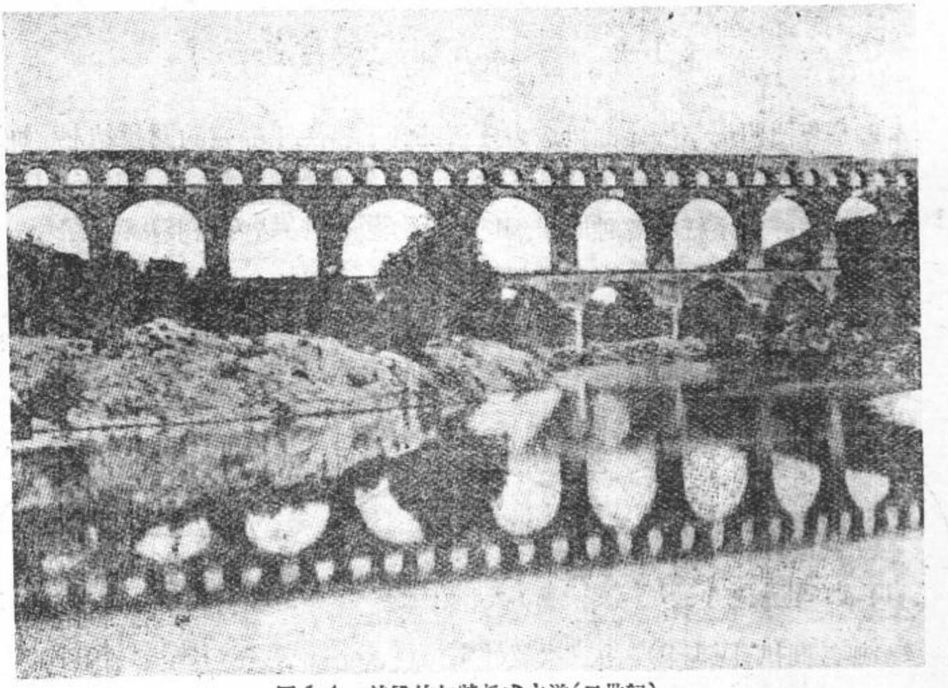

圖 1-4．法國的加特桥式水道(二世紀)

各种隧道工程中的襯砌、鉄路及公路桥梁、乃至近代宏偉的地下鉄道工程等，很多都采用圓拱作为它們的承重結構．甚为明顯，圓拱結構在各項建筑工程中，占有着一定的重要的地位．

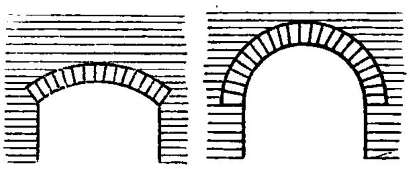

圖 1-5．水利工程中的水工結構

圓拱結構既然在实际工程中相当重要，因此我們研究其正确的分析方法，以求得經济、完美的設計，就具有重要的意义，古代的工程师們虽以他們卓越的智慧和辛勤的劳动出色地完成了許多輝煌的杰作，为我們留下了極其珍貴的文化遺產，但是限于当时的科学技術水平，他們还沒有办法对所采用的圓拱結構進行精确仔細的計算，而設計的依据，則多半是依靠工程师們的經驗估計与判断結果，有的难免趋于保守，过分的安全形成了材料的过多耗費，或則又过于危險，而導致了建筑物的崩毁．

近数十年來，由于生產力的提高，各國的科学技術水平也在迅速發展，尤其是在苏联，更是在突飛猛進．在結構理論方面已有了許多革命性的進展，拱应力的分析理論也已日趋完善，許多学者先后發表有关論著之多，难以枚举．可以認为，今日圓拱的分析已不是一件很困难的事情了．

本書所述，在于將各种現代的結構理論具体地应用到圓拱分析上來，提供各种圓拱应力分析的方法、計算公式与数据，以供設計人員的參考与采擇.

## §1-2　本書研究对象及任务

本書是專門研究超靜定圓拱应力分析的論著. 至于靜定的圓拱結構，如三鉸圓拱，其应力計算，可利用靜力学各条法則而容易得到解決，本書不再作專門叙述.

凡屬于超靜定系統的各种圓拱，其計算圖形常可归結为以下几种情形.

1) 一鉸圓拱(圖 1-6)，为二次超靜定結構.

2) 双鉸圓拱(圖 1-7)，为一次超靜定結構.

3) 有拉杆的双鉸圓拱(圖 1-8)，和双鉸圓拱相同，也是一次超靜定結構.

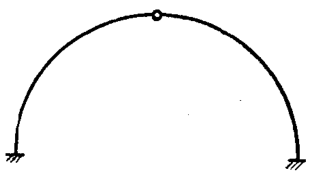

圖 1-6.　一鉸圓拱

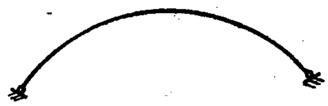

圖 1-7.　双鉸圓拱

圖 1-8.　有拉杆的双鉸圓拱

4) 無鉸圓拱(圖 1-9)，为三次超靜定結構.

5) 彈性支座上的圓拱(圖 1-10)，在外部載重作用下拱端將產生沉陷(Осадок)的.

6) 由單个圓拱構成的連續拱(圖 1-11).

圖 1-9.　無鉸圓拱

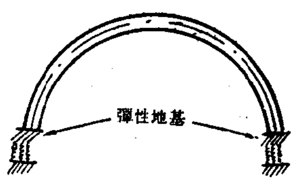


圖 1-10.　彈性地基上的圓拱

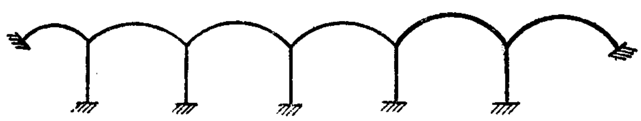

圖 1-11.　由單个圓拱構成的連續拱

在上面所述六种超靜定圓拱結構中，第一种一鉸圓拱，因为它沒有什么顯著的优点而又構造不便，实际中很少采用，本書也不加研究. 其余的五种超靜定圓拱結構則都是本書所要詳細研究的对象.

需要說明的一点，是在本書的研究中，單个的圓拱都是以对称的形式为限的.

不对称的圓拱实际中很少遇見，可作为専門問題特别处理，本書暫予从略.

如果所碰到的圓拱結構，在縱向具有很長的長度，即所謂拱板，那么只要它所受載重在縱向也是均布的，我們就可在它上面割取單位長度的圓拱來進行分析（如圖 1-12 所示），其計算方法可近似地采用与單个圓拱相同的公式進行❶.

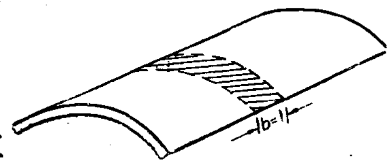


圖 1-12

在实际工程中，以無鉸圓拱的应用最为廣泛，几乎遍見于各种建筑工程中. 双鉸圓拱也常为工程师所乐用，凡適宜于構造鉸支承的長跨桥梁或屋盖，都可以利用它作为承重結構. 如果我們在設計时不希望將拱的橫推力傳遞給下部的支承結構，或当下部結構不能承受由外部載重引起的圓拱推力时，則可在圓拱的两端加設一金屬或鋼筋混凝土拉杆，以承受这一推力，这就形成了所謂“有拉杆的双鉸圓拱”. 其結構作用与支座有水平松动（按即彈性拉杆的伸長）的双鉸圓拱是完全相同的，这种結構常可在工業与民用建筑的房盖中采用.

本書將引用相当篇幅介紹各种等截面及变截面的無鉸圓拱以及各种等截面或变截面的双鉸圓拱在各种不同的外部載重作用之下、或由于温度变化、混凝土收縮、支座松动、拱趾截面產生变位等种种因素所引起圓拱中变位及內力的計算公式，并提供一些計算用表，利用这些，不僅可使各种情形下無鉸圓拱及双鉸圓拱的应力分析獲得解決，且可使計算工作大为簡化.

过去許多年來，变截面圓拱的应力計算一直都是沿用着冗繁的分段計和法，計算量甚为浩大.本書采用著者所建議的表示变截面圓拱截面变化規律的近似公式❷（詳見第一章第四節），因而能在采用精确圓拱拱軸方程的条件下，導得了变截面圓拱变位及內力計算的全套公式，可以利用它們來直接推求其应力，以期計算工作得到簡化. 本書第五章専門研討彈性支座上圓拱应力分析方法这一課題，对于某些桥梁工程及隧道襯砌工程是具有实用意义的，不僅举出了对称情形时的計算方法，而且把載重为不对称形式、拱两端支承地基的地基系数值不同时的計算公式也作了詳尽的介紹，章末并附有例題說明.

近年來，在水利、桥梁及其他建筑工程中，連續拱的应用也漸見廣泛. 連續拱結構乃是高次超靜定系統，其应力分析至为复雜. 为了適应祖國大規模經济建設的需要，我們研究它的計算方法作出進一步的改善与提高是具有重要意义的. 因此本書第八章对由單个圓拱構成的連續拱分析作了詳細的論述与研討. 其中例如

❶ 嚴格來說，拱板是平面变形問題，單个的拱肋乃是平面应力問題，二者是有区別的

❷ 或参見魏璉：关于“拱应力及拱常数的簡捷分析法”的討論. 土木工程学报第三卷第三期，1956 年 8 月

潘家錚先生的"輔助力系法"❶,以及著者研究所得的"逐次近似法"、"不均衡撓矩及推力傳播法"等等，都是解算連續拱結構的最近所提出的方法,可供工程师于实际工作中的参考.

## §1-3. 圓拱的几何特性及其相互关系

欲作圓拱的应力分析,導引圓拱計算所需的各个公式,首先要瞭解圓拱的几何特性及其相互間之关系. 本節对此問題作一研究,并引列若干計算用表以期簡化計算.

設有一圓拱 $AB$, 其矢高为 $f$, 跨長为 $L$, 半徑为 $r$, 拱趾截面与垂綫所成之交角为 $\alpha$, 如采取其拱頂 $c$ 为座标原点,并采用直角座标系 $(x, y)$ 如圖 1-13 所示,则圓拱拱軸的方程式可表出如下:

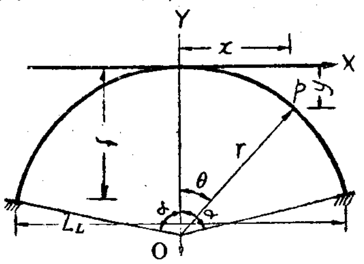

圖 1-13

$$x^2+y^2-2ry=0 \tag{1-1}$$

或表为参数方程式:

$$\left.\begin{aligned}&\boxed{x=r\sin\theta}\\&\boxed{y=r(1-\cos\theta)}\end{aligned}\right\} \tag{1-2}$$

式中: $r$——圓拱之半徑;

$x, y$——圓拱上任一点 $p$ 的横座标与縱座标;

$\theta$——圓拱上任一点 $p$ 与圓心 $O$ 的連綫与垂綫所成之交角.

假如我們采取圓拱的左端 $A$ 为座标原点,并采用直角座标系 $(x, y)$ 如圖 1-14 所示,則圓拱拱軸的方程式可以下述形式表示之:

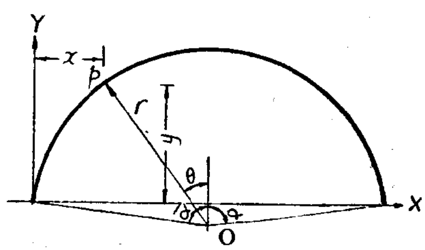

圖 1-14

$$x^2+y^2-2rx\sin\alpha-2ry\cos\alpha=0 \tag{1-3}$$

或表为参数方程式:

$$\left.\begin{aligned}&\boxed{x=r(\sin\alpha-\sin\theta)}\\&\boxed{y=r(\cos\theta-\cos\alpha)}\end{aligned}\right\} \tag{1-4}$$

式中: $x, y$——圓拱上任一点 $p$ 的横座标与縱座标(見圖 1-14), $r$ 及 $\theta$ 之意义同前;

$\alpha$——拱趾截面与垂綫所成之交角(卽圓拱所对圓心角的一半,可簡称为圓拱的半圓心角).

❶ 参見潘家錚:連續拱的新分析法. 工程建設第 28 期

为了計算的方便，我們在分析無鉸圓拱时，采用第一种直角座标系，卽公式(1-1)及(1-2)，而在分析双鉸圓拱时，則采用第二种直角座标系，卽公式(1-3)及(1-4).

圓拱的几何量一共有五个：圓拱的矢高 $f$，跨長 $L$，半徑 $r$，圓拱的半圓心角 $\alpha$ 及圓拱的弧長 $s$. 需要指出的是：在上述各圓拱几何量中，只有两个具有独立性，所以只要知道了其中的任意二者，則其他諸量卽可由其相互間的关系一一予以求出. 通常設計圓拱时，首先根据已定的跨長选擇適宜的拱矢高，故矢高 $f$ 及跨長 $L$ 常为已知值，因可按下列步驟依次求出圓拱的其他各个几何量.

圓拱半徑：

$$\boxed{r=0.5\left(\frac{f}{L}+\frac{0.25L}{f}\right)L=0.5\left(R+\frac{0.25}{R}\right)L} \tag{1-5}$$

式中：$R$ 为矢高比，等于 $\frac{f}{L}$.

$$\boxed{\sin\alpha=\frac{L}{2r}} \tag{1-6}$$

$$\boxed{\cos\alpha=1-\frac{f}{r}} \tag{1-7}$$

圓拱的半圓心角.

$$\alpha=\sin^{-1}\frac{L}{2r}=\cos^{-1}\left(1-\frac{f}{r}\right). \tag{1-8}$$

圓拱軸長：

$$\boxed{s=2r\alpha} \tag{1-9}$$

我們也可先由下述公式求得圓拱的半圓心角 $\alpha$，然后再來計算圓拱的半徑 $r$ 及軸長 $s$.

$$\boxed{\sin\alpha=\frac{4R}{4R^2+1}} \tag{1-10}$$

$$\boxed{\cos\alpha=\frac{1-4R^2}{1+4R^2}} \tag{1-11}$$

$$\alpha=\sin^{-1}\frac{4R}{4R^2+1}=\cos^{-1}\frac{1-4R^2}{1+4R^2}. \tag{1-12}$$

$$\boxed{r=\frac{L}{2\sin\alpha}=\frac{f}{1-\cos\alpha}} \tag{1-13}$$

$$\boxed{s=2r\alpha} \tag{1-14}$$

由公式 (1-10)～(1-12) 可以看到，圓拱的半圓心角 $\alpha$ 值僅与其矢高比的大小有关，而与圓拱跨長 $L$ 及矢高 $f$ 的絕对值無关．所以，任意圓拱，只要矢高比相同，其半圓心角 $\alpha$ 也必相同，反过來講，凡具有相同半圓心角 $\alpha$ 的圓拱，其矢高比也必相同．

各种不同矢高比时的半圓心角 $\alpha$ 及其正弦与余弦值均列如表 1–1.

表 1–1. 不同矢高比时的 $\alpha$ 角值及其正弦与余弦值表

| 矢高比 $R$ / 項目 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{10}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ (度) | 90° | 67°30′ | 53°8′30″ | 43°30′ | 36°51′30″ | 31°54′ | 28° | 25° | 22°37′ |
| $\alpha$ (弧度) | 1.5708 | 1.1800 | 0.92755 | 0.7600 | 0.6432 | 0.5566 | 0.4899 | 0.4373 | 0.3948 |
| $\sin\alpha$ | 1.0000 | 0.9239 | 0.8000 | 0.6884 | 0.6000 | 0.5283 | 0.4706 | 0.4235 | 0.3846 |
| $\cos\alpha$ | 0.0000 | 0.3827 | 0.6000 | 0.7254 | 0.8000 | 0.8490 | 0.8823 | 0.9058 | 0.9231 |

如果已知的几何量不是 $f$ 及 $L$，而是圓拱的半徑 $r$ 及半圓心角 $\alpha$，則 $f$ 及 $L$ 可分別由下列公式推求：

$$\boxed{f=r(1-\cos\alpha).} \tag{1-15}$$

$$\boxed{L=2r\sin\alpha.} \tag{1-16}$$

其余情形均可依此类推，利用公式 (1–5)～(1–16)，只需知道圓拱各几何量間之任意二者，其余諸量均可容易地換算求得．

各种不同矢高比时，圓拱各几何量間的相互关系示如表 1–2.

表 1–2. 圓拱各几何量間的相互关系

| 矢高比 $R$ / 項目 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{10}$ | 乘数 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $s$ | 3.1420 | 2.3600 | 1.8551 | 1.5200 | 1.2864 | 1.1132 | 0.9798 | 0.8746 | 0.7896 | $r$ |
| $L$ | 2.0000 | 1.8478 | 1.6000 | 1.3768 | 1.2000 | 1.0566 | 0.9412 | 0.8470 | 0.7692 | $r$ |
| $f$ | 1.0000 | 0.6173 | 0.4000 | 0.2746 | 0.2000 | 0.1510 | 0.1177 | 0.0942 | 0.0769 | $r$ |
| $r$ | 0.5000 | 0.5416 | 0.6250 | 0.7250 | 0.8333 | 0.9464 | 1.0625 | 1.1805 | 1.3000 | $L$ |
| $r$ | 1.0000 | 1.6199 | 2.5000 | 3.6417 | 5.0000 | 6.6225 | 8.4962 | 10.6157 | 13.0039 | $f$ |

玆举二簡例說明以上公式之运用：

[例一] 設有一圓拱，跨長 $L=10^{M}$，矢高 $f=4^{M}$，試求其半徑 $r$，半圓心角 $\alpha$ 及軸長 $s$.

解：矢高比 $R=\frac{4}{10}=\frac{1}{2.5}=0.4.$

由式 (1-5) 得:

$$r=0.5\left(0.4+\frac{0.25}{0.4}\right)10=5.125^{\text{M}}.$$

由式 (1-6) 及 (1-7) 得:

$$\sin\alpha=\frac{10}{2\times 5.125}=0.975,\quad \cos\alpha=1-\frac{4}{5.125}=0.22,$$

由是得: $\alpha=77°15'$.

將度化为弧度得:(参見本書附錄六)

$$\alpha=1.2217+0.1222+0.0044=1.3483.$$

由式 (1-9) 得:

$$s=2\times 5.125\times 1.3483=13.81^{\text{M}}.$$

以上結果,亦可由另一步驟,卽由公式(1-10)~(1-14)首先求得圓拱之半圓心角 $\alpha$, 再求得圓拱的半徑 $r$ 及軸長 $s$.

$$\sin\alpha=\frac{4\times 0.4}{1+4\times 0.4^2}=0.975,\quad \cos\alpha=\frac{1-4\times 0.4^2}{1+4\times 0.4^2}=0.22.$$

由此得: $\alpha=77°15'=1.3483$ (参見本書附錄六及七)

$$r=\frac{10}{2\times 0.975}=5.125^{\text{M}}.$$

$$s=2\times 5.125\times 1.3483=13.81^{\text{M}}.$$

可見,与以上之計算結果完全相同.

[例二] 已知某一圓拱之跨長 $L=10^{\text{M}}$, 半圓心角 $\alpha=60°$, 試求其 $r, s, f$ 及 $R$ 諸量.

解: $\alpha=60°=1.0472.$

$$\sin\alpha=0.866,\quad \cos\alpha=0.5.$$

由式 (1-6) 或 (1-16) 可得:

$$r=\frac{L}{2\sin\alpha}=\frac{10}{2\times 0.866}=5.77^{\text{M}}.$$

再由式 (1-7) 或 (1-15) 得:

$$f=5.77(1-0.5)=2.885^{\text{M}}.$$

由式 (1-9) 得:

$$s=2\times 5.77\times 1.0472=12.08^{\text{M}}.$$

矢高比 $$R=\frac{2.885}{10}=\frac{1}{3.47}=0.288.$$

在半圓拱中,由于其半圓心角 $\alpha=90°=\frac{\pi}{2}$, 得 $\sin\alpha=1$, $\cos\alpha=0$. 因此由公

式(1-15)及(1-16)知其半徑等于其矢高 $f$，而跨長 $L=2r=2f$，矢高比为 $\frac{1}{2}$. 由于这些关系的存在，半圓拱的应力計算將比較其他矢高比圓拱的來得簡便一些.

## §1-4. 圓拱的截面变化規律

我們在設計各种拱形結構时，常令其截面沿着拱軸变化，以適应外部載重作用时的拱內的应力情形，例如無鉸拱，由于其拱趾截面处的撓矩常較拱頂以及其他各截面处的撓矩來得大些，所以其截面厚度往往是从拱頂开始沿着拱跨向两端逐漸增大的，如圖 1-15 所示.

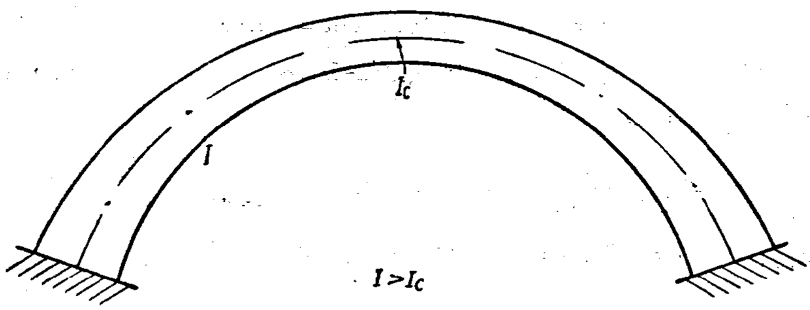


圖 1-15

極为明顯，拱截面厚度的不同或其变化規律的相异，必对拱內变形及应力發生影响，即使跨長矢高相同的拱，于承受同样載重或处于相同条件下，仍得到不相同的計算結果，如果拱截面厚度的变化甚为急剧，其影响就会更大. 因此，正确的分析理論应該反映出拱截面的变化对于拱应力及变位形成的影响，此理甚屬明顯.

但是，拱截面厚度的变化是不大容易用旣簡單而理論上又完全符合其变化規律的数学公式來表示的. 因此也就較难在推演拱应力的計算公式时得出旣簡單而又理論上完全正确的結果來. 变截面拱的这一特点，使得它的应力分析常常是一种近似的計算，那一种計算公式的近似程度較高，且又計算工作并不繁多，就表示这个計算方法較好，可以被設計工程师所接受.

为了獲得变截面拱应力計算的各項公式，人們常采用簡單的近似公式來表达拱截面的变化情形，使公式的推演得以簡化. 著者認为，任一好的表示拱截面变化的近似公式应当同时滿足下面三个条件:

1) 近似公式所得結果应接近于眞正的拱截面变化情形.

2) 采用該近似公式不致使拱变位及应力計算公式的導引發生困难，也就是沒有積分上的不便.

3) 公式本身簡單，導出的公式結果并不繁冗而便于計算.