

子波变换理论 及其在信号处理中的应用

WAVELET TRANSFORM IN SIGNAL PROCESSING
THEORY AND APPLICATIONS

陈运时 编著

国防工业出版社

173.412

608

:2

45101

子波变换理论
及其在信号处理中的应用
WAVELET TRANSFORM IN
SIGNAL PROCESSING
THEORY AND APPLICATIONS

陈逢时 编著



·北京·

4016628

图书在版编目(CIP)数据

子波变换理论及其在信号处理中的应用/陈逢时编著.
北京:国防工业出版社,1999.5 重印
ISBN 7-118-01805-8

I. 子… II. 陈… III. 小波分析-应用-信号处理 IV. T
N911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 16666 号

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

河北三河市腾飞胶印厂

新华书店经售

※

开本 850×1168 1/32 印张 6½ 162 千字

1998 年 3 月第 1 版 1999 年 5 月北京第 2 次印刷

印数:1001—2000 册 定价:12.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分,又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展,加强社会主义物质文明和精神文明建设,培养优秀科技人才,确保国防科技优秀图书的出版,国防科工委于1988年初决定每年拨出专款,设立国防科技图书出版基金,成立评审委员会,扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是:

1. 学术水平高,内容有创见,在学科上居领先地位的基础科学理论图书;在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。
2. 学术思想新颖,内容具体、实用,对国防科技发展具有较大推动作用的专著;密切结合科技现代化和国防现代化需要的高新技术内容的专著。
3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值,密切结合科技现代化和国防现代化需要的新工艺、新材料内容的科技图书。
4. 填补目前我国科技领域空白的薄弱学科和边缘学科的科技图书。
5. 特别有价值的科技论文集、译著等。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展工作,负责掌握出版基金的使用方向,评审受理的图书选题,决定资助的图书选题和资助金额,以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书,由国防工业出版社列选出版。

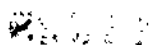
国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承

担着记载和弘扬这些成就,积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下,国防科工委率先设立出版基金,扶持出版科技图书,这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物,是对出版工作的一项改革。因而,评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进,这样,才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授,以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来,为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗!

国防科技图书出版基金
评审委员会



国防科技图书出版基金

第三届评审委员会组成人员

名誉主任委员 怀国模

主任委员 黄 宁

副主任委员 殷鹤龄 高景德 陈芳允 曾 铎

秘 书 长 崔士义

委 员 于景元 王小谟 尤子平 冯允成

(以姓氏笔划为序) 刘 仁 朱森元 朵英贤 宋家树

杨星豪 吴有生 何庆芝 何国伟

何新贵 张立同 张汝果 张均武

张涵信 陈火旺 范学虹 柯有安

侯正明 莫梧生 崔尔杰

4016628

前 言

一种新的数学工具的出现,必然伴随着工程技术领域研究、应用的浪潮,也就不难理解近 10 年来出现的子波热。子波变换作为传统傅里叶变换的发展,在信号处理领域中有着巨大的广阔的应用前景,其在图像处理、数据压缩、计算机视觉等领域的成功应用激起了人们更高的热忱。美国国防部将其列入了关键技术发展计划,我国对该学科也非常重视。

从 1992 年起,我们相继承担了有关子波变换理论及其在信号处理中应用的两项科研课题。本书是在课题总结的基础上写成的,既概括地论述了子波变换的基本理论,又包含了我们研究工作的体会和成果。因此,本书也是两项目的成果之一。此次得以出版也有赖于国防科技图书出版基金的资助。

近几年,已有不少子波变换及其应用的著作问世。本书的特点在于力图引导读者从信号处理的角度而不是从数学定义、定理去认识和理解子波变换及其特性。精心选择了多分辨分析、信号的时频表示与滤波器组三个不同但又相互关联的侧面就子波变换的基本概念和理论进行阐述,把三个领域内相关的理论和问题有机地结合了起来。

全书共分四章。第一章为子波变换与多分辨分析。阐述了子波变换的基本概念、基本性质,引进的基函数的频宽和时宽概念,为分析不同变换的时间分辨率和频率分辨率给出了清晰的物理概念;而多分辨分析理论则为子波变换建立起了统一的数学框架。子波变换作为信号的时频分析工具,在第二章信号的时频分析和子波变换中,论述了信号时频表示的基本概念和理论。将子波变换与时频分析上处于主导地位的维格纳-威利分布进行了分析、比较;

着重讨论了信号时频二次表示交叉项的特性和平滑函数的优化。第三章为滤波器组与子波变换。给出了子波变换通过滤波器组来实现的手段;着重分析了完全重建和产生正交子波基的条件。第四章为子波变换在信号处理中的应用。本章的目的还是进一步揭示子波变换的特性;阐述了利用子波变换模极大值的特性进行信号奇异性检测、信号重建和信号消噪处理等几个信号处理的基本问题。子波变换在其他领域中的应用,不是本书讨论的宗旨,未予涉及。

在本书的写作酝酿阶段,得到了国防科技大学梁甸农教授和西安交通大学殷勤业教授的积极鼓励和支持。初稿拟成后,中科院院士保铮教授在百忙中仔细地审阅了全稿,提出了许多极其中肯的宝贵意见,为进一步修改指明了方向。借此机会向他们表示最诚挚的谢意。王俊、喻东和段雪江几位同志,他们在攻读硕士研究生期间先后参与了本课题的研究,做了不少工作。最后还要感谢国防工业出版社的同志们,他们为本书的编辑出版付出了辛勤的劳动,给予了极大的帮助。

限于本人水平加之时间仓促,论述中难免有错误和不妥之处,热忱欢迎专家、学者和广大读者批评指正。

陈逢时

1997年3月于西安

内 容 简 介

子波变换作为傅里叶变换的发展,在信号处理领域有着巨大而广阔的前景,引起了国家的重视和许多学者的关注。本书概括地论述了子波变换的基本理论,同时也是作者近年来科研成果的体会和总结。

全书共分4章,即:子波变换与多分辨分析;信号的时频分析理论与子波分析;滤波器组与子波变换;子波变换在信号处理中的应用。

本书的读者对象为从事信号处理、图像处理、数据压缩、计算机视觉等领域的学者、研究人员及高等院校相关专业的师生。

From three distinct but associated topics——multiresolution Analysis, time-frequency representation and filter bank, this book presents the fundamental concepts and theory of wavelet transform in signal processing. Singularity detection, signal reconstruction and noise cancelling based on the nature of the modulus maxima of wavelet transform are covered in applications for further revealing the features of the wavelet transform.

The book has a unique balance of theory and application.

While it is suitable for graduate students as a textbook or reference, the book also fits research personnel and engineers for further study.

目 录

第一章 子波变换与多分辨分析	1
§ 1.1 短时傅里叶变换	1
§ 1.2 子波变换	7
§ 1.3 子波框架和规范正交基	11
§ 1.4 多分辨分析	17
§ 1.5 子波表示	30
§ 1.6 子波构造	40
§ 1.7 子波包	55
参考文献	64
第二章 信号的时频分析理论与子波分析	66
§ 2.1 信号的时频表示	66
§ 2.2 线性时频表示	68
§ 2.3 二次时频表示	74
§ 2.4 维格纳分布和模糊函数	77
§ 2.5 二次时频表示的分类	86
§ 2.6 非二次时频表示和时频表示的模拟比较	95
附表	103
参考文献	116
第三章 滤波器组与子波变换	120
§ 3.1 滤波器组基本概念	120
§ 3.2 二通道正交镜像滤波器组与完全重建系统	127
§ 3.3 离散时间子波变换与滤波器组	135
§ 3.4 树状滤波器组与正交子波基函数	143
§ 3.5 任意瓦片划分及任意正交基函数的构造	151

参考文献	162
第四章 子波变换在信号处理中的应用	164
§ 4.1 信号奇异性检测	165
§ 4.2 基于子波变换的信号重建	173
§ 4.3 子波消噪算法	184
参考文献	191

Contents

Preface

Chapter 1 Wavelet Transform and Multiresolution Analysis

.....	1
1.1 Short Time Fourier Transform	1
1.2 Wavelet Transform	7
1.3 Wavelet Frames and Orthonormal Bases	11
1.4 Multiresolution Analysis	17
1.5 Wavelet Representation	30
1.6 Wavelet Construction	40
1.7 Wavelet Packet	55
References	64

Chapter 2 Time-Frequency Analysis and Wavelet Analysis

.....	66
2.1 Time-Frequency Representations (TFRs)	66
2.2 Linear Time-Frequency Representations	68
2.3 Quadratic Time-Frequency Representations	74
2.4 Wigner Distribution and Ambiguity Function	77
2.5 Classification of Quadratic Time-Frequency Representations	86
2.6 TFRs with Higher-Order Nonlinearity and Simula- tions	95
Tables	103
References	116

Chapter 3 Filter Banks and Wavelet Transform

120

3.1	Fundamental Concepts	120
3.2	Two Channel Quadrature Mirror Filter Banks and Perfect Reconstruction System	127
3.3	Discrete Time Wavelet Transform and Filter Banks	135
3.4	Tree Structured Filter Bank and Orthogona- lity of Wavelet Bases	143
3.5	Tilings of the Time-Frequency Plane; Construc- tion of Arbitrary Orthogonal Bases	151
	References	162
Chapter 4 Applications of Wavelet Transform in Signal		
	Processing	164
4.1	Singularity Detection	165
4.2	Signal Reconstruction Based on Wavelet Trans- form	173
4.3	Noise Cancelling Algorithms Based on Wavelet Transform	184
	References	191

第一章 子波变换与多分辨分析

子波变换是傅里叶变换的发展,被看作近年来在数学方法上的重大突破。

真正的子波热潮始于 1986 年。当时, Meyer 构造出了具有一定衰减性质的光滑函数 ψ , 它的二进制伸缩与平移系:

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}x - k), \quad j, k \in \mathbb{Z}$$

构成 $L^2(\mathbb{R})$ 规范正交基。而在这以前, 人们认为这样的函数 ψ 是不存在的。同时, Mallat 提出了多分辨分析的概念, 建立起了统一的子波分析数学理论。重要的还在于他给出了相应的塔形结构算法——称之为 Mallat 算法, 其重要性相当于傅里叶变换中的 FFT 算法。

实际上, 关于信号伸缩与平移的思想早已有之。这可追溯到 1910 年 Harr 提出的子波规范正交基, 但它不是光滑的甚至还不是连续的。在子波提出之前, 已有不少学者致力于构成 $L^2(\mathbb{R})$ 框架的条件研究。

当前, 子波理论及其在各领域的应用研究如火如荼。预期, 在信号分析、图像处理, 量子物理和非线性科学等领域有着巨大的应用前景。这一章里, 我们将以信号处理的观点从傅里叶变换的缺陷谈起, 在解决分辨率的矛盾过程中, 由短时傅里叶变换到引入子波变换。主要论述多分辨分析、塔形算法、子波构造和子波包等几个子波变换的基本概念和理论问题。

§ 1.1 短时傅里叶变换

傅里叶变换(Fourier Transform, 缩写为 FT)定义为

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.1)$$

此式称为基于 FT 的信号分析。傅氏逆变换为

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft} df \quad (1.2)$$

也称为基于 FT 的信号综合。

通常 FT 不取上面的对称形式,而由下列公式定义:

$$\text{正变换} \quad X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (1.3)$$

$$\text{逆变换} \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (1.4)$$

对于确知信号和平稳随机过程,FT 是信号分析和信号处理技术的理论基础,有着非凡的意义,起着重大的作用。

但是,傅里叶变换有它明显的缺陷,那就是无时间局部信息。也就是说,信号 $x(t)$ 任何时刻的微小变化会牵动整个频谱;反过来,任何有限频段上的信息都不足以确定在任意时间小范围的函数 $x(t)$ 。

实际信号往往是时变信号、非平稳过程,了解它们的局部特性常常是很重要的。人们很自然地首先想到通过预先加窗的办法使频谱反映时间局部特性,这就是下面要讲的短时傅里叶变换 (Short Time Fourier Transform, 缩写为 STFT),也称为加窗傅里叶变换 (Windowed Fourier Transform)。

一、短时傅里叶变换概念

1. 定义

STFT 定义为

$$\text{STFT}_x(t, f) = \int [x(t')g^*(t' - t)]e^{-j2\pi ft'} dt' \quad (1.5)$$

其中 $g^*(t)$ 为分析窗函数。以后如不特别注明,积分限均指从 $-\infty$ 到 ∞ 。

时刻 t 的 STFT 是信号 $x(t')$ 乘以平移滑动的分析窗

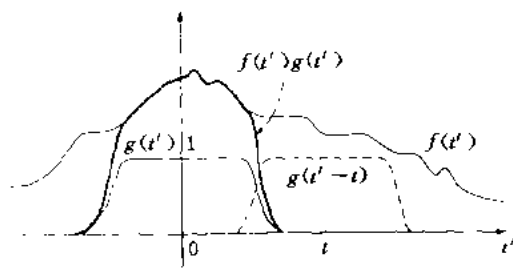


图 1.1 STFT 作为局部谱的图示

$g^*(t' - t)$ (中心在 t , 上标 * 表复共轭) 的 FT。由于相对比较窄的窗的作用, 有效地抑制了分析点 $t' = t$ 的邻域以外的信号, 所以 STFT 可简单看作信号 $x(t')$ 围绕分析时刻 t 的局部谱。

STFT 也可借助于信号和窗函数的谱来表示

$$\text{STFT}_x(t, f) = e^{-j2\pi ft} \int X(f') G^*(f' - f) e^{j2\pi f' t} df' \quad (1.6)$$

除相位因子 $e^{-j2\pi ft}$, 频域的 STFT 表达式和 (1.5) 式的时域表示很相似。频域中的表示可看作是“窗谱” $X(f') G^*(f' - f)$ 的逆 FT, 在这里谱窗 $G^*(f)$ 是时窗 $g^*(t)$ 的 FT。

2. 滤波器解释

加窗谱 $X(f') G^*(f' - f)$ 的逆 FT 可解释为信号 $x(t')$ 通过频率响应为 $G^*(f' - f)$ 的滤波器, 因为 $G^*(f')$ 为低通窗函数的 FT, 这个滤波器是中心频率在 f 的带通滤波器。实现 STFT 的带通滤波器解释如图 1.2(a) 所示: 在给定频率 f , STFT 由信号 $x(t')$ 通过中心频率在 f 的带通滤波器, 然后平移滤波器输出至频率 0 而得到。由于最后的频移, $\text{STFT}_x(t, f)$ (作为 t 的函数) 对任意固定频率 f 为低通滤波器。应注意到带通滤波器的脉冲响应实际是低通窗 $g^*(t)$ 的调制形式, 滤波器的带宽等于窗函数的带宽, 而与所分析的中心频率 f 无关。

STFT 的低通滤波器解释, 与上面带通滤波器解释等价, 如图 1.2(b) 所示。对给定频率 f , STFT 可由信号 $x(t')$ 首先平移 f , 然

后把频移后的信号通过低通滤波器而得到。低通滤波器的脉冲响应为 $g^*(-t)$ ，同样为时间倒置的分析窗 $g^*(t)$ 。滤波器带宽等于窗函数的带宽，而与所分析频率 f 无关。

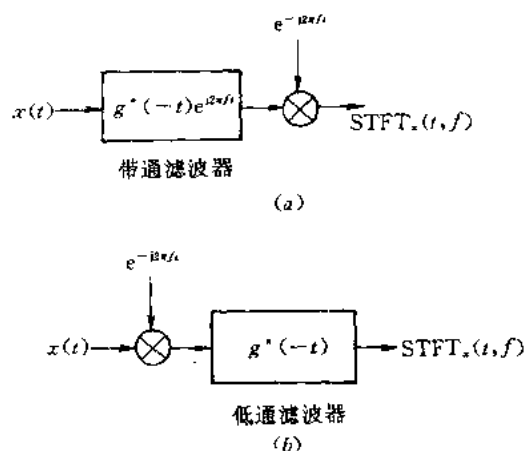


图 1.2 STFT 的滤波器解释

(a)STFT 的带通滤波器解释；(b)STFT 的低通滤波器解释。

因此，短时傅里叶变换得到的时间—频率平面上的二维函数，既可以看作是窗函数滑动过程中，取出的在时间上一段段信号的傅里叶变换（竖条分割），也可以看成中心频率分布的一组窄带滤波器的输出（横条分割），如图 1.3 所示。

二、变换的时间分辨率与频率分辨率

STFT 在时刻 t 的谱图是由信号 $x(t')$ 通过加窗 $g^*(t'-t)$ 得到，所有在窗函数里的信号特征都被看作是 t 时刻的信号特征。因此我们希望用短的时间窗来刻画时刻 t 的信号特征，获得好的时间分辨率；另一方面，在频率 f 处的 STFT 可看作是信号 $x(t')$ 通过带通滤波器 $G^*(f'-f)$ 得到，因此好的频率分辨率希望窄带的滤波器，又意味着长的时间窗 $g(t)$ ，可见两者是矛盾的。因此，联