

工程问题的计算机解法

〔英〕C.A.勃莱皮埃 著
〔巴西〕A.J.费伦特

科学普及出版社

工程问题的计算机解法

〔英〕C.A. 勃莱皮埃 著
〔巴西〕A.J. 费伦特

刘修禾 译
许光汉 校

科学普及出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了工程技术问题的数值解法,特别是对工程技术中常用的矩阵分析和有限元法,给出了详细的算法、主要框图和相应的 FORTRAN 语言程序。它实用性强,适用范围较广。

本书的着重点在于给出求解工程问题的数值算法和 FORTRAN 程序,但也没有忽略必要的理论推导。全书结构严谨,论述简明扼要。而且一开始用了一章篇幅对计算机基本知识作了比较全面的介绍。

本书可供广大工程技术人员、数值计算工作者和高等院校有关专业的师生参考。

工程问题的计算机解法

〔英〕 C.A. 勃莱皮埃

〔巴西〕 A.J. 费伦特

著

刘修禾 译

许崇汉 校

责任编辑:吴之静 颜 实

封面设计:王序德

科学普及出版社出版(北京海淀区白石桥路32号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

八九九二〇部队印刷厂印刷

开本:850×1168毫米 1/32 印张:9³/₄ 字数:219千字

1986年10月第1版 1986年10月第1次印刷

印数:1—7,230册 定价:1.70元

统一书号:15051·1153 本社书号:1046

译者前言

现代电子数字计算机的出现,对工程技术的各个领域产生了深远的影响。以往用传统的方法认为难以处理、甚至不能处理的问题,现在应用新的计算机解法可以迅速得到解决。这种所谓新的计算机解法,实际上就是一套新的运算法则。本书对此作了全面而系统的介绍。特别是重点论述了当前工程中广泛采用的直接刚度法、有限元素法和加权余量法。

翻译本书的目的是想提供一本简明实用的数值解法普及读本,以便尽快在我国推广上述几种强有力的工程问题的计算机解法,普及国际上广泛采用的 **FORTRAN** 语言,加速电子数字计算机在我国四化建设中的应用。

本书共分七章。第一章简单地介绍了工程中所用计算机的有关知识;第二章比较系统地阐述了计算机矩阵代数知识,还列入了实现这些基本数学运算的二十五个计算机程序;第三章讨论了简单结构系统的矩阵分析;第四章回顾了固体力学的基本原理;第五章是雷利-里茨法和迦辽金法的一个引论;第六章通过解拉普拉斯方程及二维弹性力学问题,对有限元素法作了系统的介绍;第七章介绍了几个简单流体力学问题的解法。

本书的主要特征是将数值法的公式化及其计算机实现进行了综合处理。书中介绍了五十四个完整而通用的程序。其中包括线性代数方程组的求解;特征值与特征向量的计算;刚架结构系统的静力学与动力学分析;拉普拉斯方程求解和二维弹性力学问题的有限元分析等程序。

高兴的是,科学普及出版社先后约请了北京航空学院许光汉同志和北京工业大学曾衍钧同志对本书进行了认真审校,对此极为感激,谨此深表谢意。

由于译者水平有限,本书在译写上难免会有一些不妥、甚至错误之处,深望读者不吝提出批评指正。

刘 修 禾

一九八一年十月于株洲市

目 录

译者前言

第一章 工程中使用的计算机	1
1.1 工程、计算机和数值法	1
1.2 工程师的计算机观	6
1.3 程序设计语言	12
1.4 给问题编制求解程序	15
1.5 本书中所介绍的程序	16
第二章 计算机矩阵代数	19
2.1 引言	19
2.2 矩阵基本运算	20
2.3 线性联立方程组的解法	34
2.4 特征值与特征向量问题	70
2.5 二次型	86
2.6 极值问题的矩阵表示	87
第三章 简单结构的矩阵分析	94
3.1 引言	94
3.2 位移法——桁架	96
3.3 计算机矩阵位移法	103
3.4 桁架分析的计算机程序	118
第四章 固体力学	142
4.1 引言	142
4.2 虚位移原理	146
4.3 最小位能原理	151
4.4 平面框架静态分析程序	162
4.5 动态问题	174
4.6 平面框架的动态分析程序	180

第五章 近似解法	199
5.1 引言	199
5.2 瑞利-里兹法	199
5.3 迦辽金法	211
第六章 有限元素法	223
6.1 引言	223
6.2 广义拉普拉斯方程	230
6.3 求解广义拉普拉斯方程的程序	242
6.4 二维弹性力学问题	256
6.5 平面应力问题有限元素法分析计算机程序	263
6.6 高阶元素	273
第七章 流体力学	286
7.1 引言	286
7.2 基本方程	288
7.3 理想流体	289
7.4 在水力学中的应用	298
7.5 透过多孔介质的流动	303

第一章 工程中使用的计算机

1.1 工程、计算机和数值法

工程的定义是“藉以使自然界的物质特性与能源造福于人类的科学”。因此,做为一名工程师就必须研究物理系统的属性与特征,使用他所掌握的知识达到造福社会之目的。这一活动可以看作包含研究与解决实际物理问题两个方面。处理与实际问题的属性有关的所有参量所蕴含的复杂性常常迫使工程师去研究一个数学上可以确定的等价的工程问题,并设法利用手边的计算工具根据已有的知识与经验去解决这样一个问题。

科学技术在各个领域所取得的进步,在很大程度上受到由于科学技术本身进步的结果而出现的新的计算工具的推动。通过考查由于引入现代电子数字计算机所产生的影响,可以使我们找到这方面非常合适的例证。

正如帕斯卡(Pascal)、莱布尼兹(Leibnitz)、巴贝奇(Babbage)和其他古代学者从事的研究工作所表明的那样,建造计算机是人类古老的思想,但只有到了四十年代才开创了现代计算机的新纪元。人们常常把艾坎(Aiken)1949年在哈佛大学制成 MARK I 机看作是现代计算机的起点。不过,那只是一台电动机械装置。一年之后,埃克特(Eckert)和莫奇勒(Mauchly)在宾夕法尼亚大学研制了 ENIAC 机,这才是一台真正的电子装置。随后不久,许多研究人员投入了类似的研制计算机的工作,生产了各种各样的机器。起初这些机器是作为武器的一部分研制出来的,需要占用大量的空间。不仅用起来很麻烦,并且常常得到不可靠的结果。当时人们认为:只要有几台巨型计算机,就可以满足世界上所有的计算要求了。遵照这种错误的思想,计算机设计得越来越庞大。

产业界很快就看到了这种电子装置巨大的潜力，从而于五十年代初计算机开始应用于商业。这些计算机几乎都是面向数据处理的。它们构成了所谓第一代计算机。从计算机的技术特征来看，我们给用电子管制成的计算机取名为第一代计算机。随着计算机的使用更加普及，出现了比这一代更先进的计算机，其应用范围被推广到包括工程应用等许多不同领域。

第二代计算机的特征是其完全晶体管化。它们的工程应用领域显著地扩大了，其影响在人类的许多活动中都可以感觉到。这一代计算机是考虑两种不同的（即商业与科学的）功能而设计的。第一类是想用来处理大量数据，只作少量计算。而第二类则是想用来处理少量数据，但可以完成大量复杂的计算。

六十年代中研制成的第三代计算机的主要特征是采用了集成微型电子线路。当时人们已经认识到，不但在商业应用中经常需要完成大量复杂的计算，而且在科学应用中同样也需要处理大量数据。这种认识导致了通用计算机的概念。所谓通用计算机即第三代以及当代计算机中的典型计算机。

计算机的工程应用现在包括需要进行不同类型的数值信息与非数值信息处理的许多科目。在很多情况下，要求解的工程问题的性态可以用一个微分方程组同某些边界条件相结合来确定。这种表达式可以看成是工程问题的数学模型。如果是连续体就有无限多个自由度。除了某些简单的情况外，对于这样确定的问题要得到分析解（即精确解），一般来说，如果不是不可能的，至少也是非常困难的。因此，工程师们就得设法寻求一种近似解法。为此，人们通常采用某种方法，以比较容易求解的有限自由度的近似离散模型（即数值模型）来代替连续的数学模型。

以往用手算或借助于台式计算机，工程师们只能分析规模很小的离散模型。这种模型或者对应于很简单的问题；或者是较复杂模型的粗糙近似。工程师们所受到的计算能力的种种限制只能靠他们的经验、工程直观以及选取非常保守的安全系数来克服。然而在大多数情况下，为了确定可以用数值法求解的离散模型，必须

考虑若干简化假设。有时不适当的简化，会导致不能合理地表示真实问题的离散模型。

如果我们想一想今天的工程问题，诸如核反应堆结构，空间卫星和海洋钻机等等，就会清楚，为了精确地逼近它们的真实特征，必须用精确的离散模型对它们进行分析。幸好借助于现代计算机可以处理多达数千个未知量的离散模型。这样一来，建立更大、更复杂的离散模型的需要和利用现有计算机对这些模型进行分析的可能便构成了人们对数值法和计算机分析技术（其中有些是本书要讲的课题）产生巨大兴趣的原因。

把无限自由度系统化为有限自由度系统的方法之一是有限差分法。有限差分法的起源可以追溯到欧拉（Euler）以及微分学的先驱者们所解决的一些问题，但直到本世纪这一方法才作为一种新的数值技术完全确立下来。这种方法主要吸引人的地方就是它在分析几何形状规则的问题上用起来简单。然而，这种方法可能难于推广到复杂几何形状和任意边界条件的问题。目前，在许多工程应用上这种方法已为有限元素法所取代。

有限元素法以离散型变分原理为基础。求解工程问题的变分法是瑞利引进的，他提出用一系列带有待定系数的已知函数来代替未知函数。然后，这些系数可以通过泛函（例如位能）取极小确定。瑞利当时用这种方法求解了振动问题，里兹进一步发展了这一方法，他将此法用来求解各种不同问题。这种方法的主要缺点是需要在存在一个已知泛函。但在许多实际问题中基本方程是已知的，而建立一个泛函是不可能的，或者是非常困难的。由于这些原因，我们可以应用误差极小化方法，比如说迦辽金法。它只需要基本方程与边界条件。这种方法为有限元素法提供了更加一般的基础。虽然它与瑞利-里兹法有着本质的不同，但是我们可以断定，在某些情况下两种方法是等价的（即瑞利-里兹法可以看作是迦辽金法的特殊情况）。

有限元素法现在已成为一种标准的工程分析工具。此法开始于五十年代末特纳（Turner）等人论文的发表。几年之后这种方法

成了一个热门的研究课题,并且在六十年代得到了迅速的发展。与此同时开始了几个通用程序的研制工作。其中第一个是麻省理工学院的STRUDL系统。这个程序系统和其它几个程序系统现在还在应用。其中多数广泛地应用于工程问题。到七十年代初,有限元素法已建立得相当完善,并且一些综合性的书籍也开始问世。

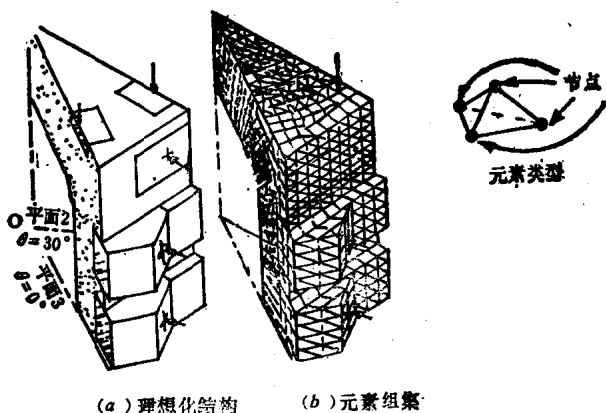


图 1.1 压力容器三维分析中有限元素理想化

图 1.1 至 1.3 可能会使读者对当前工程师们用有限元素法所分析的问题的复杂性有所了解。在图 1.1(a) 上表示了一个核压力容器模型及其有限元素理想化。这种结构承受内压与预应力载荷。由于对称性可以只研究 30 度扇形区。此扇形区被剖分为含有 2678 个节点的 4178 个四面体元素。因为每个节点上有三个未知量,故引入边界条件前一共有 8034 个自由度量。解这个方程组需要采用一种特殊的“迭代法”。用户通过规定最高迭代次数及容许内力与外力的不平衡度来控制解的精度。

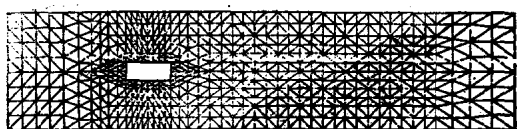
现在有限元素法在许多流体力学问题中也已经被采用。图 1.2(a) 表示研究惯性力、阻力和升力影响的离散化模型。所用网格约有 500 个节点,在每个节点上流函数与旋量交替地用作未知量。由于加入风洞的均匀上游速度使流体瞬时加速。雷诺数为 100 时动量方程数值解中所固有的不稳定性由于计算机舍入误差

的传播量终增加到产生涡旋脱体现象。图 1.2(b) 示出了这种现象。为了将涡旋表示得更清楚，从计算流线的数值中减去了自由流线的值（这样就得到了所谓扰动流线）。

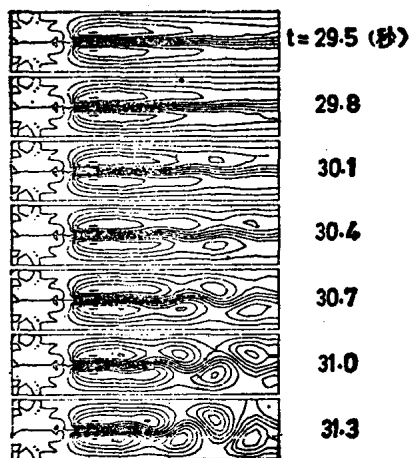
流体与结构交互作用的问题也可以用有限元素法研究。图 1.3(a) 表示一个大型石油钻机，该钻机用少数几个元素进行了离散化作为第一阶近似(图 1.3(b))。钻机是按随机理论进行分析的。设计人员一旦用简化模型

确定最终形状后，就用大量元素对钻机进行深入分析。在此情况下随机振动包括研究按概率论得到的波谱，以便能够在已知的可信度范围内来预计系统的最大应力、位移等结果。

几何形状复杂的结构，例如图 1.4 所示多层折叠板剧院可以用三角形元素进行研究。较大的结构(剧院 A)建筑在近似于椭圆的场地上，占地面积 3000 平方米。有限元素网格包含约 750 个三角形元素，500 个节点(每个节点 6 个未知量，总自由度 3000 个左右)。为了模拟支撑框架和其它类型的梁，在模型中引入了特殊的梁元素。这种结构由本书作者之一用 STRUD-II 普及型有限元素程序进行了分析。



(a)



(b)

图 1.2

(a) 有限元素网格;

(b) 当 $R_0=100$ 时涡旋(迹)的扩展(扰动流线)

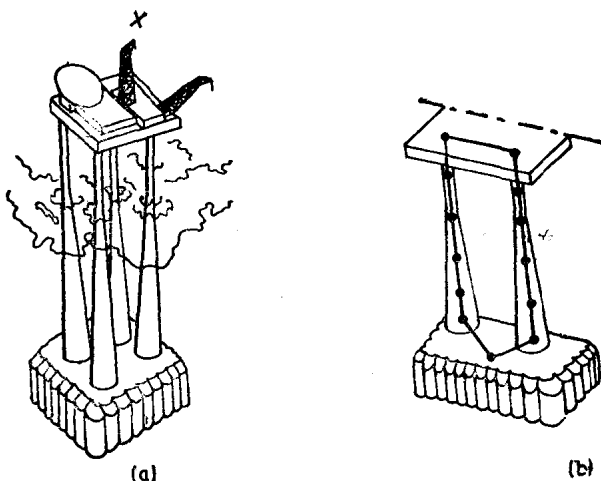


图 1.3 海洋平台的简单离散化

1.2 工程师的计算机观

从使用者的观点来看,我们可以把计算机定义为“高速自动信息处理电子装置”。这种定义与“暗盒”的概念是一致的,即把计算机看作是这样一种装置,它接收用户提供的信息,对信息进行处理,产生新的信息,其中有些返回传递给用户。为了更好地理解接收、处理和传递信息这一过程,我们应该识别计算机的基本部件,分析它们的功能。这些部件用简单的框图表示在图 1.5 上,图上“暗盒”用虚线部分表示。

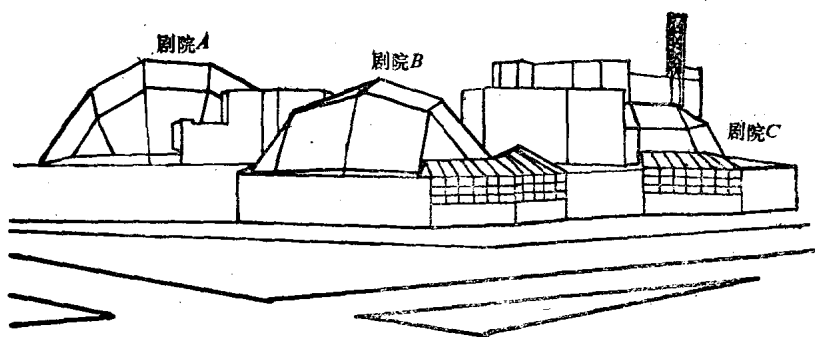
用户提供的信息为输入装置即阅读机所接收。用户不能以完全任意的形式提供信息,而必须遵守某些特殊规则,以便计算机能对这些信息进行译码。此外,信息还必须把某种能为输入装置所接收的物理形式物质化。用于记录信息的物理介质称为信息后援。穿孔卡片,穿孔纸带和磁带等等就是普通信息后援的一些例子。对于每种信息后援都有一种能够接收它的输入装置。另外,输入是一个“缓慢”的过程,为了避免信息流动产生阻塞现象,通常

一台计算机系统有几台输入装置。这些输入装置可以是相同的，也可以是不同的。

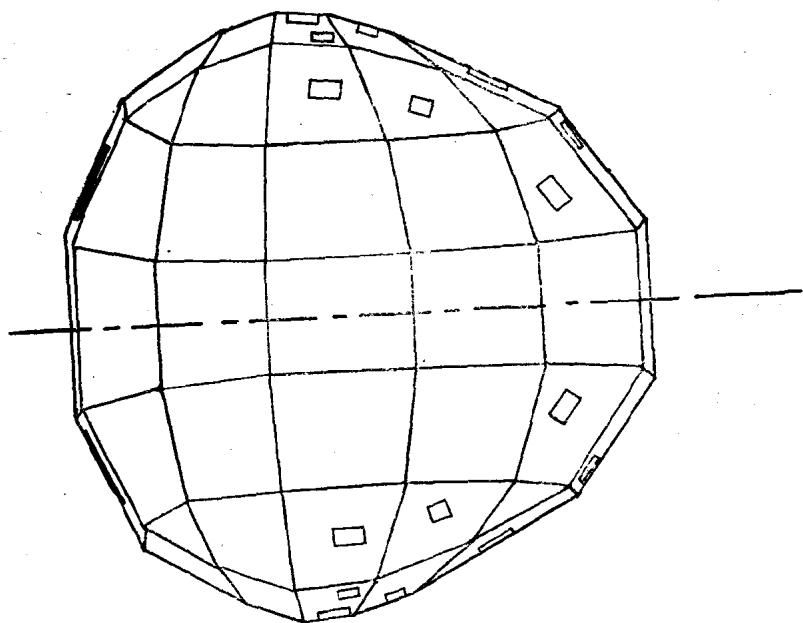
用户可以把性质不同的信息提供给计算机。一般来说，信息由数据和指令所组成，这些数据与待求解的问题有关，而这些指令则关系到计算机如何对这些数据进行运算以获得所求结果。在求解时计算机产生的信息称为求解过程的结果。为了确定求解所需要进行的运算而提供给计算机的指令集称为程序或计算机程序。程序是按构成计算机语言组成部分的某些规则编写的。用户可以从所使用的计算机能够接收的几种语言中选取一种编写程序。在编写程序时，程序中所用数据按用户建立的规则写在相应的信息后援上。一般来说，程序与数据不是同时而是混杂读入的。通常先读入程序，然后计算机按照程序中的指令进行运算，在运算过程中程序将会指明计算机何时以及怎样读入数据。这一过程通常称为程序执行与加工。在许多情况下程序已存储在计算机内，用户只需简单地提供数据。一般来说，程序由一个人或一个小组编写，而为其他许多人使用。

进入计算机的信息直接传递到计算机存储器。一台计算机可以有几个存储器，其中包括一个主存储器、一个或几个辅助存储器。主存储器是不可少的，辅助存储器则可有可无。存储器的功能是暂时地或长时间地存储而不改变信息。主存储器可以看成是计算机的“心脏”。因为计算机接收或产生的信息都必须经过主存储器。主存储器的效率是计算机总体性能的决定性指标。主存储器存储信息的容量是计算机另一个基本特性参数。

主存储器可以想象为大量小“单元”的集合。每个小单元可以存储一个单位信息。通常这些小单元叫做存储单元。每个存储单元由一个称为存储地址的数码表示。计算机通过输入装置读出的信息或在其内部产生的信息细分为信息单位——字。字又进一步细分为字符。一个字中所含字符数目定义为字长。存储单元的内容是一个字。每当需要在存储单元存入或从其中取出一个字时都通过它的地址存取。大多数主存储器是磁心装置。因此，主存储



(a)



(b)

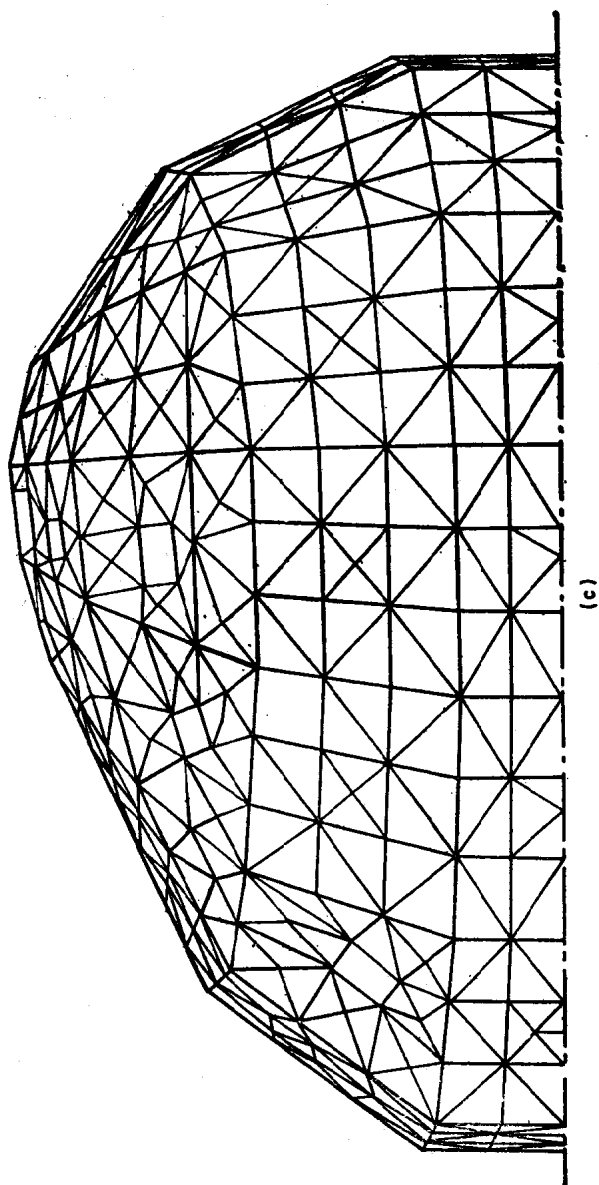


图 1.4

- (a) 折叠板结构;
 (b) 剧院A的平面图;
 (c) 剧院A的有限元素网格

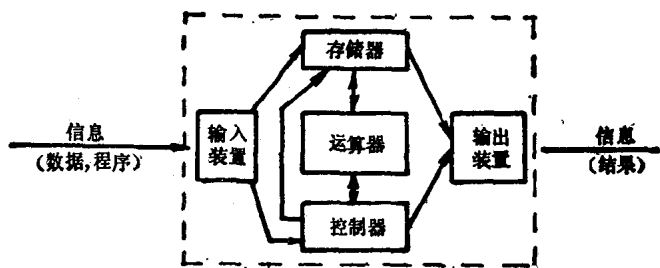


图 1.5 计算机的基本部件

器也称磁心存储器。

由于主存储器利用率非常高、成本昂贵,这就不允许把大量信息长时间存储在主存储器中。尤其应指出的是,如果这些信息在加工处理中暂时用不着时就更是这样。为此,就采用了容量比主存储器大许多倍而成本却低得多的辅助存储器。如果要处理的信息量太大,主存储器容纳不了,就存储在辅助存储器里。需要时,把加工处理要用的那部分信息转送到主存储器中;不用时,这些信息又回送到辅助存储器里,以便主存储器能够接收准备进行处理的新的信息。在辅助存储器与主存储器之间传递信息的这种机械装置使计算机的运算速度减慢,但相反却使得大量信息得以处理,否则,这些信息是不能处理的。一直到第三代计算机,由辅助存储器到主存储器,或者相反由主存储器到辅助存储器之间的信息传递都是按照用户所提供的程序中的指令进行的。这就使得程序设计显得非常复杂。在第四代计算机中这一工作(在很大程度上)是由计算机本身完成的。计算机的这种能力通常称为虚拟存储能力。

辅助存储器可以是固定的或者能够移动的磁盘、磁带和磁鼓等等。磁盘、磁带更加通用。磁带和可动磁盘也可以用作信息后援,它以非常紧凑的方式长时间存储大量信息。有趣的是,对应于磁带或磁盘上很小的区域可以存储几百万个字符。

处理存储在主存储器里的信息是由运算器完成的。这种装置能完成算术运算,进行逻辑判断。运算器从主存储器接收信息,按