〔丹〕比约诺　主编

信号处理和水声学

孙允恭　丁　东　徐为方　等译

国防工业出版社

信号处理和水声学

〔丹〕比约诺　主编
孙允恭　丁　东　徐为方　等译

国防工業出版社

内 容 简 介

本书是1980年北约国家信号处理高级讲习班综述报告选。所选报告由有关专题的知名科学家撰写，对信号处理领域内新技术的原理、水平及其发展动向作出评述，目的是为从事信号处理工作的青年科技人员掌握八十年代新技术打下基础。报告内容涉及信号处理的一些重要课题，如：自适应阵处理、检测和估计、最小二乘模型拟合等。此外，还有水声学和信号处理应用方面的内容，如：被动声呐时延估计、海洋声学层析法、水声传播模拟、新型换能器等。本书可供信号处理、声呐、雷达、水声学、地球物理学、海洋学等专业的科技人员和大专院校师生参考。

Underwater Acoustics and Signal Processing
Proceedings of the NATO Advanced Study
Institute held at Kollekolle, Copenhagen,
Denmark, August 18-29, 1980.
edited by Leif bjφrnφ
D. Reidel Publishing Company 1980
Published in Cooperation with NATO Scientific Affairs Division

*

信号处理和水声学

〔丹〕 比约诺 主编

孙允恭 丁 东 徐为方 等译

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

$850\times1168^{1}/_{32}$ 印张 $8^{5}/_{16}$ 220千字

1985年6月第一版 1985年6月第一次印刷 印数：0,001— 1,930册

统一书号：15034·2750 定价：1.75元

译者的话

本书是 1980 年北约国家信号处理高级研究讨论会综述报告选译。这个讨论会实际上是一种高水平的教学活动，因此我们称之为高级讲习班。这项活动自 1964 年首次举办以来,大约每四年召开一次，邀请信号处理各领域的知名科学家就各分支专题的最新发展作综述报告，并重点考虑在水声中的应用。此外，还有一些科学家给出重要课题的最新研究成果报告。从历次活动的情况来看，所作的报告较好地总结了信号处理的新技术，并及时而准确地反映了新技术的发展动向，因而受到各国有关的科学家和科技人员的重视。本届讲习班继续保持了这些特点，在自适应波束形成、检测与估计、最小二乘模型拟合等重要课题方面都有专家的评述。本届讲习班的报告集，按照其编者的意图，是一本高级专业教科书，将为从事信号处理工作的青年科技人员适应八十年代新技术的发展提供知识上的准备。因此我们感到有必要把它翻译出来，供我国有关专业的广大科技人员参考借鉴。由于篇幅的限制，我们仅精选了部分评述性文章。选择的原则主要是要求课题涉及面有一定的广度，以及能代表八十年代新技术的发展动向等。另外，关于时延估计和海洋层析法这两个重要课题，讲习班中虽有所反映，但给出的是成果研究报告。由于近年来这两个课题的工作日益发展，我们特地另选了两篇文章，以便使读者对其有更清楚的了解。

本书的翻译工作由孙允恭、丁东、徐为方、侯自强、蒋庭华、赵春山等六位同志共同担任。由于我们水平有限，书中难免有不少缺点和错误，欢迎读者批评指正。

目　录

1.介质的不均匀性和不稳定性：对时空处理的影响

R.Laval 和 Y.Labasque
（法国 AERO 研究和谘询学会）

本文从几个不同的方面考虑了传播介质的不稳定性和不均匀性对(时间的和空间的）信号处理的影响。

第一部分“时间-频率-空间变化的信道的特征”引入了一些数学工具来描述声信道，所用方法适用于大多数的信号处理问题。

第二部分考虑“信号是不完全相干的情况下线性处理器的性能退化”。线性或常规处理器是一个作一维或多维运算的滤波器，它与原始信号相匹配时把信号看作是完全相干的。这一节给出了计算“增益退化因子”的一般表示式，并把这个计算方法应用于一个长度大于介质空间相关距离的线列阵的一维情况。

然而，线性处理对于非相干信号并不是最佳的。第三部分“不完全相干信号的最佳处理”证明了，可以大大减小增益的退化(当损失用分贝表示时，可以减小约一半)，其代价是处理器的复杂程度略有增加。

1.1 时间-频率-空间变化的信道的特征

1.1.1 随机传递函数的定义

根据线性滤波器理论，可以用下面的随空间-频率-时间变化的传递函数（或复增益）以最普遍的形式来表征水声传播信道：

$$\mathscr{H}(s, r, f, t) \tag{1.1}$$

其中，矢量 $\boldsymbol{s}$ 表示一个点源的位置；矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示一个点接收器的位置；f 表示频率；t 表示时间。

$\mathscr{H}$的意义如下：如果一个位于 $\boldsymbol{s}$ 的点源发射出一个频率为 f、声源级为 1 的单频信号，那么一个位于 $\boldsymbol{r}$ 的点接收器在时刻 t 接收到的信号就是

$$\mathscr{H}(s, r, f, t)e^{2\pi ift}$$

因此，$\mathscr{H}$描述了所接收到的准单频波的幅度和相位。在这里所给出的情况中，它是 8 个独立变量的函数：$\boldsymbol{s}$ 的三个坐标 x_s，y_s，z_s，$\boldsymbol{r}$ 的三个坐标 x_r，y_r，z_r，以及 f 和 t。原则上讲，如果介质的特性作为空间和时间的函数是完全已知的话，那么声传递函数$\mathscr{H}$可以通过解波动方程算出。

然而，正如 Bjφrnφ 教授刚才指出的那样●，介质的时间变化和空间变化的尺度范围非常宽，从季节和地理位置上的巨大变化到最小尺度的温度微结构、海面波浪和海底不平整性，以及一系列中等尺度的效应，如局部涡旋、中等尺度的温度随深度的变化、内波等。

为了把问题限制在一个适当的范围内，我们规定：

· 大尺度（宏观）的变化通常考虑成是确定性的；

· 小尺度（微观）的不均匀性通常考虑成是随机性的。

显然，尺度大小的概念是相对于所给定的应用或实验中实际考虑的尺度而言的，有时会引起一些问题，譬如说，对于中等尺度的现象，究竟是用确定性方法还是用随机方法来处理。例如，在考虑几公里范围或几分钟时间内的传播问题时，内波是一种大尺度现象，而在考虑几百公里或几小时的传播时，它又是一种小尺度现象。

由于声传递函数是和传播介质的这种混合特性相联系的，因此它必须能清楚地反映出这种双重性，而这点是通过在传递函数中，将一个总的确定性趋势和一个小尺度随机微结构结合在一起

● 指该教授在本次讲习班上作的报告，参见 Proc. of NATO ASI on Signal Processing, Aug. 18-29, 1980。——译者

来实现的。表示这种双重特性的一种可能的方式是把$\mathscr{H}$写成为两个函数之积（就好象它是由两个滤波器串联得到的一样）：

$$\mathscr{H}(s,r,f,t)=H_D(s,r,f,t)\cdot H(s,r,f,t) \quad (1.2)$$

其中，H_D是一个确定性函数，它考虑了$\mathscr{H}$的幅度和相位随空间-频率-时间的大体变化；H是同样变量的随机函数，它描述了幅度和相位的随机扰动。

将这两个函数归一化，使

$$|H_D|^2=E\{|\mathscr{H}|^2\},\quad E\{|H|^2\}=1 \quad (1.3)$$

上面第一个式子代表了能量传播损失。

可以设想出一些模型来，以便根据关于介质的部分确定性、部分随机性的描述计算出函数H_D以及H的统计特性。应该指出，这个问题一般来说是很难解决的。

在过去提出的大多数统计传播模型方法中，对于介质的描述都是高度简化和理想化的。而且相应的理论是建立在一些近似的基础上的，而这些近似的适用范围又很不容易确定。

此外，确定性问题和随机性问题是不可分的。由于下面所列出的这些原因，确定性函数H_D和随机函数H二者都依赖于介质的确定性特性和随机特性：

· 在声源和接收器之间的一条给定的声路径，其实际经历的小尺度不均匀性的类型决定于该路径的轨迹，而这是与介质的确定性特性相联系的。

· 由小尺度不均匀性或边界不平整性所引起的散射现象会影响介质内部能量的总分布：声道的能量泄漏，影区内的声照射，简正波之间的能量转移等。

· 可能会有这样的情况：即使是在一个简化的确定性介质模型中，在源和接收器之间也会有大量的声路径（或独立的简正波）存在，以至于因它们的相互干涉而形成的整个图象看上去象一个随机过程；因此，把这种多途效应归到随机项H中去可能更为方便。文献〔5〕给出了关于浅海声道的“伪随机”方法的一个例子。

1.1.2 随机传递函数的特征

我们所要考虑的问题是对于随机函数H给出 合 适 的 统计描述，以便使信号处理问题很容易用公式表示出来。

H是一个复函数，可以写成下面两种形式：

$$H = a + ib = Ae^{i\varphi}$$

实部和虚部（a和b）以及相位和幅度（φ和A）都依赖于声源和接收器的位置（$\boldsymbol{s}$和$\boldsymbol{r}$）、频率（f）和时间（t）。

对H的描述一般要涉及下面这些特性：

（1）H的平均值H_0

$$H_0 = E\{H\} \tag{1.4}$$

它代表变换的相干部分。它是$\boldsymbol{s}$，$\boldsymbol{r}$，f和t的确定性函数，并且是实的，因为确定性项H_D通常包含$\mathscr{H}$的平均相位。

量
$$\gamma = \frac{|E\{H\}|^2}{E\{|H|^2\}} \tag{1.5}$$

的值在区间〔0，1〕内，称为“相干因子”。

由于我们已经假设$|E\{H\}| = H_0$和$E\{|H|^2\} = 1$，所 以 有$\gamma = H_0^2$。

当$\gamma = 1$，我们说过程是完全相干的，并且没有随机现象。

当$\gamma = 0$，我们说过程是完全非相干的。

事实上，H可以写成是一个相干确 定 项H_0● 和一个完全非相干随机项$\widetilde{H}$之和：

$$H = H_0 + \widetilde{H} \tag{1.6}$$

其中$\widetilde{H}$是$\boldsymbol{s}$、$\boldsymbol{r}$、f和t的随机函数，其平均值为零。

（2）H(或$\widetilde{H}$) 在复平面$a + ib$上的分布

我们还可以定义幅度起伏的分布（A, A-1 或有时是$\log A$的分布）、相位起伏的分布和它们的互相关。

（3）二阶平均值

● 原文误为H。——译者

对H的二阶特性的完全描述可以由下述最普遍的协方差函数给出[1,2]：

$$\Gamma(\boldsymbol{s}_1,\ \boldsymbol{r}_1,\ f_1,\ t_1,\ \boldsymbol{s}_2,\ \boldsymbol{r}_2,\ f_2,\ t_2)=$$
$$E[H(\boldsymbol{s}_1,\ \boldsymbol{r}_1,\ f_1,\ t_1)H^*(\boldsymbol{s}_2,\ \boldsymbol{r}_2,\ f_2,\ t_2)] \qquad (1.7)$$

这个函数称作“广义相干函数”，它所依赖的变量太多了，因此使用起来很困难。幸好在一个给定的应用中，只需对处理器实际所用到的那些变量作H的协方差运算。例如，在线列阵的情况中，只用到一个空间变量。

由于声源的位置$\boldsymbol{s}$可以是固定的，因此Γ就变成为

$$\Gamma(\boldsymbol{r}_1,\ \boldsymbol{r}_2,\ f_1,\ f_2,\ t_1,\ t_2) \qquad (1.8)$$

我们还可以引入$H(\boldsymbol{r},\ f,\ t)$对于变量$\boldsymbol{r}$、$f$、$t$的傅立叶变换$S(\boldsymbol{U},\tau,\Phi)$，并考虑它的协方差函数：

$$R(\boldsymbol{U}_1,\tau_1,\Phi_1,\boldsymbol{U}_2,\tau_2,\Phi_2)\equiv E[S(\boldsymbol{U}_1,\tau_1,\Phi_1)S^*(\boldsymbol{U}_2,\tau_2,\Phi_2)] \qquad (1.9)$$

可以证明[2,3]，H对于变量$\boldsymbol{r}$、f、t而言的平稳条件等效于S对于变量$\boldsymbol{U}$、τ、Φ的非相关散射条件。这意味着，如果Γ可以表示成

$$\Gamma(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2,f_1,f_2,t_1,t_2)=\Gamma(\delta\boldsymbol{r},\ \delta f,\ \delta t) \qquad (1.10)$$

其中

$$\delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1$$
$$\delta f=f_2-f_1$$
$$\delta t=t_2-t_1$$

那么R具有下述形式：

$$R(\boldsymbol{U}_1,\tau_1,\Phi_1,\boldsymbol{U}_2,\tau_2,\Phi_2)=R(\boldsymbol{U}_1,\tau_1,\Phi_1)\,\delta(\boldsymbol{U}_1-\boldsymbol{U}_2)$$
$$\cdot\ \delta(\tau_1-\tau_2)\,\delta(\Phi_1-\Phi_2) \qquad (1.11)$$

在这种情况中，$R(\boldsymbol{U},\ \tau,\ \Phi)$是$\Gamma(\delta\boldsymbol{r},\ \delta f,\ \delta t)$的傅立叶变换，并称为“广义散射函数”。

位置矢量$\boldsymbol{r}$可以用它的三个投影x、y、z来表示；而矢量$\boldsymbol{U}$，通过傅立叶变换而对应于$\boldsymbol{r}$，也可以由它的投影——对应于x、y、z的u、v、w来确定。

于是，散射函数$R(u,\ v,\ w,\ \tau,\ \Phi)$就是下面5个变

量的函数：

· τ 是时间扩展变量（通过傅立叶变换与 f 相对应）。

· Φ 是频率扩展变量（对应于 t）●。

· u、v、w 是空间频率扩展变量（对应于 x、y、z）●。

可以用下面的方式来解释这些变量：

由声源产生的声场在点 $\boldsymbol{r}$ 附近总可以分解成一些元平面波。变量 u、v、w 可以表示为

$$u=\frac{f}{c}\alpha,\quad v=\frac{f}{c}\beta,\quad w=\frac{f}{c}\gamma \text{●} \tag{1.12}$$

其中 $\alpha=\sin\theta_x$，$\beta=\sin\theta_y$，$\gamma=\sin\theta_z$；θ_x、θ_y、θ_z 分别是元平面与 x、y、z 轴的交角。α、β 和 γ 是确定元平面波传播方向的矢量沿三个轴的方向余弦●。

在最一般的情况中，元平面波的方向是复的，而且 u、v、w 是三个独立的实变量。然而，在“远场”条件下，所有的平面波都是实的。变量 u、v、w（或变量 θ_x、θ_y、θ_z）不再是相互独立的，而是由下述公式相联系：

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=1$$

在这样的条件下，广义散射函数可以定义为仅是 4 个变量的函数：τ、Φ 和描写平面波的实方向 θ 的 2 个变量。

WSSUS（广义平稳非相关散射）条件通常被引用来定义时间-频率散射函数[2]。这里，我们将它扩展，以便也能包括空间（或角度）域。

当然，H 的过程对于某些变量可能是平稳的，但并不是对所有的变量都如此，因此，对于其傅立叶变换空间中的相应变量，非相关散射条件是不满足的。

如果过程对于除某一变量，例如频率 f 外的所有其它变量都是平稳的，那么，广义协方差函数将成为

$$\Gamma(\delta\boldsymbol{r},\ f_1,\ f_2,\ \delta t) \tag{1.13}$$

● 原文有误，已改正。——译者

● 原文将 α、β、γ 误写为 α_x、α_y、α_z。——译校者

而相应的以 $\boldsymbol{U}$、τ、Φ 为变量的协方差函数将为

$$R(\boldsymbol{U},\ \tau_1,\ \tau_2,\ \Phi)\,\delta(\boldsymbol{U}_1-\boldsymbol{U}_2)\,\delta(\Phi_1-\Phi_2) \qquad (1.14)$$

这意味着，时间扩展过程是相关的。

当 WSSUS 条件对于所有变量都成立时，可以把广义散射函数看作是介质的模糊度函数：如果位于坐标原点的一个点源发射一个具有理想模糊度函数（在时间-频率坐标内）的信号，那么由高指向性基阵及其后面的高分辨力时间-频率处理器组成的接收器在试图对点源进行定位时，在距离-多普勒-角度空间中将看到一个弥散的“云”，而不是一个点。

在部分相干的情况中，随机过程 $H=H_0+\widetilde{H}$ 的散射函数将包括一个狄拉克脉冲（对应于 H_0 的傅立叶变换）加上一个 $\boldsymbol{U}$、τ、Φ 的连续函数（$\widetilde{H}$ 的傅立叶变换）。这时，高分辨力接收器将看到一个亮点，周围被一个弥散的晕圈所包围。

1.1.3 随机传递函数的几个典型例子

在这一节里，我们要应用前面讨论过的原理来描述一些典型的过程。这些过程代表了散射现象的理想极限情况，然而它们又是在实际介质中能遇到的。

1.1.3.1 高斯随机过程

在这种情况中，假设 $H=a+ib=Ae^{i\varphi}$ 是一个高斯随机过程。

在最一般的高斯情况中，H 的分布可以由下列各量确定：

它的平均值 $H_0=E\{a\}+iE\{b\}$；

σ_a 和 σ_b（a 和 b 的标准方差）；

ρ_{ab} $[a-E\{a\}]$ 和 $[b-E\{b\}]$ 间的相关。

这里，我们还要进一步假设：

$E\{b\}=0$（$\mathscr{H}$ 的平均相位包含在确定性函数 H_D 中）；

$\sigma_a=\sigma_b$ 和 $\rho_{ab}=0$

如果我们把 H 写成是一个相干项 H_0 与一个非相干项 $\widetilde{H}$ 之和（见 1.2.1 节）：

$$H = H_0 + \widetilde{H}$$

那么 $\widetilde{H}$ 代表了一个具有瑞利幅度分布和均匀相位分布的散射 项。

H的分布完全由部分相干因子

$$\gamma = \frac{|H_0|^2}{E\{|H|^2\}} \tag{1.15}$$

所确定。

当波在一个稍有不均匀的介质中传播（或从一个不平整表面反射）时，在“远场散射区域”中可以发现存在着具有上述这些特性的过程。在“远场散射区域”中，第一非涅耳区的大小 $\sqrt{\lambda L}$（λ是波长，L是传播距离）比介质不均匀性的相关距离大得多。在这个区域中，在一个给定点接收到的散射波可以看成是来自不相关的空间区域的大量元衍射波的叠加。

在大多数情况下，由直接测量得到的相干函数只有一个变量。在非相干高斯过程的情况下，通常可以通过调节下述表示式中的两个参量 a 和 m 来拟合实验结果：

$$\Gamma(\delta x) = e^{-\frac{1}{2}\left|\frac{\delta x}{a}\right|^m} \tag{1.16}$$

这里以变量 x 作为例子。a 是沿变量 x 的“有效相关距离”，它相应的相关值为 0.6。

通过傅立叶变换与上述表示式相对应的散射函数在 $m=1$ 和 $m=2$ 时有很简单的形式。

当 $m=1$ 时：

$$R(u) = \frac{4a}{1+16a^2\pi^2u^2} = \frac{2}{\pi\Delta u}\cdot\frac{1}{1+\left(2\frac{u}{\Delta u}\right)^2} \tag{1.17 a}$$

当 $m=2$ 时：

$$R(u) = \sqrt{2\pi}\, a e^{-2\pi^2 a^2 u^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\Delta u} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\Delta u}\right)^2} \tag{1.17 b}$$

其中 $\Delta u = 1/2\pi a$ 是散射函数的“有效宽度”，或是空间频率的“有

效空间频率扩展”：

$$\Delta u=1/2\pi a\approx(f/c)\cos\theta\Delta\theta=(1/\lambda)\cos\theta\Delta\theta \qquad (1.18)$$

其中，θ 是声源方向和 x 轴的垂直方向间的夹角；a/λ 是以波长数表示的“有效相关距离”；$\Delta\theta$ 是由于散射而引起的“有效角度扩展”，$\Delta\theta=1/[2\pi(a/\lambda)\cos\theta]$●。

作为一个例子，取沿垂直于声源方向的轴向的相关距离为 10λ，则

$$\Delta\theta=0.016\text{ 弧度}=0.9^{\circ}$$

上面这些表示式里考虑的是完全非相干过程。在由因子 γ 确定的部分相干过程的情况中，与传递函数 $H=H_0+\tilde{H}$ 相联系的相干函数为

$$\Gamma(\delta x)=\gamma+(1-\gamma)e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta x}{a}\right)^m} \qquad (1.19)$$

相应的散射函数为

当 $m=1$ 时：

$$R(u)=\gamma\delta[u]+(1-\gamma)\frac{2}{\pi\Delta u}\cdot\frac{1}{1+\left(2\frac{u}{\Delta u}\right)^2} \qquad (1.20\text{a})$$

当 $m=2$ 时：

$$R(u)=\gamma\delta[u]+(1-\gamma)\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\Delta u}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{\Delta u}\right)^2} \qquad (1.20\text{b})$$

其中 $\delta[u]$ 是狄拉克分布。

1.1.3.2 传播时间的随机调制

这种过程可以在随机不均匀介质中发生，或者在波从“近场区域”中的不平整表面反射后发生。在这个近场区域中，第一菲涅耳区的大小 $\sqrt{\lambda L}$ 比不均匀性的相关距离小得多。在此区域中，射线理论是成立的，而声过程的随机性可以解释为由介质不

● 原文此段顺序有误。——译者

均匀性引起的折射或由不平整表面的反射所产生的声线的角度偏离。因此，连接点源和点接收器的声线的传播时间和到达角度受到随机起伏的影响。在一个给定时刻，波前（定义为从声源 **s** 出发传播时间相等的面）在空间上是随机畸变的。除了这种时延调制外，元声线管的收敛或发散还引起幅度调制效应。

随机介质中的射线统计学曾由 Chernov 讨论过[4]。这里，我们只考虑幅度起伏小得足以忽略的极限情况。

随机时延模型也可以应用于运载体的随机运动问题或天线的随机变形问题（如影响线列拖曳阵的随机变形问题[8]）。

假设确定性过程是一个平面波，它的传播方向 θ 由方向余弦 α、β、γ 决定。总的传递函数$\mathscr{H}$在考虑了时延调制 $\tau(\boldsymbol{r},\ t)$ 后将成为

$$\mathscr{H}=A_0\,e^{2\pi i f\left[\frac{\alpha}{c}x+\frac{\beta}{c}y+\frac{\gamma}{c}z+t\right]}e^{2\pi i f\tau(\boldsymbol{r},t)} \tag{1.21}$$

这是一个相位由

$$\varphi(\boldsymbol{r},\ t)=2\pi f\tau(\boldsymbol{r},\ t) \tag{1.22}$$

调制的简谐平面波。

随机传递函数就是相位调制项

$$H=e^{2\pi i f\tau(\boldsymbol{r},t)} \tag{1.23}$$

它的协方差函数是

$$E\{H_1\cdot H_2^*\}=E\{e^{2\pi i[f_1\tau(\boldsymbol{r}_1,t_1)-f_2\tau(\boldsymbol{r}_2,t_2)]}\} \tag{1.24}$$

我们现在来考虑某一单个变量，例如空间变量 x 的两个点上的协方差

$$\Gamma(x_1,\ x_2)=E\{e^{-2\pi i f[\tau(x_2)-\tau(x_1)]}\} \tag{1.25}$$

假设 $\tau(x_2)-\tau(x_1)$ 有一高斯分布。我们知道，如果 ξ 是一个零均值的高斯随机变量，那么

$$E\{e^{i\xi}\}=e^{-\frac{1}{2}E\{\xi^2\}} \tag{1.26}$$

把这个式子应用到上面给出的 Γ 的表示式中，得到●

● 原式有误，已改正。——校者

$$\Gamma(x_1, x_2) = e^{-\frac{1}{2}(2\pi f)^2 E\{[\tau(x_2)-\tau(x_1)]^2\}} \tag{1.27}$$

如果我们假设$E\{[\tau(x_2)-\tau(x_1)]^2\}$仅是$\delta x = x_2 - x_1$的函数，写成$\Omega(\delta x)$，那么我们可以定义相干函数为⊖

$$\Gamma(\delta x) = e^{-\frac{1}{2}(2\pi f)^2 \Omega(\delta x)} \tag{1.28}$$

其中$\Omega(\delta x) = E\{[\tau(x_2)-\tau(x_1)]^2\}$是随机函数$\tau(x)$的"结构函数"。

$\Gamma(\delta x)$的傅立叶变换是变量为空间频率u的散射函数：

$$R(u) = \int e^{-\frac{1}{2}(2\pi f)^2 \Omega(\delta x) - 2\pi i u \delta x} d(\delta x) \text{⊖} \tag{1.29}$$

这是一个简谐函数的功率谱，这个简谐函数以x为变量，相位被随机函数$\tau(x)$所调制。

为了更深入地讨论问题，需要表征随机函数$\tau(x)$的特性。我们将依次考虑两种不同类型的过程。

·在第一类过程中，我们假设$\tau(x)$是x的零均值平稳高斯随机函数。我们可以定义$\tau(x)$的标准方差σ_τ和归一化相关函数$\rho(\delta x)$，使其满足

$$E\{\tau(x)\cdot\tau(x+\delta x)\} = \sigma_\tau^2 \rho(\delta x) \tag{1.30}$$

可以计算出传递函数H的平均值

$$H_0 = E\{e^{2\pi i f \tau(x)}\} = e^{-\frac{1}{2}(2\pi f \sigma_\tau)^2} \tag{1.31}$$

于是，部分相干因子$\gamma = H_0^2$将为

$$\gamma = e^{-\mu^2}, \quad \mu = 2\pi f \sigma_\tau \tag{1.32}$$

类比于相位调制理论，μ将称为"调制指数"。

结构函数将为

$$\Omega(\delta x) = 2\sigma_\tau^2 [1 - \rho(\delta x)] \tag{1.33}$$

当δx趋于无穷时，上式趋向于有限值$2\sigma_\tau^2$。

⊖ 原式有误，已改正。——校者

相干函数将为❸

$$\Gamma(\delta x)=e^{-\mu^2[1-\rho(\delta x)]} \tag{1.34}$$

当 δx 趋向于无穷时，上式趋向于部分相干因子 $\gamma=e^{-\mu^2}$。

在没有精确的分析模型的情况下，相关函数 $\rho(\delta x)$ 通常可以通过调整下式中的 Δx 和 m 来拟合：

$$\rho(\delta x)=e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta x}{\Delta x}\right)^m} \tag{1.35}$$

其中 Δx 是 $\tau(x)$ 的"有效相关距离"。

关于 $\Gamma(\delta x)$ 的傅立叶变换 $R(u)$ 的计算可以在文献〔6〕中找到。

$R(u)$ 包含有一能量等于 $e^{-\mu^2}$ 的狄拉克分布。这一点类似于相位调制波的载波能量有限的情况。

·在第二类过程中，假设 $\tau(x)$ 的导数 $\partial\tau(x)/\partial x$ 是 x 的高斯平稳随机过程，其功率谱在原点（空间频率 $u=0$）处有有限值。在这种情况下，$\tau(x)$ 不再是平稳的，因此不能定义它的平均值和相关函数，但是仍有可能定义它的结构函数 $\Omega(\delta x)$。不过，与前面的情况相反，这时的结构函数随 δx 而趋向于无穷，因此 $\Gamma(\delta x)$ 随 δx 趋向于无穷而趋向于零。于是过程 H 是完全非相干的，$\gamma=H_0^2=0$。

应当指出，传递函数 $\mathscr{H}(x)$ 在前面表示成空间频率的相位调制函数❹

$$\mathscr{H}=e^{2\pi i[ux+\varphi_0]}e^{2\pi i f\tau(x)} \tag{1.36}$$

它也可以表示成下面的形式：

$$\mathscr{H}=e^{i[2\pi(u+\delta u)+\varphi_1]} \tag{1.37}$$

其中，$u=\alpha f/c$；$\delta u=2\pi u\partial\tau(x)/\partial x$。这是一个载频为 u、频率由 $\partial\tau(x)/\partial x$ 调制的波。

已经知道，频率调制波的功率谱中没有残留载波。

关于各种类型的随机过程产生的调制波的相干函数及有关的

---

❸ 原式有误，已改正。——校者

❹ 原式有误，已改正。——译者