振動學理論及應用

W. T. 湯姆森 著
康 淵 譯

曉園出版社
世界图书出版公司

振動學理論及應用

原著者 W. T. Thomson
譯著者 康 淵

曉園出版社
世界图书出版公司
北京·广州·上海·西安

内 容 简 介

本书系 W.T. 汤姆森著 "Theory of vibration with Applications" (第2版) 一书的中译本。

振动学理论及应用

W. T. 汤姆森 著

康 渊 译

*

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

*

1994年4月第 一 版　　开本: 850×1168 1/32

1994年4月第一次印刷　　印张: 15.75　插页: 0

印数: 0001－0600　　字数: 37.8万字

ISBN 7－5062－1760－0/O・115

定价: 22.80　(W_B9311/15)

原　　序

本書之前，筆者在振動學方面的著作，包括1948年的機械振動（Mechanical Vibration）及其1953年的第二版，1962年的振動理論及應用（Vibration Theory and Applications），1972年的振動理論及其應用（Theory of Vibration with Application）第一版。因科技不斷的在進步，筆者乃將最新的知識增入該書第二版中，以修正前一版而成為本書。所以各章節的主題及其重點作了很多改變，過時的內容均被刪去而增加了對當前工程技術有用的資料。而且在本書中，作者試圖將討論範圍擴展至所有關於振動重要理論的領域，但仍保持前幾個版本的簡潔特性。

在本書前五章中討論單自由度系統及2自由度系統，前幾版本中簡單的物理方法仍出現在本書中，但是作了一些改進。幾種不同的數位計算機方法，如Euler法，修正Euler法，平均速斂法等都被嘗試著使用。又為了計算之簡單及結果之精確，本書只著重於採取中央差值法及Runge-Kutta方法，並用簡單的例子來說明如何使用這些方法。振態總合法的重要觀念首先在這幾章中被導出。

在第六章中，2自由度系統之觀念被擴展至多自由度系統，該章之重點在於所有振動系統之一般性質。以矩陣代數能清楚的說明系統行為，因此，本章大部分以模態運算之矩陣技巧來解題，此方法在實際工程計算上也被廣泛的使用。

接著在第七章中提到連續系統，該章著重於正規振態與物理性邊界條件之關係。結構組合體能被分解成桿、樑等基本元件，其正規座標及其振態之基本觀念為本章分析之重點。

在第八章中筆者導出Lagrange方程式，更加強了讀者對動態系統的認識及對其他範圍的觀念。例如，振態總和程序的重要理論

為Lagrange一般化座標自然而然產生的結果，應用此方程式的方法，以很多實例來討論，如在例題及習題中，求剛架結構之動態性質。

第九章及第十章中均以數值方法求解多自由度系統之自然頻率及振態形狀。前一章中建立基頻及少數幾個低頻的求解方法，接著次章中以數位計算機方法求解分立參數系統。這些代數方法包括了Holzer，Mykelstad及轉移矩陣等技巧，均適合於高速計算機，至於重覆形結構則以差分方程式分析。

第十一章中將振態總和程序擴展到連續且受拘束的系統，説明了以非正交函數作系統綜合的矩陣方法。

第十二章强調以相平面方法來處理非線性系統，當非線性成份很小時，則以微擾法及迭代法來分析。非線性系統之電算機計算結果説明其行為。

第十三章處理以隨機力或隨機位移激振的動態系統，此類問題必須從統計觀點來解釋。在很多情況中，隨機激振的機率密度成正規分佈而利於計算。一個已知的隨機信號記錄，由其功譜密度及反應均方值能很簡單的求出其自身關聯。在簡化的假設條件下，隨機振動的很多問題均能求得其解，而數位計算機及最新發展出來的Fourier頻譜分析儀為基本分析工具。在該章中舉出很多應用實例來説明各種不同之解題技巧。

William T. Thomson

Santa Barbara, California

譯　序

感謝台大機械研究所胡教授錦標及造船研究所鄭教授勝文在我碩士班其間給我的幫助和指導，不但使我得以完成論文獲得學位，更使我有幸跟隨他們的作人態度及治學精神。我翻譯本書在兢兢業業的心情和態度下完成，希望能不負他們兩位往日之教誨，而謹以該譯本作為民國74年教師節之獻禮。

振動學不是一門新興的學問，在國內也有先進學者翻譯的英文書或日文書，而我覺得 William T. Thomson 著之 THEORY OF VIBRATION WITH APPLICATIONS 原書也是相當好的一本，因為其內容兼顧數學理論、物理意義及實際現象。因此原著發行數十萬册，在美、加、亞、非等國被廣泛的採用為教材本或參考書。

本書為美國加州大學機械及環境工程系榮譽教授 William T. Thomson 著作，譯作原可定名為振動學及其應用，但為了文簡潔起見，仍取用 Thomson 教授前著之譯名（見原著序之第一段）。本書適合於大學四年級及研究所一年級作為工程基礎訓練教科書或一般土木、機械等力學工程師之設計理論參考書。我學識有限、翻譯欠妥之處敬祈先進專家指正，誠幸。

承蒙家父高雄港務局總工程司康乃恭指導校訂，妻馮瑞玉女士改稿校稿及曉園出版社之協助，使本書得以順利出版，因衷心感激，在此銘記誌謝。

康　淵

公制(SI)單位系統

英制單位系統已有很長一段時間支配著美國的工業界，而現在則被公制單位系統取代。目前在美國工業中已準備好全面使用公制，因爲即將面臨轉移的時代，所以工程方面的老師及學生必須熟練SI單位及英制單位。在此我們簡單的討論於振動領域中被用到的SI單位，並列出兩種系統單位互相轉換之簡單程序。

SI系統之基本單位

單位	名稱	符號
長度	公尺(meter)	m
質量	公斤(kilogram)	kg
時間	秒(second)	s

下列適用於振動領域的物理量均由這些基本單位導出。

力	Newton	$N(=kg\,m/s^2)$
應力	Pascal	$Pa(=N/m^2)$
功	Joule	$J(=N\,m)$
功率	Watt	$W(=J/s)$
頻率	Hertz	$Hz(=1/s)$
力矩		$N\,m(=kg\,m^2/s^2)$
加速度		m/s^2
速度		m/s
角速度		$1/s$
面積慣性矩		$m^4\ (mm^4\times 10^{-12})$
質量慣性矩		$kg\,m^2\ (kg\,cm^2\times 10^{-4})$

由於公尺是大單位，因此以其 10^{-3} 倍單位的毫米(millimeter)來表示則更爲方便。振動儀器如加速計等通常以 $g = 9.81\ m/s^2$ 來校準，因此儘可能以無單位量表示。

在英制中慣用重量表示物體，在公制中則以質量定義物體，因爲質量

不隨物體所在位置改變。

牛頓（ newton ）是比磅（ pound ）還小的力量單位， 1 磅的力等於4.4482 牛頓或約等於 4.5 牛頓（蘋果約重 1／4 磅則約等於 1 牛頓）。

1 吋（ inch ）等於 2.54 公分或 0.0254 米，因此重力加速度在英制爲 386 in/s^2，公制時變成 $386\times 0.0254 = 9.81\ m/s^2$ 或約等於 $10\ m/s^2$。

對等近似表

1 lb	=	4.5 N
重力加速度 g	=	$10\ m/s^2$
1 slug 質量	=	15 kg
1 ft	=	1/3 m

兩制度之單位轉換程序如下：寫出所要求的 SI 單位等於英制單位乘以轉換因數，轉換因數爲英制基本單位及公制基本單位的比值。例如，將轉矩（ torque ）的英制單位轉換成公制單位時，原轉矩所需乘上的轉換因數如下：

例題 1

$$[\text{轉矩 SI}] = [\text{轉矩英制}] \times [\text{轉換因數}]$$

$$[\mathrm{N\ m}] = [\cancel{\mathrm{lb}}\ \cancel{\mathrm{in}}]\left(\frac{\mathrm{N}}{\cancel{\mathrm{lb}}}\right)\left(\frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{in}}}\right)$$

$$= [\mathrm{lb\ in}](4.448)(.0254)$$

$$= [\mathrm{lb\ in}](0.1129)$$

例題 2

$$[\text{慣性矩 SI}] = [\text{慣性矩　英制}] \times [\text{轉換因數}]$$

$$\left[\begin{array}{c}\mathrm{kg\ m^2} \\ = \mathrm{N\ m\ s^2}\end{array}\right] = [\cancel{\mathrm{lb}}\ \cancel{\mathrm{in}}\ \mathrm{s^2}]\left(\frac{\mathrm{N}}{\cancel{\mathrm{lb}}}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{in}}}\right)$$

$$= [\mathrm{lb\ in\ sec^2}](4.448 \times .0254)$$

$$= [\mathrm{lb.\ in.\ sec^2}](0.1129)$$

例題 3

彈性模數 (modulus of Elasticity)

$$[E\ N/m^2] = \left[E\frac{\cancel{lb}}{\cancel{in}^2}\right]\left(\frac{N}{\cancel{lb}}\right)\left(\frac{\cancel{in}}{m}\right)^2$$

$$= \left[E\frac{lb}{in^2}\right](4.448)\left(\frac{1}{.0254}\right)^2$$

$$= \left[E\frac{lb}{in^2}\right](6894.7)$$

$$E_{steel}N/m^2 = (29\times10^6\ lb/in^2)(6894.7) = \underline{200\times10^9}\ N/m^2$$

例題 4

彈簧勁度 (stiffness):

$$[k\quad N/m] = [k\ lb/in]\times(175.13)$$

質量 (mass):

$$[m\quad kg] = [m\ lb\ sec^2/in]\times(175.13)$$

英制對公制的轉換因數 (conversion factors)
(英制值乘以因數得到公制值)

英制單位	公制單位	因數
(加速度)		
呎 / 秒^2 (ft/s^2)	公尺 / 秒^2 (m/s^2)	3.048×10^{-1}*
吋 / 秒^2 ($in./s^2$)	公尺 / 秒^2 (m/s^2)	2.54×10^{-2}*
(面積)		
呎^2 (ft^2)	公尺^2 (m^2)	9.2903×10^{-2}
吋^2 ($in.^2$)	公尺^2 (m^2)	6.4516×10^{-4}*
碼^2 (yd^2)	公尺^2 (m^2)	8.3613×10^{-1}
(密度)		
磅質量 / 吋^3 (lbm/in^3)	公斤 / 公尺^3 (kg/m^3)	2.7680×10^4
磅質量 / 呎^3 (lbm/ft^3)	公斤 / 公尺^3 (kg/m^3)	1.6018×10
(能量，功)		
英熱單位 (BTU)	焦耳 (J)	1.0551×10^3
呎 - 磅力 (ft·lbf)	焦耳 (J)	1.3558
千瓦 - 小時 (kw·h)	焦耳 (J)	3.60×10^6*

(力量)		
千磅(kip，1000 lbf)	牛頓(N)	4.4482×10^3
磅力(lbf)	牛頓(N)	4.4482
盎司力	牛頓(N)	2.7801×10^{-1}
(長度)		
呎(ft)	公尺(m)	3.048×10^{-1}*
吋(in.)	公尺(m)	2.54×10^{-2}*
哩(mi)(美：5280 ft)	公尺(m)	1.6093×10^3
浬(nmi)(國際：6080 ft)	公尺(m)	1.852×10^3*
碼(yd)	公尺(m)	9.144×10^{-1}*
(質量)		
磅質量(lbm)	公斤(kg)	4.5359×10^{-1}
司勒格(slug，$lbf \cdot s^2/ft$)	公斤(kg)	1.4594×10
噸(2000 lbm)	公斤(kg)	9.0718×10^2
(功率)		
呎-磅/分(ft-lbf/min)	瓦特(W)	2.2597×10^{-2}
馬力(hp，550 ft-lbf/s)	瓦特(W)	7.4570×10^2
(壓力，應力)		
大氣壓(std)(14.7 lbf/in^2)	牛頓/公尺^2(N/m^2或Pa)	1.0133×10^5
磅/呎^2(lbf/ft^2)	牛頓/公尺^2	4.7880×10
磅/吋^2($lbf/in.^2$或psi)	牛頓/公尺^2	6.8948×10^3
(速度)		
呎/分(ft/min)	公尺/秒(m/s)	5.08×10^{-3}*
呎/秒(ft/s)	公尺/秒(m/s)	3.048×10^{-1}*
節(knot，nmi/h)	公尺/秒(m/s)	5.1444×10^{-1}
哩/時(mi/h)	公尺/秒(m/s)	4.4704×10^{-1}*
哩/時(mi/h)	公里/時(km/h)	1.6093
哩/秒(mi/s)	公里/秒(km/h)	1.6093
(體積)		
呎^3(ft^3)	公尺^3(m^3)	2.8317×10^{-2}
吋^3(in^3)	公尺^3(m^3)	1.6387×10^{-5}

* 正確値

來源：Meriam, J. L., *Dynamics*, *2nd Ed.* (*SI Version*). New York: John Wiley and Sons, Inc., 1975.

目　　錄

第一章　振盪運動

第二章　自由振動

第三章　諧調激勵振動

第四章　暫態振動

第十章 成堆質量參數系統之計算程序

第十一章 連續系統之振態總和程序

第十二章 非線性振動

第十三章 隨機振動

附 錄

第一章

振盪運動

振動學的研究涉及物體振盪運動（ oscillatory motion）及其與力量之關係。所有具質量及彈性的物體均能振動，因爲絕大部分的機械及結構均有某種程度的振動，工程設計時一般都需要考慮其振動行爲。

振動系統被廣泛的分成線性（ linear）及非線性，對於線性系統而言，重疊原理（principle of superposition）成立，因而處理此類問題可用之數學技巧已得到很好的發展。相反的，分析非線性系統之技巧尚未成熟，很難拿來解題。然而，一旦系統作大振幅之振盪時，其非線性的趨勢就很明顯，所以我們仍需知道非線性的基本知識。

振動通常被分成自由及強迫兩種，系統在本身內力作用下，發生自由振盪（ free vibration ），此時，無任何外力作用於系統，而系統在本身的一個或多個自然頻率（ natural frequency ）下振盪運動。自然頻率爲系統之動態性質，根據其質量分佈及勁性分佈而定。

在外力刺激下發生之振盪稱爲強迫振動（ forced vibration ），系統振動的頻率即外力振盪之頻率。若激振頻率與系統自然頻率之一相同，則成爲共振（ resonance ）狀態，發生具有危險性的大振盪。如橋樑、建築物或飛機機翼在共振時，其主結構發生驚人的損害，因此求出自然頻率是振動學中重要的研究課題。

所有的振動系統均具有某些程度的阻尼（ damping ），因爲摩擦阻力或內部其他阻力使振動能量散失。若阻尼本身的值很小，則其對系統之自然頻率影響很少，因此計算自然頻率時，通常都假設無阻尼之條件。若阻尼很大，則系統之自然頻率較無阻尼時爲低（相同質量及勁性），且能將共振振幅限制到很小的程度。

用來描述系統運動必要的獨立座標數目，被稱爲系統之自由度（ degree of freedom ），因此單質點在空間的一般性運動具有三個自由度，而剛體則有六個自由度，其中三個定義位置，另三個定義指向。至於一個

連續彈性體則需要無窮多個座標（每一點均需要三個）來描述其運動，因此其自由度爲無限大。但是在很多情況中，連續體的一部分被假設成剛性，則可將此系統想成一個有限量自由度之動力對等系統。事實上，令人驚喜的是大部分振動問題能化減其系統成單自由度，如此處理後仍能得到足夠精確的分析結果。

1.1 諧調運動（harmonic motion）

振盪運動的型態可能成規則的重覆發生，如鐘錶之平衡輪，也可能表現的相當不規則，如地震時之地表運動。若在相同時間 τ 下，運動反覆的發生，則被稱爲週期運動（periodic motion）。運動重覆的時間 τ 被稱爲振盪週期（period），其倒數 $f = 1/\tau$ 則稱爲頻率（frequency）。若運動位移寫成時間的函數，則任意週期函數必滿足後列關係式 $x(t) = x(t+\tau)$。

週期運動最簡單的形式爲諧調運動，以圖 1.1-1 所示懸吊於輕質彈簧下方之質量來說明，將質量移離其平衡位置後，一經釋放質量即繞此平衡位置作上下運動。將點光源置於此質量上，在水平等速移動之感光底片上可得到其運動之記錄。

在感光底片上的運動記錄能以下列方程式表示成

$$x = A \sin 2\pi \frac{t}{\tau} \tag{1.1-1}$$

A 爲振幅，表示質量從平衡位置量起之最大位移，τ 爲週期，每當時間 t 增加 τ 時，運動重覆發生一次。

諧調運動常表示成一點之等速圓周運動在直徑上之投影，如圖 1.1-2

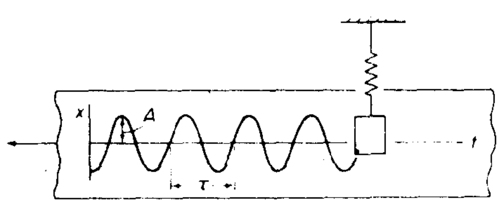

圖 1.1-1 諧調運動之記錄

所示，線段 OP 之旋轉角速度為 ω，則位移 x 之時間函數表示如下

$$x = A \sin \omega t \tag{1.1-2}$$

ω 通常以每秒弳度(radians per second) 為單位，所以被稱為圓周頻率(circular frequency)。因為運動在每 2π 弳度重覆發生一次，以致於

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi f \tag{1.1-3}$$

此式之 τ 及 f 分別為諧調運動之週期及頻率，分別以秒及每秒周數為單位。

諧調運動之速度及加速度能簡單的由 (1.1-2)式之微分得到，用上標點記號來表示導函數之運算，我們得到

$$\dot{x} = \omega A \cos \omega t = \omega A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{1.1-4}$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 A \sin \omega t = \omega^2 A \sin(\omega t + \pi) \tag{1.1-5}$$

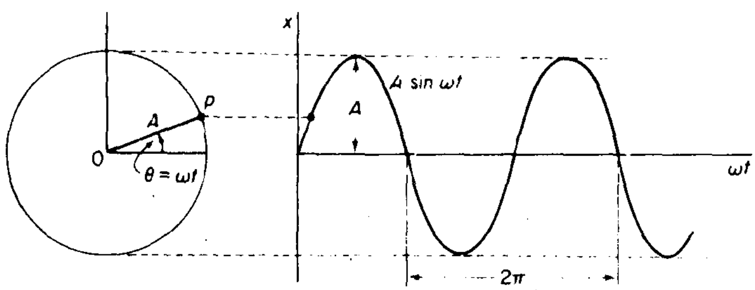

圖 1.1-2 諧調運動為質點圓周運動之投影

因此速度及加速度也是諧調函數，且與振盪位移有相同之頻率，但其相均前置於位移，分別為 $\pi/2$ 及 π 弳之角度。圖 1.1-3(a)所示為諧調運動位移，速度及加加速度之時間變化函數，(b)所示為三者彼此之向量關係。

查證 (1.1-2)式及 (1.1-5)式得到

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \tag{1.1-6}$$

因此諧調運動之加速度，其大小正比於位移而方向相反（指向原點）。因為Newton運動第二定律指明加速度正比於施力，所以具有線性彈簧（其力量成 kx 變化）之系統能行諧調運動。

三角正弦、餘弦函數與指數函數之關係以Euler方程式表示如下