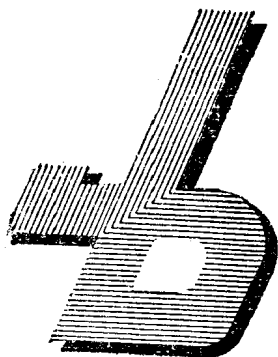


管理数学

郑大本 主编

机电工程
新技术
基础丛书





机电工程新技术基础丛书

郑大本 主编

管 理 数 学

机械工业出版社

本书内容包括：管理决策问题的定量分析、线性方程组、线性规划问题及数学模型、单纯形法、线性规划问题的对偶性及灵敏度分析、运输问题及表上作业法、分配问题、质量管理的数学方法、网络分析、网络计划、动态规划、马尔柯夫链、预测方法及存贮管理。

管 理 数 学

· 郑大本 主编

*

责任编辑 刘同桥

封面设计 安 中

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号）

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 · 印张 16⁵/₈ · 字数 438 千字
1987 年 6 月重庆第一版·1987 年 6 月重庆第一次印刷

印数 0.001—5.350 · 定价：4.10 元

*

统一书号：15033·6240

《机电工程新技术基础丛书》出版说明

科学技术的飞速发展，要求在机械工业部门从事技术和管理工作的干部学习和了解有关专业的新水平、新成就、新技术、新知识。为了贯彻机械工业“上质量、上品种、上水平，提高经济效益”这个总方针，帮助在职工程技术人员学习业务，更新知识，更好地为祖国的四化建设服务，我们特组织编写了这套《机电工程新技术基础丛书》，第一批将陆续出版十七种。这十七种书是：《工程数学方法》、《弹塑性力学》、《机械优化设计》、《电机、电器优化设计》、《机电产品可靠性技术》、《能源利用与开发》、《液压传动与控制》、《测试技术》、《环境污染与治理》、《材料科学及其新技术》、《数控技术》、《微型计算机应用技术》、《电子电路技术》、《自动控制工程》、《系统工程概论》、《管理数学》、《技术经济分析》。

这套丛书的读者对象，主要是六十年代以来的大学和中专毕业生，现在从事机电产品的设计、制造工艺、技术改造、设备维修、质量管理、技术管理等工作的工程技术人员。

丛书内容着重于七十年代以来机电工程和管理工程有关学科的最新发展。重视阐明物理概念的基础上，介绍新技术、新理论的应用，以及如何进行有效管理和提高经济效益。为了适应更多读者的需要，丛书以介绍基础性知识为主，不过多地作专业理论的探讨和论证。使它既可以作为在职技术干部和管理人员的培训教材，又可兼顾自学需要，使具有一般高等教学、普通物理知识的读者能够看懂。

由于条件和水平所限，丛书内容难免有不妥之处，希望读者提出宝贵意见，帮助我们改进提高。

前 言

现代科学技术的突飞猛进，对工程技术人员提出了更高的要求，不仅要专业技术而且要懂管理，才能做好本职工作。现代管理科学广泛地应用数学方法和电子计算机，进行定量分析和信息处理。学习和研究管理数学，对提高工程技术人员的业务水平，促进科学技术的进步和生产的发展，提高经济效益，无疑是十分重要的。

管理数学不仅渗透到管理科学的各个领域，而且在一些工程技术问题中，也得到了广泛地应用。本书只能讨论最基本的、常用的一些方法。包括：管理决策问题的定量分析、线性方程组、线性规划问题及其数学模型、单纯形法，线性规划问题的对偶性及灵敏度分析、运输问题与表上作业法、分配问题、质量管理的数学方法、网络分析、网络计划、动态规划、马尔柯夫链、预测方法及存贮管理。本书的结构是：首先提出典型的管理或工程技术问题，然后建立数学模型，确立数学模型的求解方法，适当地给出算法框图，最后讨论算法中有关的数学意义与经济意义。书中，以建立数学模型与求解方法为重点，并注意了数学模型与管理科学衔接；求解方法、算法框图与计算机应用衔接。第四章附有求解线性规划问题的电算程序，这是考虑到线性规划应用较多，计算工作量大，同时也作为各种算法应用电算求解的一个实例。

本书可作为从事机电产品的设计、制造工艺、技术改造、设备维修、质量管理、生产管理、经营管理和技术管理等工作的工程技术人员和专业管理人员学习管理数学的教材或参考书。也可供大专院校管理工程、技术经济、系统工程及工程技术专业的师生参考。

全书分十四章。其中，第一、二、九、十、十四章由郑大本编写；第三、四、五、六、七章由张闽编写；第八章由顾士俊、王永安编写；第十一、十二、十三章由顾士俊编写。郑大本担任主编。沈荣芳担任主审。

在编写过程中，得到机械工业部教材编辑室、同济大学、哈尔滨工业大学、武汉工学院、河北工学院、吉林工业大学、辽宁省企业管理协会及吉林省企业管理协会等单位的热忱支持和帮助，在此一并表示感谢。

由于编者的水平有限，难免有不妥和错误之处，诚恳地希望读者批评、指正。

编者 1984年8月

目 录

第一章 管理决策问题的定量分析.....	1
§ 1-1 管理决策与定量分析.....	1
§ 1-2 管理决策问题的类型与决策准则.....	7
§ 1-3 管理决策问题的数学模型.....	14
习题一	17
第二章 线性方程组.....	19
§ 2-1 行列式.....	19
§ 2-2 矩阵及其运算.....	31
§ 2-3 向量、向量组的线性相关性	44
§ 2-4 矩阵的秩.....	52
§ 2-5 用矩阵的初等变换解线性方程组.....	57
习题二	65
第三章 线性规划问题及其数学模型.....	69
§ 3-1 线性规划问题.....	69
§ 3-2 线性规划的图解法.....	73
§ 3-3 线性规划问题数学模型的标准型.....	76
§ 3-4 线性规划问题的解.....	81
习题三	90
第四章 单纯形法	93
§ 4-1 单纯形法的基本原理.....	93
§ 4-2 人工变量法.....	109
§ 4-3 单纯形法的计算步骤.....	118
§ 4-4 应用举例.....	125
习题四	138
第五章 线性规划问题的对偶性及灵敏度分析	140
§ 5-1 线性规划问题的对偶问题与对偶性.....	140
§ 5-2 对偶单纯形法.....	149
§ 5-3 对偶问题的经济解释.....	157
§ 5-4 灵敏度分析.....	164
习题五	180

第六章 运输问题与表上作业法	183
§ 6-1 平衡运输问题	183
§ 6-2 表上作业法	186
§ 6-3 不平衡运输问题及其求解方法	200
习题六	205
第七章 分配问题及其解法	208
§ 7-1 分配问题及其数学模型	208
§ 7-2 匈牙利法	210
习题七	218
第八章 质量管理中的数学方法	220
§ 8-1 随机事件及其概率	220
§ 8-2 随机变量及其分布	235
§ 8-3 抽样检验与质量控制	259
§ 8-4 参数估计与假设检验	268
§ 8-5 正交设计	292
习题八	299
第九章 网络分析	301
§ 9-1 图与网络	301
§ 9-2 树与最小树	305
§ 9-3 网络的最短路问题	308
§ 9-4 网络的最大流问题	313
习题九	321
第十章 网络计划	325
§ 10-1 网络图	326
§ 10-2 网络时间与关键路线	334
§ 10-3 网络优化	344
习题十	354
第十一章 动态规划	358
§ 11-1 多阶段决策问题	358
§ 11-2 动态规划及其最优化原理	361
§ 11-3 阶段离散、状态离散确定型多阶段决策问题	363
§ 11-4 阶段离散、状态连续确定型多阶段决策问题	371

§ 11-5 随机型多阶段决策问题	375
习题十一	383
第十二章 马尔柯夫链	385
§ 12-1 随机过程与马尔柯夫链	385
§ 12-2 转移概率矩阵、平衡状态与极限概率	387
§ 12-3 吸收的马尔柯夫链	399
§ 12-4 有利润的马尔柯夫链	408
§ 12-5 马尔柯夫链的应用	413
习题十二	422
第十三章 预测方法	427
§ 13-1 时间序列预测方法	427
§ 13-2 一元线性回归与最小二乘法	432
§ 13-3 多元线性回归	445
§ 13-4 非线性回归	453
习题十三	459
第十四章 存贮管理	461
§ 14-1 存贮问题与存贮策略	461
§ 14-2 确定型存贮问题	467
§ 14-3 随机型存贮问题	472
§ 14-4 ABC管理法	475
习题十四	478
习题答案	479
附表	496
附表1 正态分布表	496
附表2 泊松分布表	499
附表3 χ^2 分布表	501
附表4 t 分布表	503
附表5 F 分布表	504
附表6 检验相关系数 $\rho=0$ 的临界值(r_α)表	512
附表7 正态分布的双侧分位数(u_α)表	515
附表8 随机数表	514
附表9 常用互交表	516
主要参考书目	520

第一章 管理决策问题的定量分析

管理决策问题通常要进行定性分析与定量分析。本章将讨论进行定量分析最基本的一些问题——决策过程、决策问题的类型与决策准则以及管理决策问题的数学模型。

§ 1-1 管理决策与定量分析

例1-1 企业的生产经营决策问题

某汽车制造厂生产A型轻型汽车，随着市场情况的变化，该厂的产品滞销，库存积压近千辆，资金无法周转，工厂陷入即将停产、职工工资难以支付的困境。面对这种情况，该厂应如何扭转被动局面。

该厂分析了产品滞销的原因，制定了相应的生产经营决策。他们进行的主要工作是：

1. 交通运输现状调查

汽车是交通运输工具的一种。汽车的需要量与全国的交通运输情况是密切相关的。因此，必须对全国的运输情况及现有的汽车状况进行调查。调查的结果表明：铁路运输的运力不足，常常积压大量货物，且短距离运输的经济效益不好；水运和空运的能力有限，又受到内河沿海地理位置及运价的限制；在公路运输中，汽车运输的货运量只占37%，其它为拖拉机、畜力、人力运输。现有的汽车大多数是使用年限过久、性能低、能耗高。总的情况是，全国的交通运输紧张，特别是运距在100公里以内的短途运输，汽车运输既能大大减轻铁路运输的压力，又能避免浪费装卸周转时间，充分发挥汽车货运的优越性。调查结果是：社会上需要汽车。

2. 汽车需要量预测

阅读和整理了几个工业发达国家近十几年来的有关汽车保有量、产量、销量及轻型汽车辆数占汽车总辆数比重等资料,对中央的几个部门和十几个省市的汽车需要量和国家的能源政策进行了调查和预测结果表明,我国在1985年至少需要汽车25万辆,1990年为40万辆,2000年为100万辆。其中,轻型汽车所占比例由现在的百分之十几提高到百分之五十左右。

3. 用户调查,了解用户的需要意见

在汽车需要量较大的地区和行业中,走访了用户,并通过各种形式反馈了大量的信息。用户不仅对汽车的性能、质量、服务等方面提出意见,而且对汽车的品种和结构也提出了不同的要求。其中,特别是油田、矿山、煤炭、电力、地质、邮电、商业网点、林区、医疗、城市运输等许多单位,十分需要既能多乘人,又能运货物的双排座轻型载重汽车。仅前三个部门每年就需要近万辆,而且这种汽车在今后几年内也将是国内畅销产品。

4. 市场占有率的调查与预测

主要是了解本厂生产A型汽车在市场上竞争的对手,如何提高企业在产品的性能、质量,对用户的服务,成本,价格等方面的竞争能力。通过调查得知,在生产同类产品的主要的三家工厂中,本厂的市场占有率最低。

5. 轻型汽车品种的确定

由于本厂生产的A型轻型汽车的市场占有率较低,即使是采取相应的措施之后也不会有较大的提高。因此在汽车需要量的调查、预测的基础上,对轻型汽车的品种结构又作了进一步的调查。了解到竞争能力较强的企业主要是生产A型轻型汽车。生产双排座汽车的厂家的产量远远不能满足社会上的需要。又对正在生产和可能生产双排座汽车的工厂的现状与发展情况作了分析与预测。对本厂仍生产A型轻型汽车与改换生产双排座汽车两个方案的投资、销售量、利润以及生产技术的发展作了比较,决定生产综合经济效益较高的双排座汽车。同时考虑到汽车改型尚需一定的时间和资金,生产不能停顿;又考虑到A型轻型汽车仍有一

定的销路和今后发展轻型汽车的多种变形产品，提高企业对市场需要的应变能力。所以该厂决定在近年内生产双排座汽车和A型轻型车两种产品，两年后根据用户的需要再发展若干个新品种。

6. 制定提高A型轻型汽车产品质量的技术组织措施，双排座汽车试制与成批生产计划，以及发展汽车新品种的五年规划。

通过上述实际问题的提出，解决的方法和过程，所作出的决定，制定的计划与规划，我们可以概括为以下一些概念。

一、管理决策

每个管理者和工程技术人员，在日常工作中，都要提出很多问题和作出相应的、有根据的、科学的决定。小至产品图纸和工艺规程的设计，生产作业计划的安排，生产调度，解决生产过程中存在的各种问题等等。大至企业的经营方向，企业发展新产品的规划，产品总体设计，工艺方案的确定，企业年度生产技术财务计划的制定，直至国民经济发展规划等等。对这些各种各样的问题所作出有根据的、科学的决定称为决策。对管理工作中作出的决策称为管理决策。在例1-1中，确定企业的产品品种，制定双排座汽车的试制，成批生产的计划以及五年新产品发展规划等等都是管理决策。管理工作就是要作出一系列的决策。决策贯穿于管理工作的全过程。决策是否正确，影响到国家、国民经济各部门和企业的经济效益；影响到国家的政治、经济形势、工业部门和企业的兴衰。研究科学管理决策的方法，对提高企业、国民经济各个部门的经济效益，加速物质文明和精神文明的建设有着重要的意义。

管理决策具有以下几个特点：

1. 管理决策的实践性。决策问题的提出和决策的依据，都是与生产和管理实践紧密联系的。在生产和管理实践中提出存在的问题，分析产生这些问题的原因，所造成的、或可能造成的后果，影响问题的各种因素，并在此基础上，确定解决问题所要达到的目标。或者是在若干个可行的决策方案中，选择一个最佳的决策方案，等等。从问题的提出、作出决策到决策的贯彻执行，

都离不开实践。脱离实际的决策，必然会造成不应有的损失，或者是不能充分发挥现有人力、物力等资源的作用。

2. 管理决策的综合性。现代化的生产技术与生产经营方式，管理工作所涉及到的问题是多方面的、综合的、复杂的。诸如科学技术发展的影响，资源条件的约束，企业的生产能力和管理工作水平的限制，社会环境的影响，政府方针和指令性计划的控制，商品生产的调剂，技术、经济及社会因素的权衡，近期安排与长远规划的衔接，国家、集体与职工个人物资利益关系的调整等等各方面的因素。因此，在决策时必须综合考虑这些因素。既要考虑需要解决的主要问题和决策的主要依据，不能主次颠倒。又要全面综合地考虑如何解决所提出的问题和所要达到的目标，不能顾此失彼。例如，在例 1-1 中，为解决本企业的实际问题，必须考虑社会的各种需要和用户的各种意见，国内外汽车发展的趋势，企业的竞争能力和应变能力，当前急待解决的问题和长远的发展规划，技术、经济的发展和综合经济效益等等因素。只有全面综合地考虑有关因素，才能够作出比较科学的决策。

3. 管理决策的科学性。管理决策问题既很实际，又很复杂。管理决策的实践性，要求我们尊重实践，从实际出发，在纷纭复杂的各种因素中掌握事物发展的规律性，作出符合事物发展规律的、科学的决策。这就要求我们掌握一套科学的方法和手段。例如，调查研究的方法，分析事物的逻辑思维，科学决策的原理、方法和程序，定量分析和优选方案的数学方法以及信息反馈、计算机辅助管理等手段。所以决策不是简单地、轻率地对管理问题所作出的决定，更不是随心所欲地“拍板”定案，而是人们为解决实践中的种种问题，实现一定的目标，运用科学的理论和方法，系统地、综合地分析各种因素和现实条件，提出各种可行的备选方案，从中选取最优方案。

二、决策过程

为了作出科学的决策，从提出问题到作出决策必须有一个科学的过程。在例 1-1 中，该汽车制造厂的决策过程是一个比较典

型的科学的决策过程。这个过程可以概括为图1-1。

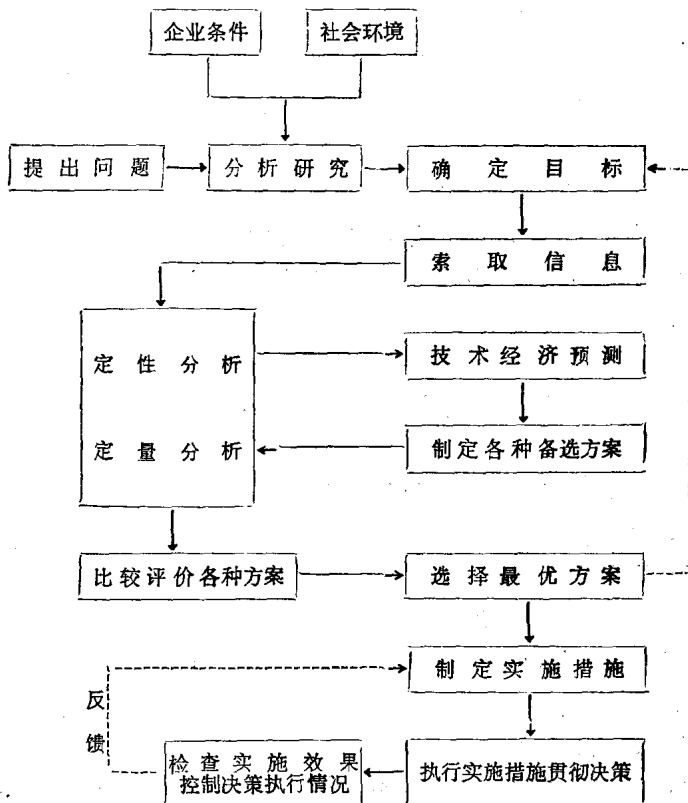


图 1-1

图中，

1. 确定目标。根据管理工作中提出的问题，分析企业的具体条件和社会环境，确定决策定性的和定量的目标。目标可以是当前的，也可以是比较长远的；可以有比较明确的单一目标，也可以有若干个主次不同的目标。在例 1-1 中，当时决策的主要目标是使产品有销路，扭转企业生产经营的被动局面。长远的目标是企业将得到更快、更大地发展，进一步提高企业的经济效益。

2. 索取信息。为作出科学的决策，就必须索取大量的有关信

息，搜集大量的有关资料。例 1-1 中，该汽车厂曾索取了国内外汽车生产的发展情况和轻型汽车在全部汽车中的比重，搜集了有关部门、企业及用户对汽车的需要量和对发展汽车品种的意见。

3. 技术经济预测。根据索取的信息和搜集的资料，进行定性分析与定量的技术经济分析，掌握其发展趋势，预测产品的需要量与品种需要情况。

4. 制定各种备选方案。根据预测所得到的资料和有关信息，制定可行的若干个备选的决策方案。例 1-1 中制定了采取技术组织措施，继续生产 A 型轻型汽车与改换双排座轻型汽车可行的两个方案。

5. 选择最优方案。在备选的若干个方案中，通过定性分析与定量分析，比较和评价各个方案，选择一个能够达到决策目标要求的最优方案。

6. 制定实施措施。为贯彻执行最优决策方案，制定必要的技术组织措施。

7. 执行实施措施，贯彻决策。及时检查实施措施的执行情况，确保决策的贯彻执行。

上述决策过程的各个步骤是依次衔接、相互联系的。某些工作也可以交叉进行。

三、定性分析与定量分析

决策过程中很重要的一个环节是定性分析与定量分析。对直接或间接影响决策的数量指标和可以计量的因素进行分析，通常称为定量分析。定量分析比定性分析更直观、确切、能深刻地反映影响决策问题各因素之间的相互关系。特别是随着现代科学技术的迅速发展，运筹学、系统工程、科学学、未来学等边缘科学的相继形成以及电子计算机的广泛应用，为管理决策提供了现代化的方法和手段，决策科学进入了新的发展阶段，即“定量化”阶段。人们借助于数学方法和电子计算机，可以对决策问题提出明确的数量指标，分析决策过程中的各种因素，研究各种因素之间的数量关系，对各个备选方案作定量的评价和分析，从中选择

最优方案。在例 1-1 中, 对汽车需要量的预测, 轻型车在汽车总数比重的调查、预测, 对市场占有率的调查、预测, 对继续生产 A 型轻型汽车还是生产双排座汽车两个方案的比较、评价, 主要是通过定量分析得到结论。定量分析已经成为决策过程的重要的不可缺少的组成部分。但是由于影响决策问题的因素很多, 诸如政府的方针政策, 劳动力和自然环境的保护, 发展科学技术和提高管理水平的影响, 节约自然资源和综合利用等等因素, 目前尚无法使之定量化。对这些不宜或者不能用定量的方法进行计算、比较、评价的因素所作的分析, 称为定性分析。由于管理决策的综合性, 定性分析也是决策过程中不可缺少的组成部分。所以, 在决策过程中要根据具体情况, 将定量分析与定性分析相结合, 对备选方案进行综合评价和选优。

§ 1-2 管理决策问题的类型与决策准则

根据决策所依据的资料和决策预期效果数值的性质, 决策问题分为确定型、随机型和不确定型决策问题。对于不同类型的决策问题, 有着不同的决策准则。

一、确定型决策问题

例 1-2 工艺方案选择问题

某企业生产某种产品, 初步确定年产量 N 为 20 000 件, 有两个工艺方案可供选择。第一个方案是在现有设备的基础上增加一部分工艺装备, 投资较少, 经核算, 固定成本 $C'_{固}$ 为 500 元, 随产量而变化的可变成本 q_1 为 0.4 元。第二个方案是购置专用设备, 投资较大, 经核算, 固定成本 $C''_{固}$ 为 60 000 元, 可变成本 q_2 为 0.2 元。试问确定采用哪个方案为宜; 若年产量 N 为 30 000 件, 又应如何决策; 在年产量为多少时, 才适用比较先进的第二个工艺方案。

解 计算两个方案在年产量为 20 000 件条件下全年的总费用:

$$C' = C'_{固} + q_1 N = 500 + 0.4 \times 20\,000 = 8500$$

$$C'' = C''_{\text{固}} + q_2 N = 6000 + 0.2 \times 20\,000 = 10\,000$$

$$C' < C''$$

采用第一个方案为宜。

当年产量为30 000件时:

$$C' = C'_{\text{固}} + q_1 N = 500 + 0.4 \times 30\,000 = 12\,500$$

$$C'' = C''_{\text{固}} + q_2 N = 6000 + 0.2 \times 30\,000 = 12\,000$$

$$C' > C''$$

采用第二方案为宜。

求当年总费用相等时的产量 N^* :

$$C'_{\text{固}} + q_1 N^* = C''_{\text{固}} + q_2 N^*,$$

$$N^* = \frac{C''_{\text{固}} - C'_{\text{固}}}{q_1 - q_2} = \frac{6000 - 500}{0.4 - 0.2} = 27\,500,$$

称 N^* 为盈亏平衡产量,

当 $N < N^*$ 时, 采用第

一方案; 当 $N > N^*$ 时,

采用第二方案。这种关

系可以用坐标图表示,

见图1-2。

求解上述问题的方

法称为盈亏平衡分析,

是管理决策中的一个典

型方法。

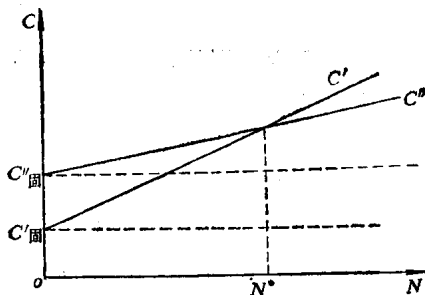


图 1-2

在例1-2中, 具有下列一些条件:

1. 决策者有一个明确的目标, 要求每年的总费用最低;
 2. 给定的条件和已知资料是确定的数据;
 3. 存在着可供选择的两个以上的备选方案;
 4. 不同的方案有不同的确定费用值(或者是收益、损失值)。
- 具备上述条件的决策问题, 称为确定性决策问题。

求解确定型决策问题的基本准则是费用(或损益值)最小或最大。