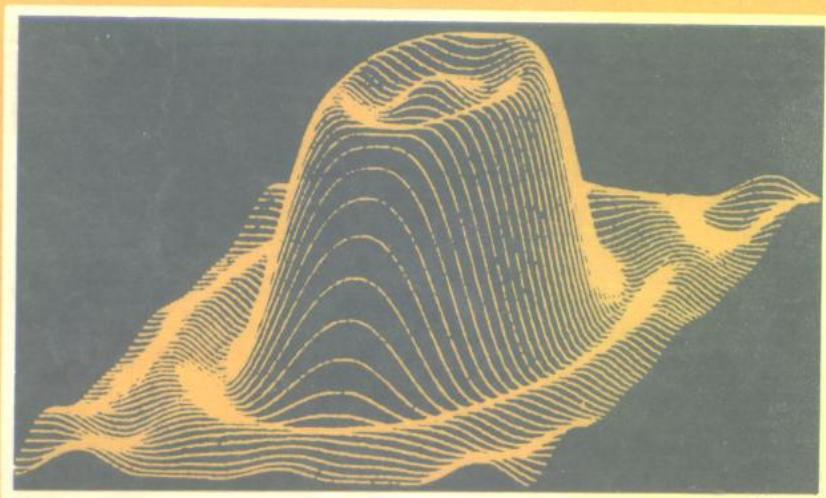


多维数字信号处理

(美) D.E. 达吉恩 著
R.M. 默塞里奥



多维数字信号处理



科学出版社

多维数字信号处理

[美] D. E. 达吉恩 著
R. M. 默塞里奥

程佩青 冯一云 吴中权 译

科学出版社

1991

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书全面系统地讨论了多维数字信号处理的基本理论、方法和实现,全书共七章。第一、二章讨论多维信号与系统的基本概念、多维离散傅里叶变换及其快速算法,这是多维数字信号处理的基础部分,其中离散傅里叶变换的快速算法是数字信号处理的一个重要分支。第三、四、五章讨论二维滤波器的设计与实现,包括二维 FIR(有限区域冲激响应)滤波器和二维 IIR(无限区域冲激响应)滤波器的设计与实现,以及作为二维 IIR 滤波器设计基础的多维递归系统及其稳定性、多维 z 变换、多维复时谱。第六、七章是应用方面的内容,包括传感器阵列信号处理、波束形成和多维谱估计,以及逆问题中的从有限次测量值及先验信息中引出或重建信号(约束解卷积、地震波迁移、从投影重建信号)等内容。

本书选材合适,基本概念清楚,叙述深入浅出。每章后附有大量习题,便于读者自学。

本书可作高等院校信号处理、图像处理、通信、电子工程、雷达、声纳、遥感、地震、生物医学等专业的学生和研究生教材,也可供这些专业范围内的教师、科技人员阅读。

Dan E. Dudgeon Russell M. Mersereau
MULTIDIMENSIONAL DIGITAL SIGNAL PROCESSING
Prentice-Hall, 1984

多 维 数 字 信 号 处 理

D. E. 达吉恩
〔美〕 R. M. 默塞里奥 著

程佩青 冯一云 吴中权 译

责任编辑 刘兴民 唐正必

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1991年1月第 一 次 开本: 787×1092 1/16

1991年1月第一次印刷 印张: 20 1/4

印数: 0001—2 300 字数: 458 000

ISBN 7-03-002499-0/TN·106

定价: 16.70 元

译 者 的 话

目前,国内在数字图像处理方面可以作教科书的著作、译作已有好几部,但是在更为基础的二维及多维信号处理方面,还没有适于做教科书的书籍。

本书是国内已翻译出版的《数字信号处理》(A.V. 奥本海姆、R.W. 谢弗著,董士嘉、杨耀增译,科学出版社,1980)一书的姊妹篇,是“信号处理”丛书(奥本海姆是该丛书的主编)之一。它弥补了国内二维及多维信号处理书籍的不足。尤其是作为教科书,就我们所知,此书在国内还是第一本。因此我们把它推荐给读者。我们相信,读者在学习这本书后,将会较顺利地阅读内容更加深奥的文献资料。

与一维数字信号处理一样,二维及多维数字信号处理也属于应用学科,在学习中,只有联系实际应用,才能真正掌握它的理论和技术。因此读者必须仔细选做书中的习题,如有条件,还应具体设计一些软件或硬件。

此书可作为高等学校有关专业高年级学生的选修课教材或研究生教材,对有关领域内的科技人员也是一本很好的学习参考书。

参加本书翻译工作的有程佩青(翻译序,引言,第一、二、三、四章及部分索引),冯一云(翻译第五章及部分索引),吴中权(翻译第六、七章)。译稿由程佩青进行整理。

电子科技大学肖先赐教授对译文进行了认真、仔细的校订,译者在此表示深切的谢意。

由于译者水平有限,译文的错误和不妥之处难免,欢迎读者批评指正。

序

本书是根据奥本海姆 (A. V. Oppenheim) 教授的建议编写的。奥本海姆是我们在麻省理工学院博士论文的指导教师, 并且还是普兰蒂斯-霍尔 (Prentice-Hall) 公司“信号处理”丛书的主编。他建议我们为高年级大学生或一年级研究生编写一本多维数字信号处理方面的教科书, 在数字信号处理的基本课程, 例如奥本海姆和谢弗撰写的《数字信号处理》之后, 作为一个学期课程的教材之用。

本教科书旨在为学生提供多维信号处理理论的基础知识, 并着重介绍一维和多维情况之间的区别和类似之处。我们编写这本教科书力图增进学生对该领域的直观认识和兴趣, 而不拘泥于冗长的公式推导和严格的定理证明。当然, 数学公式是必要的, 但我们感到掌握一门学科, 应从了解事物本质的直观认识入手, 而不是其他途径。我们期望数学上严谨的读者能理解并得益于我们这种非正规的方法。

在数字图像处理课题方面, 已经有了几本好书, 因此, 在这本书中我们不再对该学科的基本内容作重复, 而力图研究多维信号处理的理论。它不仅可作为图像处理的基础, 也可应用于其他领域, 例如阵列处理 (包括雷达、声纳、地震信号处理及射电天文学等)。

在本书中, 我们假定读者已具有一维数字信号处理理论的知识, 包括线性移不变 (LSI) 系统、离散傅里叶变换 (DFT)、快速傅里叶变换 (FFT)、线性滤波、 z 变换、稳定性及功率谱估计等。虽然本书不再复习这些概念, 但是在有关二维的章节中将一步步引入这些概念。

第一章介绍多维信号和系统的基本概念, 特别是集中介绍二维信号和二维线性移不变系统。引入了冲激响应的概念作为表征线性移不变系统的一种方法, 定义了多维傅里叶变换, 并用它来计算二维线性移不变系统的频率响应, 讨论了二维连续信号的抽样办法。

第二章介绍多维离散傅里叶变换, 并详细地提供了它的有效计算算法。说明快速傅里叶变换算法可适用于具有任意周期性抽样几何图形的抽样信号。同时讨论了一维和多维离散傅里叶变换之间的密切关系。

第三章集中讨论设计和实现二维有限区域冲激响应 (FIR) 滤波器。讨论了这类滤波器的直接、频域及块卷积实现方法, 同时提出了包括窗口法、最优法及变换法的设计算法。

在第四章和第五章, 介绍可用二维常系数差分方程表示的无限区域冲激响应 (IIR) 滤波器。作为基础, 第四章介绍了二维差分方程、 z 变换、稳定性及复时谱的概念。第五章讨论二维无限区域冲激响应滤波器的实现办法及设计方法, 包括稳定化方法。

第六章讨论多维信号处理在传感器阵列信号处理中的应用。传感器阵列是多维信号处理的一个广泛应用的领域, 这里用它来介绍波束形成及功率谱估计的原理。波束形成是用以确定能量传播的强度和方向的一种线性过滤方法。而功率谱估计则是对同一问题

的模型化和参数估计方法。除各种经典方法之外,我们还讨论了现代谱估计方法,如高分辨率、全极点及最大熵等方法,阐明了在一维和二维情况之间的重大理论差别。

第七章讨论逆问题,即试图从有限次测量值及先验信息中引出或重建一个信号。还考察了三个例子:在约束条件下的解卷积,地震波迁移,以及从投影重建信号。

我们力图在本书中写进一些研究课题和实际例子,用以说明多维信号处理的基本原理。(凡在前面标有“*”号的章节表示这些内容较难或较新。)由于这一领域仍在发展中,我们不期望把本书编写成百科全书纲要,因而本书是不够完备的。这在某种程度上可能会被视为本书的不足之处,但我们的目的是在广度上而不是在深度上对这个领域作介绍,以引导学生对某些课题继续进行研究。为了弥补深度的不足,每章末列出了一些重要参考文献,供读者参阅。

本书从构想计划、草拟大纲、写出草稿、改写到出初稿,花费了五年时间。在此期间,我们得到许多人的鼓励与支持,在此我们特别感谢作者自己家庭的支持和谅解,因为写作本书的过程中,牺牲了与家人团聚的时间。奥本海姆作为丛书的主编,对本书的编写起着重要作用。更为重要的是,他和谢弗作为我们的教师、指导、知音、同事、榜样和朋友,对我们有重要的影响。

在我们的经历中,有幸与几位杰出的同事接触,他们对多维数字信号处理领域作了重大的技术贡献,同时对我们在这个领域中的设想和研究起了促进作用。在某些场合,本书中特意提到了他们的技术贡献。在其他情况下,他们的作用是更难以表述的。在作为朋友的这些同事中,有佐治亚州工程学院的 Demetrius Paris 教授、Monson Hayes 教授、Mark Richards 博士和 Theresa Speake 女士,林肯实验室的 Gary Shaw 博士、Thomas Quatieri 博士和 Stephen Pohlig 博士,斯拉姆伯格的 James McClellan 博士,麻省理工学院的 Jae Lim 教授,以及莱斯大学的 Don Johnson 教授。我们也极其感谢麻省理工学院的林肯实验室和佐治亚州工业技术学院,它们提供了良好的环境,促进了在信号处理及工程与科学的其他领域中卓越的探求。

D.E. 达吉恩
[美] R.M. 默塞里奥

目 录

译者的话

序

引言	1
第一章 多维信号与系统	4
1.1 二维离散信号	4
1.1.1 某些特殊的序列	5
1.1.2 可分序列	6
1.1.3 有限区域序列	7
1.1.4 周期序列	7
1.2 多维系统	9
1.2.1 多维信号的基本运算	9
1.2.2 线性系统	10
1.2.3 移不变系统	11
1.2.4 线性移不变系统	11
1.2.5 系统的级联和并联	15
1.2.6 可分系统	17
1.2.7 稳定系统	17
1.2.8 支撑区	18
*1.2.9 矢量输入-输出系统	19
1.3 信号和系统的频域表征	20
1.3.1 二维线性移不变系统的频率响应	20
1.3.2 由频率响应确定冲激响应	22
1.3.3 多维傅里叶变换	24
1.3.4 二维傅里叶变换的其它性质	26
1.4 连续二维信号的抽样	28
1.4.1 具有矩形几何形状的周期抽样	28
1.4.2 具有任意抽样几何形状的周期抽样	30
1.4.3 矩形抽样和六边形抽样的比较	34
*1.5 用离散系统来处理连续信号	37
1.5.1 系统输入信号与输出信号之间的关系	37
1.5.2 系统频率响应	39
1.5.3 离散信号傅里叶变换的另一种定义	39
习题	40
第二章 多维信号的离散傅里叶分析	47
2.1 矩形周期序列的离散傅里叶级数表示	47
2.2 多维离散傅里叶变换	49

2.2.1 定义	49
2.2.2 离散傅里叶变换的性质	52
2.2.3 循环卷积	54
2.3 离散傅里叶变换的计算	58
2.3.1 直接计算	58
2.3.2 行-列分解法	59
2.3.3 矢基快速傅里叶变换	60
2.3.4 DFT 计算中的计算考虑	63
*2.4 一般周期抽样信号的离散傅里叶变换 (DFT)	68
2.4.1 一般周期抽样信号的 DFT 关系式	68
2.4.2 一般周期抽样信号的快速傅里叶变换	70
2.4.3 一些特殊情况	75
*2.5 M 维 DFT 和一维 DFT 之间的关系	79
2.5.1 片状 DFT	79
2.5.2 分解一维 DFT 的 Good 素因子算法	81
习题	83
第三章 二维有限区域冲激响应 (FIR) 滤波器的设计和实现	88
3.1 有限区域冲激响应 (FIR) 滤波器	88
3.2 FIR 滤波器的实现	89
3.2.1 直接卷积法	89
3.2.2 FIR 滤波器的离散傅里叶变换实现法	90
3.2.3 块卷积法	91
3.3 利用窗口法设计 FIR 滤波器	92
3.3.1 窗口法的描述	92
3.3.2 窗函数的选择	93
3.3.3 设计举例	94
3.3.4 图像处理的例子	97
*3.4 最佳 FIR 滤波器设计	98
3.4.1 最小平方设计	100
3.4.2 零相位等波纹 FIR 滤波器的设计	101
3.5 特殊实现法 FIR 滤波器设计	103
3.5.1 级联 FIR 滤波器	103
3.5.2 并联 FIR 滤波器	105
3.5.3 变换法 FIR 滤波器设计	107
3.5.4 变换法滤波器设计的实现	113
3.5.5 利用小生成核的滤波器	115
*3.6 六边形抽样信号的 FIR 滤波器	116
3.6.1 六边形 FIR 滤波器的实现	116
3.6.2 六边形 FIR 滤波器设计	117
习题	119
第四章 多维递归系统	125

4.1 有限阶差分方程	125
4.1.1 用差分方程实现线性移不变 (LSI) 系统	126
4.1.2 可递推计算性	126
4.1.3 边界条件	129
4.1.4 计算各输出抽样的排序	132
4.2 多维 z 变换	133
4.2.1 传递函数	134
4.2.2 z 变换	134
4.2.3 二维 z 变换性质	138
4.2.4 由差分方程规定的系统的传递函数	140
4.2.5 z 反变换	142
4.2.6 二维流图	143
4.3 递归系统的稳定性	145
4.3.1 稳定性定理	145
*4.3.2 稳定性检验	148
4.3.3 分子多项式对稳定性的影响	150
4.3.4 多维稳定性定理	151
4.4 二维复时谱	152
4.4.1 复时谱的定义	152
4.4.2 复时谱的存在性	153
4.4.3 因果性、最小相位与复时谱	154
4.4.4 谱因式分解	155
*4.4.5 计算二维复时谱	157
习题	160
第五章 二维无限区域冲激响应 IIR 滤波器的设计和实现	167
5.1 二维 IIR 滤波器的经典实现	167
5.1.1 直接型实现	167
5.1.2 级联和并联实现	169
5.2 二维 IIR 滤波器的迭代实现	172
5.2.1 基本的迭代实现	172
5.2.2 迭代实现的推广	174
*5.2.3 截断、边界条件和信号约束	176
5.3 信号流图和状态变量实现	179
5.3.1 单元电路及其实现	179
5.3.2 移位算子数的最小化	182
5.3.3 状态变量实现	184
5.4 空间域设计方法	187
5.4.1 Shanks 法	189
5.4.2 空间域设计的下降法	191
5.4.3 迭代预滤波设计法	192
5.5 频域设计方法	194
5.5.1 通用最小化方法	195

5.5.2	幅度和幅度平方设计法	196
5.5.3	具有稳定性约束的幅度设计	196
5.5.4	零相位 IIR 频域设计法	197
5.5.5	频率变换	200
5.6	特殊结构的设计方法	202
5.6.1	级联设计法	202
5.6.2	分母可分的设计法	203
*5.6.3	格形结构	205
*5.7	稳定化方法	212
5.7.1	时谱稳定化方法	213
5.7.2	Shaw 的稳定化方法	213
	习题	215
第六章	传播波所载信号的处理	221
6.1	空-时信号分析	221
6.1.1	基本信号	222
6.1.2	波数-频率空间中的滤波	223
6.2	波束形成	223
6.2.1	延时加权累加波束形成器	223
6.2.2	阵列模式	224
6.2.3	一个阵列模式的例子	226
6.2.4	接收器加权函数的影响	228
6.2.5	滤波和累加波束形成	229
6.2.6	频域波束形成	230
6.3	离散时间波束形成	231
6.3.1	离散时间信号的时域波束形成	231
6.3.2	内插波束形成	234
6.3.3	离散时间信号的频域波束形成	236
6.4	对于阵列处理应用的进一步研究	237
6.4.1	窄带波束形成器的分析	238
6.5	多维谱估计	241
6.5.1	经典谱估计	241
6.5.2	高分辨率谱估计	245
6.5.3	全极点谱模型法	248
*6.5.4	最大熵谱估计	253
*6.5.5	可延拓性	258
	习题	258
第七章	逆问题	264
7.1	有约束的迭代信号复原	264
7.1.1	有约束的解卷积迭代法	265
7.1.2	信号外推的迭代过程	269
7.1.3	根据相位或幅度的重建	269
7.2	地震波的迁移	272

7.3 根据信号的投影重建信号	275
7.3.1 投影	275
7.3.2 投影-截面定理	277
7.3.3 重建问题的离散化	278
7.3.4 傅里叶域重建算法	279
7.3.5 卷积/反投影算法	282
7.3.6 迭代重建算法	284
* 7.3.7 扇形束重建	285
7.4 离散信号的投影	286
习题	289
参考文献	294
汉英名词对照索引	303

引 言

计算机革命的副产物之一是出现了一些全新的研究领域。随着集成电路的运算速度更快,价钱更便宜,集成度更高,就有可能对复杂性日益增加的一些问题找出易于解决的方法。多维数字信号处理需要极大的数字存储量和与之相当的数字计算量,所以它是在最近才开始出现的一个新领域。尽管如此,多维数字信号处理仍然对以下一些问题提供了解决的办法,这些问题是:计算机辅助断层成像术(CAT),即综合来自不同方向的X射线的投影,以重建人体某一部分的三维图;无源声纳阵列的设计及通过人造卫星来监测地球资源。但是,多维数字信号处理除了具有许多引人注目和浅显易行的应用之外,它还具有坚实的数学基础。这不仅使我们能了解它的实现情况,而且当新问题出现时,也能合理地进行探讨,并提出解决的方法。

简单地说,信号是传递信息的媒介,信号处理涉及信息的提取。因而,随时间变化的电压集合、照相底板上银粒的密度或计算机存储的数字序列,这些都是信号的例子。典型的信号处理任务就是把信息从一种信号传递到另一种信号上。例如,可将一张照片加以扫描、抽样,并将其存储在计算机的存储器中。在这种情况下,信息是从可变的银粒密度转换成可见光束,再变成电的波形,最后变成数字的序列,随后该数字序列用计算机磁盘上磁畴的排列来表示。CAT扫描器是一个比较复杂的例子,它先把未知物体的结构信息转换为一系列电磁波,然后,将电磁波抽样产生数字的阵列,经某种计算算法处理,最后显示在阴极射线管(CRT)的荧光屏上或胶片上。数字处理不能增加信息,但可以重新排列信息,使观察者能更方便地理解它。观察者不必观看多个不同侧面的投影而可直接观察截面图。

人们感兴趣的是信号所包含的信息,而不管信号本身是什么形式。也许可以概括地说,信号处理涉及两个基本任务——信息的重新排列和信息的压缩。前面已经谈到两个信息重新排列的例子——计算机辅助断层成像术和图像扫描。还能很方便地举出属于信息重新排列的其他例子:图像增强、图像的去模糊、谱分析等。信息压缩是把那些无关紧要的信息除掉。人们观察雷达反射波时,通常只对信息的少数几位感兴趣,特别是当回答下面这样一些问题时就更是如此,即是否有目标出现?如果有的话,是什么?是我方还是敌方?它以多快的速度运动?领队在哪儿?等等。然而,接收机也给观察者提供有关气象、人为雷达干扰、鸟类、附近的建筑物、接收机中的噪声等信息,观察者必须从无关的信息中分离出相关的信息。信号处理可有助于这一目的的实现。另一个例子是有信息损耗的信号的处理运算,包括除掉噪声、参数估计及特征提取。

数字信号处理涉及到用数的序列表示的信号的处理,而多维数字信号处理则涉及到用多维阵列表示的信号的处理,例如对同时从几个传感器所接收的抽样图像和抽样的时间波形的处理。由于信号是“数字”的,因而它可以用数字硬件处理,同时可以将信号处理的运算规定为算法。

促使人们采用数字方法的动机是不言而喻的。数字方法既有效又灵活。我们可以设

计数字系统使其有自适应性并易于重新组合。可以很方便地把数字算法由一个厂商的设备上转换到另一个厂商的设备上去,或者把数字算法用专用数字硬件来实现。同样,数字算法也可用来处理作为时间函数或空间函数的信号,而且数字算法自然地 and 逻辑算符如模式分类相联系。数字信号能够长时间无差错地存储。对很多种应用而言,数字方法比其它方法更为简单,对另外一些应用,则可能根本不存在其他方法。

多维信号处理是否不同于一维信号处理,概略地说,不是。想在多维序列上实现的许多运算,例如抽样、滤波和变换等,也能用于一维序列,然而,严格地说,我们不得不说多维信号处理与一维信号处理还是有很大差别的,这是由三个因素造成的:(1)二维问题通常比一维问题包含的数据量大得多;(2)处理多维系统在数学上不如处理一维系统那样完备;(3)多维信号处理有更多的自由度,这给系统设计者以一维情况中无法比拟的灵活性。虽然所有递归数字滤波器都是用差分方程实现的,一维情况下差分方程是全有序的,而在多维情况下差分方程仅是部分有序的,因而就存在着灵活性。在一维情况中,离散傅里叶变换(DFT)可以用快速傅里叶变换(FFT)算法来计算,而在多维情况下,有多个DFT,且每一个DFT又可用多种FFT算法来计算。在一维情况下,我们可以调整限带信号的抽样速率,在多维情况下,不仅能调整速率,而且也可以调整抽样的几何排列。从另一方面来说,多维多项式不能进行因式分解,而一维多项式是可以进行因式分解的。因而在多维情况下,我们不能论及孤立的极点、孤立的零点及孤立的根。所以,多维信号处理与一维信号处理有相当大的差别。

在20世纪60年代初期,用数字系统来模仿模拟系统的想法,使得一维数字信号处理的各种方法得到了发展。这样,仿照模拟系统理论,创立了许多离散系统理论。随后,当数字系统可以很好地模仿模拟系统时,人们认识到数字系统同时也可以完成更多的功能。由于这种认识及数字硬件工艺的有力推动,数字信号处理得到了发展,而且现今很多通用的方法,已成为数字方法所特有的,没有与其等效的模拟方法。在发展多维数字信号处理时,可观察到同一发展趋向。因为没有连续时间的(或模拟的)二维系统理论可以仿效,因而最初的二维系统是以一维系统为基础的,60年代后期,多数二维信号处理都是利用可分的二维系统来实现的。可分的二维系统与用于二维数据的一维系统几乎没有差别。随后,发展了独特的多维算法,该算法相当于一维算法的逻辑推理。这是一段失败的时期,由于许多二维应用要求数据量很大,且由于缺少二维多项式因式分解理论,很多一维方法不能很好地推广到二维上来。我们现在正处于认识的萌芽时代。计算机工业以其部件的小型化和价格日趋低廉而有助于我们解决数据量问题。尽管我们总是受限于数学问题,但仍然认识到,多维系统也给了我们新的自由度。以上这些,使得该领域既富于挑战性又有无穷乐趣。

本书概括了这个激动人心而又迅速发展的领域中出现的许多进展。该领域是随工艺的进步而逐渐发展的。尽管我们已经描述了多维信号处理的许多应用,但我们力图使这些应用不过分依赖于工艺,以免由于工艺进步而失效。相反,我们强调基本概念,以使读者不仅了解已经提出的方法,而且也能把那些方法扩充到新的应用中去。

为了达到这一目的,我们假定读者已具备某些基础知识,特别是,熟悉一维线性系统理论,并对一维数字信号处理有基本了解(达到掌握奥本海姆和谢弗所著的《数字信号处理》^[1]一书中第一至六章的水平)。

本书对维数大于或等于 2 的所有信号处理均已涉及。事实上，在一维和二维信号处理理论之间有实质性的差别，而在二维和更高维之间，除了计算上的复杂性方面有差异之外，似乎差别较小。为了避免本书在讨论、列方程、制图上造成混乱，书中的大多数结果都只对二维情况加以说明，而二维情况在应用中是最普遍的，在多数情况下，可直接推广到多维中去，如不能直接推广，则将另外给出结论。按照与此相同的原则，如果很明显是一维情况的推广，则我们不再作过多的说明。

当我们开始进入多维数字信号处理领域时，希望读者要了解已有的结论，要能把一维因果性的大量直观知识转移到多维数字信号处理的领域中。但是仍然有许多地方，最终结果的形式是出乎意料的，其含意令人吃惊并与我们的想象相反。将某些一维结果推广到若干维上所使用的方法，可使读者既对多维又对一维信号处理运算的结构有新的更深入的理解。

第一章 多维信号与系统

多维信号可看成是 M 个独立变量的一个函数,其中 $M \geq 2$. 这类信号可以分成连续的、离散的和混合的三种信号. 一个连续信号可以看成是取值连续的几个独立变量的函数,例如照片的强度 $I(x, y)$ 是一个二维连续信号. 另一方面,一个离散信号可以看成只是由一些点的集合(如整数集合)所确定的函数. 一个混合信号是一个多维信号,可将它看成是几个连续变量和几个离散变量的函数. 例如,由许多电换能器组成的阵列所记录下的时间波形的总集,就是一个混合信号. 这个总集可以用具有一个连续变量(时间)和一个或多个离散变量(各个换能器的标号)的模型来描述.

本章主要涉及的是多维离散信号和能对该种信号进行运算的系统. 这类信号和系统的很多特性都是一维信号和系统特性的简单扩展,因而对大部分内容我们只简要地加以讨论. 希望作深入了解的读者,可以参考任何一本有关一维信号处理的著作^[1-3]. 但是很明显,一维中很多惯用的方法不能直接推广到多维情况,而且,与多维信号和系统相关的很多重要结论,在一维情况下没有出现过,这时,我们的论述就需要更加完备一些.

1.1 二维离散信号

一个二维离散信号(也称为序列或阵列)是在有序整数对的集合上定义的一个函数,于是,

$$x = \{x(n_1, n_2), -\infty < n_1, n_2 < \infty\} \quad (1.1)$$

序列中的一个元素被称为一个抽样,因而 $x(n_1, n_2)$ 表示在 (n_1, n_2) 点上序列 x 的抽样. 抽样值可以是实数或复数. 如果把 n_1 和 n_2 理解为变量,则 $x(n_1, n_2)$ 可以解释为整个序列,虽然这是一种习惯性的误用,但是在工程文献中这是很平常的事,它不会造成混淆.

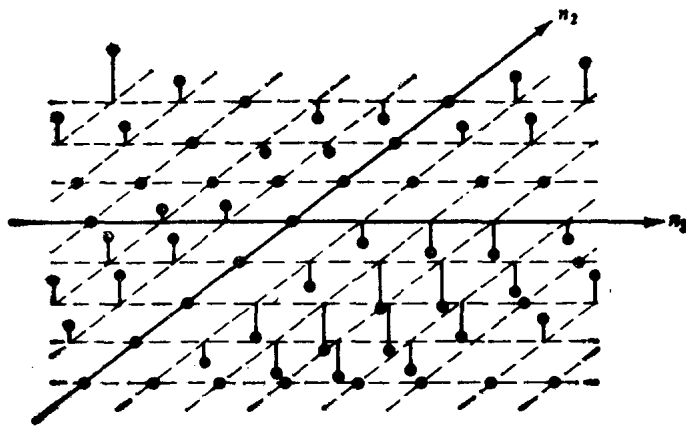


图 1.1 二维序列的图形表示

必要时,可以把信号 x 看成它的抽样的集合,而不是简单地看成是自变量取整数值时的函数值,这可能是有好处的,因为这样做就无需定义 n_1, n_2 为非整数时 x 的数值了。图 1.1 中画出了一个二维序列的图形。

由于 n_1, n_2 可以取任意整数,因而如上面所定义的那样,二维序列可以延伸到无穷远。但是实际上,很多二维序列只是在 (n_1, n_2) 平面的有限区域才有抽样值存在。例如,当我们扫描一张黑白照片时,照片的边界以外是没有抽样值的。我们不去限制所形成的二维序列的定义域,而只是假定在有限区域外的抽样值总是等于零。

1.1.1 某些特殊的序列

某些序列是非常重要的,因而必须给予特殊的名字和符号。二维单位冲激 $\delta(n_1, n_2)$ 就是这样一个序列,也可称之为单位抽样。单位冲激定义为

$$\delta(n_1, n_2) = \begin{cases} 1, & n_1 = n_2 = 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1.2)$$

如果一维单位冲激定义为

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

则二维单位冲激可写成两个一维单位冲激的乘积

$$\delta(n_1, n_2) = \delta(n_1)\delta(n_2) \quad (1.4)$$

图 1.2 示出二维单位冲激的一种特殊图形表示法。

二维线冲激是这样一序列,它在一个变量方向上是均匀的,在另一个变量方向上是冲激的,即

$$x(n_1, n_2) = \delta(n_1) \quad (1.5a)$$

$$y(n_1, n_2) = \delta(n_2) \quad (1.5b)$$

这两个序列表示在图 1.3 上,它们是线冲激的例子。在 M 维情况下,不仅可以定义 M 维单位冲激,也可定义多种形式的 M 维线冲激、 M 维片冲激,等等。

另一个特殊的序列是二维单位阶跃序列 $u(n_1, n_2)$, 如图 1.4 所示,阶跃序列定义为

$$u(n_1, n_2) = \begin{cases} 1, & n_1 \geq 0 \text{ 且 } n_2 \geq 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (1.6)$$

也可以用乘积来表示 $u(n_1, n_2)$, 即

$$u(n_1, n_2) = u(n_1)u(n_2) \quad (1.7)$$

其中

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

是一维单位阶跃。二维单位阶跃在 (n_1, n_2) 平面的整个第一象限中都不为零。

指数序列定义为

$$x(n_1, n_2) = a^{n_1}b^{n_2}, \quad -\infty < n_1, n_2 < \infty \quad (1.9)$$

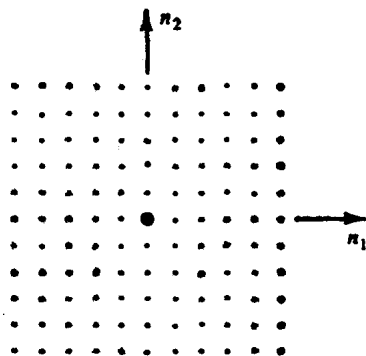


图 1.2 二维单位抽样序列 $\delta(n_1, n_2)$. 大黑圆点表示抽样值为 1, 小点表示抽样值为 0

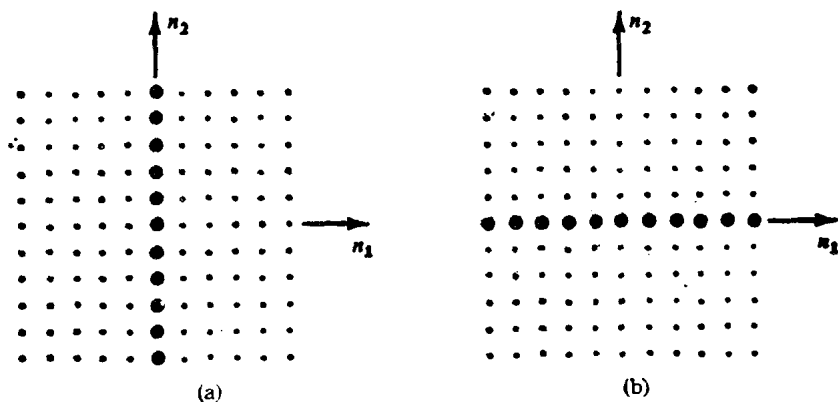


图 1.3 两个线冲激的例子. (a) $x(n_1, n_2) = \delta(n_1)$; (b) $x(n_1, n_2) = \delta(n_2)$

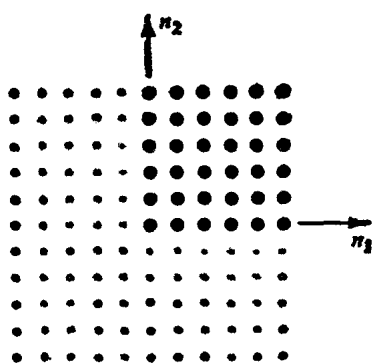


图 1.4 二维单位阶跃序列 $u(n_1, n_2)$

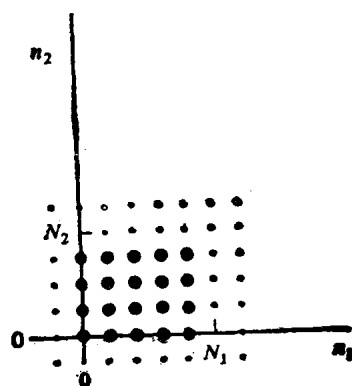


图 1.5 具有矩形支撑区的有限区域序列

其中 a, b 是复数. 当 a, b 的幅度为 1 时, 可写成

$$a = \exp(j\omega_1); \quad b = \exp(j\omega_2)$$

这时, 指数序列变成复正弦序列

$$\begin{aligned} x(n_1, n_2) &= \exp(j\omega_1 n_1 + j\omega_2 n_2) \\ &= \cos(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2) + j \sin(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2) \end{aligned} \quad (1.10)$$

以后我们会看到, 由于指数序列是二维线性移不变系统的特征函数, 所以它是特别重要的.

1.1.2 可分序列

所有上面已经定义的特殊序列可以表示成

$$x(n_1, n_2) = x_1(n_1)x_2(n_2) \quad (1.11)$$

以这种形式表示成一维序列乘积的任一序列被称为可分序列.

虽然在实际情况下, 只有很少几种信号是可分的, 但是任一具有有限个非零抽样的二维序列都可以写成有限个可分序列之和, 即

$$x(n_1, n_2) = \sum_{i=1}^N x_{i1}(n_1)x_{i2}(n_2) \quad (1.12)$$