



现代统计知识丛书

XIANDAI  
TONGJI ZHISHI CONGSHU

# 统计决策原理

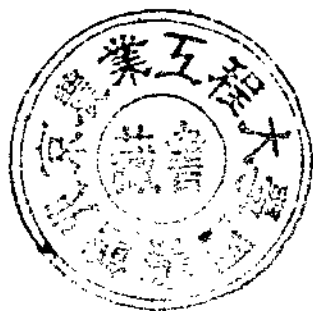
杨曾武编著

上海人民出版社

# 统计决策原理

---

杨曾武编著



上海人民出版社

责任编辑 董逸伟  
封面装帧 孙宝堂

现代统计知识丛书  
统计决策原理  
杨曾武 编著

上海人民出版社出版、发行  
(上海绍兴路54号)

新华书店上海发行所经销 常熟市第七印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张8.25 插页2 字数165,000

1990年8月第1版 1990年8月第1次印刷

印数1—2,500

ISBN 7-208-00281 9/F·67

定价 3.95 元

## 《现代统计知识丛书》序言

我们编写这套丛书的目的，一是为了弥补现有统计教材之不足，为统计教学增添新的内容；二是为了满足具有高中以上文化程度在职统计干部自学的需要，使他们的统计知识随着时间的推移而相应地得到更新。

在党的十一届三中全会前后，1978年12月国家统计局在四川峨眉召开“全国统计教学、科研规划”座谈会以来，已经出版的我国学者编写的统计教材的数量，大大超过了“文化大革命”前的十七年，在一定程度上，内容也有所更新。这些教材，在满足统计教学的亟需方面，起了重要的作用。但是，四化建设和经济体制改革正在不断地推向前进，统计科学也在继续发展。这些统计教材，已经落后于形势的发展，不能完全适应四个现代化的要求。统计教材有待进行全面的充实和更新。

在职统计干部进行有计划的自学，不断提高业务能力，是我国造就统计人材的一个重要途径。我们一直在努力探索具有中国特色的统计工作道路，为实现统计现代化的目标而努力。在职统计干部现有的统计知识，有的已经适应不了统计现代化的需要；而许多现代化的统计知识，他们还没有掌握起来。广大统计干部，正面临着新的挑战，他们的统计知识也亟需得到补充和更新。

要满足上述两方面的要求，需要以马列主义、毛泽东思想

2960/3632 10

为指针,从中国的实际情况出发,吸收国际上统计科学的新成果,编写一套具有中国特色的现代化的新的统计教材。但是,经济体制的改革还在深入进行,统计工作也在不断变化,很快编写一套在较长时期内适用的新的统计教材,条件还不够成熟。至于先就教材中的某一侧面进行比较深入的剖析与论述,编写小册子以充实统计新知识,补充统计教材之不足,为逐步更新统计教材创造有利条件,则是必要的,也是不难做到的,这就是编写这套《现代统计知识丛书》的由来。

邓小平同志提出:“教育要面向现代化,面向世界,面向未来。”这是教育工作的方针,也是我们编写《现代统计知识丛书》的方针。丛书选题,应当包括我国三十多年来统计工作经验的总结,重点应当放在党在十一届三中全会以来经验的总结。中国统计工作的改革要立足在自己创造的经验的基础上。另一方面,我们必须向国际上先进的统计理论和实践学习,要注意在统计工作中运用数学方法和电子计算机的新方法,还要探索在统计中对信息论、控制论和系统工程论的运用问题,这也是《现代统计知识丛书》选题的重点。介绍外国经验,是为了按中国的国情来运用。当然,把外国的经验同我国的情况结合起来,需要一个过程,有时需要较长的过程。作者在坚持四项基本原则的前提下,可以阐发自己的独立见解,可以介绍和评述不同的学派,通过百家争鸣,共同探求真理。《现代统计知识丛书》,将根据我国统计工作现代化的长期目标和中期规划的需要,有计划地进行编写。每一本书,都要求在现有水平的基础上提高一步,写出新意,向深度和广度发展。

我们的这一设想,希望得到广大统计实际工作者和理论、

• 2 •

教学工作者的支持，为《现代统计知识丛书》写稿，并提供宝贵意见，共同为促进我国统计工作现代化的实现而努力。

《现代统计知识丛书》编辑委员会

1985年12月

# 目 录

第一章 统计决策概论 .....	1
第一节 统计决策的特点和作用 .....	1
第二节 统计决策的分类 .....	4
第三节 统计决策的基本要素 .....	6
第四节 概率与统计决策 .....	9
第五节 统计决策分析的形式 .....	11
第六节 统计决策的步骤 .....	13
第七节 统计决策与其他学科的关系 .....	14
第二章 统计决策资料的准备 .....	18
第一节 付酬表的编制 .....	18
第二节 行动的筛选 .....	33
第三节 先验概率的测算 .....	35
第三章 无概率决策 .....	48
第一节 常用无概率决策标准 .....	48
第二节 无概率决策算例 .....	52
第四章 先验概率决策 .....	62
第一节 最大概率决策法 .....	62
第二节 期望值决策法 .....	64
第三节 灵敏性分析 .....	73

第四节	等状态行动决策分析-边际分析 .....	88
第五节	平均规则决策 .....	94
第六节	先验概率决策的修订 —— 先验联合概率 决策 .....	95
第五章	决策树 .....	100
第一节	决策树的特点和作用 .....	100
第二节	决策树应用算例 .....	104
第六章	后验概率决策 .....	117
第一节	后验概率决策的概念和步骤 .....	117
第二节	贝耶斯定理 .....	118
第三节	先后验分析 .....	120
第四节	条件概率的检查 .....	132
第五节	后验概率决策 .....	137
第六节	后验概率决策法评价 .....	149
第七节	多层次抽样决策与序列决策 .....	153
第七章	效用决策 .....	171
第一节	效用函数曲线 .....	171
第二节	效用决策分析 .....	179
第三节	多属性(多目标)效用决策 .....	187
第八章	连续变量决策 .....	199
第一节	连续变量决策的特点 .....	199
第二节	连续变量先验概率决策 .....	200
第三节	连续变量后验概率决策 .....	212
第四节	最优抽样数目的决定 .....	216



附表：单位正态亏损函数表 .....220

附录：

一、参考书目 .....224

二、习题 .....225

三、习题部分答案 .....245

# 第一章 统计决策概论

## 第一节 统计决策的特点和作用

我们不管作什么事，都有一个面向未来作出某种决定的问题。决策就是决定，是比较复杂的决定。在这种复杂的决定中，一般是先明确规定所要达到的目的，然后根据所掌握的资料和对未来的预测、判断，作出决策，制订出行动计划，以期取得预期的结果。决策的作用，是由目标到达预期结果的中间环节或桥梁。科学的决策可以使决策者减少风险，避免行动的盲目性，提高经营管理水平，取得较高的经济效益。

由于未来事物常是变化不定的，带有很大的不肯定性，要在这种不肯定情况下作出决策，就必须根据决策目标的要求，充分利用所掌握的信息资料，用一套科学的方法技术进行选优和判断，以求取得比较可靠的和有利的决定。具体到统计决策，还要使用大量统计资料和各种统计方法。

统计决策是在古典的数理统计方法的基础上加以综合运用而发展起来的，是一种新的统计分析方法。从其发展来看，统计决策最早是由阿·瓦尔德(A. Wald)于1939年创立的，他把统计理论中的假设检验和估计推断的方法，加以发展，从而创立了统计决策理论。经过40年代和50年代的进展，到60

年代以后,统计决策在理论和应用方面都得到了迅速的发展。时至今日,统计决策理论已成为统计研究的新领域,它将统计学的研究范围扩大到把在非肯定情况下的决策问题也包括在内了,从而大大地丰富了统计学的内容。

统计决策的基本概念是:决策者在一定条件下,从若干个可能采取的行动中选择最优行动的一整套技术。在经济管理中,我们经常遇到这种选择性的决策问题,如工业企业常要在市场情况不肯定的情况下,决定是否投产一种新产品;一个企业必须在未来需求、物资供应、生产成本、价格和其他许多有关因素都不肯定的情况下,决定企业的发展规模和职工人数;一个商店往往在市场需求不肯定的情况下,决定所销售各类商品的储存量,等等。我们在制订一个方案或拟定一项计划时,常面临几种不同的情况,在每种情况下又可采取几种不同的行动,分别产生不同的结果,这些结果常表现为一定的货币收益或亏损。如何从几种不同的行动中择优,可以有不同的标准,其中最常用的一个标准就是期望值标准。用期望值标准作决策,就是从这些可供选择的行动中,取其期望收益最大或期望亏损最小的方案。为此,就必须用概率表示每种情况可能发生的程度,并据以计算期望收益或期望亏损。

在统计决策中,选择最优行动方案的依据,主要是用货币额表现的经济上的得失,但有时也不限于此,还有管理上的、心理上的以及社会上的考虑,特别是主观效用得失上的考虑,往往起决定性的作用。因此,在选择最优方案中,可以容许采取妥协性的行动,即所取方案并不是任何情况下的最优者。从这个意义上讲,决策理论的应用范围比假设检验更为广泛,因

为在假设检验中是不能有妥协的。

综上所述,可以归纳出统计决策的4个主要特点:

1. 统计决策是一种定量决策,有数量化的收益或亏损和数量计算的内容;

2. 在不肯定情况下作决策,要规定各种可能出现情况的概率,是一种概率决策;

3. 决策者必须根据一定准则,在若干个可供替换的行动中,加以选择,取其最优者;

4. 择优行动所导致的结果,不是准确的数值,而是可能达到的一般水平,即期望值。

从上述统计决策的意义和特点可知:统计决策是一种应用数理统计方法,是一门带有通用性的方法论科学,可用于研究社会经济和科学技术各个方面广泛的决策问题。统计决策的研究过程也和一般的统计分析一样,就是从确定决策目标(课题)开始,经过决策资料的搜集和整理,运用特有的统计方法,进行对比分析,从若干个可供选择的方案中进行择优,以供领导作决策时参考。统计决策不能代替领导的最后决策,只能起到领导的参谋作用。经济领域中的统计决策,就是把统计决策方法用于研究和解决经济领域中的决策问题,本书就是侧重论述经济统计决策方法的。

从性质上讲,统计决策和统计预测都是广义的统计分析的组成部分。传统的统计分析对象只限于研究历史资料,统计分析报告都是事后总结性的;而统计决策和统计预测则是面向未来的研究,是以历史资料为依据的未来研究,这种研究无异地把传统的统计研究领域扩大了许多。关于统计决策

和统计预测之间的具体关系,后面还要讲到。

在现代化的管理中,统计决策起着十分重要的作用。统计决策的重要作用,在我国目前还不太明显,因为限于种种条件,真正理解和运用这种科学手段的单位还不太多。但是,随着我国经济体制改革的不断深入发展,任何重大的决策,从基层企业决策到地区决策、部门决策,以至全国性的决策,都将从定性走向定性与定量相结合,这就会逐渐使用科学的统计决策方法,因为这种决策方法可以提供有事实根据的最优行动方案,大大减少过去由于盲目地作出决定而遭致的重大损失。

## 第二节 统计决策的分类

对未来作决策有肯定性决策与非肯定性决策之别,前者指作决策的未来情况已完全肯定无疑,有利条件和不利条件都很清楚,这时作决策比较简单,只要从可能采取的各行动方案中,选出最有利的方案即可。有时,可采取的行动比较多,从中择优也不太容易,可用线性规划、动态规划或目标规划等数学规划方法来解决。肯定性决策不需要什么统计方法,不属于统计决策的研究范围。

统计决策所研究的是在未来情况不肯定条件下的决策问题。由于未来情况不肯定,就有发生可能性有多大的概率问题,所以,统计决策是一种概率决策,已如前述。不过,在一个具体的决策问题中,概率资料不一定总能取得到,因为给概率定值是要有一定根据的。如果通过各种途径找到了根据,从

而拟定了所需概率,就可进行概率决策;如果对未来情况知之甚少,找不出概率资料,也可用特定准则作决策。因此,统计决策分为有概率决策与无概率决策两大类。

无概率决策,可分为一个单位(或个人)决策和竞争决策两种。所谓竞争决策指的是两个或两个以上的单位或个人之间的决策,又称冲突决策。因为决策者彼此之间有利害冲突,决策的结果如何,不仅取决于自己的行动,而且还受竞争对手将采取什么行动的影响,冲突决策可视作无概率决策中的一个特例。

有概率决策是统计决策的主流。统计决策的进一步分类,有以下几种:

1. 先验概率决策与后验概率决策。这是根据所用概率不同而划分的,后验概率是对先验概率的修订,用后验概率作决策比用先验概率作决策可取得更好的结果。

2. 单层决策与多层决策。单层决策指对单一问题所作的决策;多层决策指对有联系的两个或两个以上问题所作的决策。在多层决策中所要解决的若干个问题,都有一个先后顺序,按顺序依次分层解决。多层决策又分抽样决策与序列决策两种,将在第六章第七节中详细论述。

3. 战略性决策与战术性决策。这是按决策时期的长短而划分的,长期决策是战略性的,短期决策是战术性的。

4. 单目标决策与多目标决策。这是按决策目标的数目划分的,单目标决策指在决策中只考虑某一个影响因素,或只根据一个因素的标准来择优;而多目标决策则是考虑更多的影响因素,按若干个有关因素的标准择优。

除上述分类外,还有其他分类,如货币损益决策与效用决策,连续变量决策与离散变量决策等,将在以下有关各章节中论述。

### 第三节 统计决策的基本要素

统计决策所面临的两个重大现实问题,一是事物在变化,二是情况不肯定。要针对这种现实进行定量的统计决策分析,需要具备一定的条件,主要是:

第一,决策单位,包括个人、集团、组织、单位、国家等,总称决策者。

第二,决策目标,包括数量化目标和非数量化的属性目标两种。

第三,可能发生的各种情况,称自然状态 (state of nature)或事件(event),这是决策者不能控制的因素。自然状态的表现形式,有非数量的属性标志与数量化的标志两种。在用数量表示的自然状态中,又有连续变量与离散变量之别。

这里所谓自然(nature)的含义很广,包括各种自然因素和社会因素,诸如雨量、气温、暴风、饥荒、物价、资金、产品需求量、广告、竞争者的行动等。每种自然还有若干种不同的状态(state)。不同自然的不同状态的各种组合,都会影响某一行动的结果。在一个决策问题中,所有可能的自然状态组合称“状态空间”(state space),是决策者不能加以控制的。在一般决策问题中,自然状态的可能组合往往很多,即状态空间

很大,难以全部考虑到,因而在实际决策中,只能挑选出少数有重大影响的自然状态考虑之。例如,某公司的决策者面临推销产品 A 还是不推销产品 A 的两行动中择其一的决策问题,影响行动结果的因素虽多,但最重要的因素有二:一是销售市场的规模(分大、小两种状态);二是竞争对手是否也推销同类产品。这样,状态空间就由 4 种可能的自然状态组成: $\theta_1$  = 市场小而无竞争,  $\theta_2$  = 市场小而有竞争,  $\theta_3$  = 市场大而无竞争,  $\theta_4$  = 市场大而有竞争。由于这 4 种自然状态都是决策者所不能控制的,所以他采取某一种行动后将出现什么结果,也是不肯定的。

确定自然状态有一个必须遵守的原则,就是“互相排斥,全体无遗”原则。所谓“互相排斥”就是各自然状态之间是彼此独立的,界限分明的,在同一时间内,只有一种自然状态有效,不能有两种或两种以上的自然状态同时都有效;所谓“全体无遗”就是所有可能发生的自然状态,都必须毫无遗漏地包括在状态空间内。上面举的 4 种自然状态的例,就是按这个原则定的。

第四,能互相替换使用的各种行动(action),组成行动空间(action space),这是决策者能够控制的因素。在考虑可以采取哪些行动时,也要遵守“互相排斥,全体无遗”的原则,把所有可能采取的行动都包括在行动空间内。有时,“不行动”也是行动空间中应包括的一种行动。

第五,与前面两项对应的用数量表示的付酬(pay off),即在每种自然状态下所采取的每个行动可能产生的各种不同结果。这些付酬组成了样本空间(sample space),见第二章第



一节。统计决策中的“付酬”是一个总名称，它不但包括用货币价值表示的收益、亏损或机会亏损，而且还包括非货币的效用单位或其他实物单位付酬。需要说明的是，样本空间中的各项付酬都是条件数值，它们都是在一定的自然状态并采取一定行动的条件下，可能获得的结果。样本空间所包括的项数，一般是行动空间项数  $n$  与状态空间项数  $m$  的乘积，即：

$$\text{样本空间项数} = \text{行动空间项数} \times \text{状态空间项数} = nm$$

如前面举的例， $n=2$ ， $m=4$ ，则样本空间项数是  $2 \times 4=8$ 。有时也存在着特殊情况，即样本空间项数也可能少于  $nm$  项。例如，在可能采取的两种行动中，行动  $a_1$  可遇到 4 种自然状态，但行动  $a_2$  只能出现两种自然状态，则样本空间是  $4+2=6$ ，这里既不是  $4 \times 2=8$ ，也不是  $2 \times 2=4$ 。

第六，决策标准(decision criterion)，又称决策准则。这是在不同行动中择优所必不可少的，因为不明确规定“优”的标准，就无从择优。无论是无概率决策还是有概率决策，都要分别规定适当的决策标准，据以选择最优行动。有两类决策准则，一类是不用概率的标准，取付酬中某种最大或最小值；另一类用概率，称期望值准则，是统计决策中使用最广泛的准则。用期望值作决策准则又称贝耶斯决策。

第七，概率。在有概率决策中，概率资料是必不可少的因素。有各种各样的概率，以后将详细叙述。

第八，判断分析与价值观念。在决策中的分析过程中是离不开决策者的主观判断和价值观念的，这种判断分析和观念往往起决定性的作用。

在上述八项要素中，第三项的自然状态、第四项的行动、