

张其善 柳重堪 校

数字滤波器 导论

[英] R.E. 包格勒 A.G. 康斯坦丁尼德斯 等 著



数字滤波器导论

〔英〕 R.E. 包格勒 等著
A.G. 康斯坦丁尼德斯
俞肇基 等译
张其善 柳重堪 校

国防工业出版社

内 容 简 介

本书是一本大学研究生的教材。全书共分十一章，主要包括： z 变换和傅里叶变换的技术和基本概念；数字滤波器的一般特性及其各种设计方法；舍入和量化对滤波器性能的影响；最佳化设计技术等。

本书可供从事数字信号处理及通信、雷达、导航、遥控、遥测等专业的科技人员和有关院校师生参考。

Introduction to Digital Filtering
R. E. Bogner A. G. Constantinides
John Wiley and Sons, Ltd. 1975

数字滤波器导论

R. E. 包格勒 等著
〔英〕 A. G. 康斯坦丁尼德斯
俞肇基 等译
张其善 柳重堪 校

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
通县张家湾曙光印刷厂印装

850×1168¹/₃₂ 印张 6³/₄ 169 千字

1982年11月第一版 1982年11月第一次印刷 印数：0,001—5,500册

统一书号：15034·2429 定价：0.87元

译 者 序

数字信号处理的理论和方法，由于计算机科学的飞速发展，在最近若干年来受到国内外广泛的注意，并进行了相当深入的研究。由于它的跨学科性，除通信、雷达等领域外，已为许多其它领域所采用。作为数字信号处理技术的重要组成部分的数字滤波器，由于它的一系列优点，已从理论研究发展到各种产品成批生产的阶段。本书内容多偏重基础方面，叙述由浅入深比较简练，是一本数字信号处理方面的有价值的参考书。

对原书中一些错漏、重复和不妥之处作了删节和修正。

参加本书翻译工作的还有张志明、杨禄荣、刘友纓、刘沪临、苗楠等同志。马天方、李世英、张建新、蔡士根等同志，对书稿进行了细致的加工。特此表示感谢。

前 言

当人们需要用数字计算机来建立模拟信号处理电路的模型时,数字滤波和数字信号处理这一技术领域就变得非常重要。目前,数字滤波和数字信号处理已被看成是一门独立的学科,这就为我们开辟了一个内容非常丰富的重要科学研究领域。数字滤波和数字信号处理的重要性,主要在于它们能直接应用于数字计算机或专用的计算机,以及脱机处理方面。

由于这门学科发展相当迅速,因此人们感到有必要设置专门的课程。伦敦帝国科技学院已组织并开设了这门课程。本书的原稿就是这门课程的最后成果。

第一章概述了数字滤波器技术的发展过程及其成就。第二章介绍了采样 Z 变换技术的基本概念。这些概念是本书其它各章的基础。第三章研究数字滤波器的一般特性,提出了时域和频域的概念。第四章讲述了如何用现有的模拟滤波器来设计数字滤波器的问题。第五章介绍直接设计递归数字滤波器的某些程序。第六章研究了非递归数字滤波器。第七章阐述傅里叶变换的概念。第八章介绍使用频域采样的有效设计程序。第九章介绍用第八章的概念来设计整系数滤波器。第十章研究了舍入和量化对不同滤波器性能的影响。最后,第十一章讲述了最优化技术,这种技术从设计的观点来看是很有用的。

R. E. 包格勒

A. G. 康斯坦丁尼德斯

目 录

第一章 绪论	1
1.1 历史概况与发展趋势	1
1.2 连续滤波器和数字滤波器的比较——特征方程	3
1.3 时间和频率	6
1.4 缺点	8
1.5 数字-模拟混合滤波器	8
1.6 综合程序	9
1.7 为什么要用时间和频率	9
第二章 采样和 z 变换简介	12
2.1 引言	12
2.2 调制	12
2.3 采样	14
2.4 采样信号的拉普拉斯变换	15
2.5 采样信号的复平面表示法	16
2.6 信号恢复和采样定理	20
2.7 s 平面与 z 平面之间的关系; z 变换	22
2.8 信号和极点位置之间的一般关系	24
2.9 z 变换式的逆变换	26
2.10 差分方程、 z 变换和传递函数	30
第三章 数字滤波器的一般特性	36
3.1 概述	36
3.2 数字滤波器方程	38
3.3 数字滤波器的传递函数	39
3.4 传递函数的零点和极点	40
3.5 稳定性	41
3.6 频率响应	41
3.7 数字滤波器传递函数的实现结构	42

3.7.1 串联结构	44
3.7.2 双二次结构	45
3.7.3 级联结构	46
3.7.4 并联结构	47
第四章 用连续滤波器的数据综合数字滤波器	49
4.1 引言	49
4.2 数字滤波器的间接综合	50
4.3 双线性变换	50
4.4 由一般低通连续滤波器变换成多带滤波器的变换式	55
4.5 几点说明	58
4.6 各种变换式小结	59
4.7 实例	60
第五章 数字滤波器的直接综合	63
5.1 引言	63
5.2 多项式低通数字滤波器	66
5.3 单调的布特沃斯型低通数字滤波器的综合	68
5.4 频率变换	75
第六章 有限持续时间脉冲响应滤波器	78
6.1 引言	78
6.2 模拟及数字横向滤波器	78
6.3 脉冲响应	81
6.4 离散卷积	82
6.5 频率响应	83
6.6 极点和零点	84
6.7 模拟滤波器与非递归数字滤波器的比较	86
6.8 系数量化	86
6.9 用频率采样法设计非递归滤波器	88
6.10 窗口函数	91
6.11 实现方法	92
第七章 傅里叶变换法	94
7.1 离散傅里叶变换 (DFT)	94
7.2 DFT 定理和性质	98
7.2.1 一维 DFT	98
7.2.2 r 维 DFT	98

7.2.3	用 DFT 构成 IDFT	99
7.2.4	巴塞伐尔定理	99
7.2.5	正交性	100
7.2.6	功率谱	102
7.2.7	自相关函数	102
7.2.8	互功率谱和互相关函数	104
7.2.9	卷积	104
7.3	连续系统的分析	106
7.4	DFT 的计算	109
7.5	快速傅里叶变换 (FFT)	111
7.6	FFT 的计算效率	117
7.7	FFT 的一组递归公式	118
7.8	编制计算程序	120
7.9	实数序列的 DFT 计算	124
7.10	长序列的卷积	133
7.11	功率谱的估算	142
第八章	频率采样滤波器	147
8.1	引言	147
8.2	原理	147
8.3	基本响应的实现	149
8.4	完整的滤波器	151
8.5	零点-极点的说明	152
8.6	与 DFT 的关系	153
8.7	频率采样滤波器的近似计算	154
8.8	吉布斯现象、整形和旁瓣	155
第九章	整乘数频率采样滤波器	157
9.1	引言	157
9.2	线性-相位数字滤波器	158
9.3	递归线性相位低通滤波器	159
9.4	高通与带通滤波器	162
9.5	滤波器旁瓣电平	163
9.5.1	低通与高通滤波器	164
9.5.2	中心频率为 $\omega_c = \pi/2T$ 的带通滤波器	164
9.5.3	中心频率为 $\omega_c = \pi/3T$ 或 $2\pi/3T$ 的带通滤波器	164
第十章	数字滤波器的量化效应	166

VIII

10.1 引言	166
10.2 结构方案	166
10.3 算术运算方法	167
10.3.1 定点运算	167
10.3.2 浮点运算	168
10.4 量化效应	169
10.4.1 输入信号的量化	169
10.4.2 把数字滤波器的系数量化为有限的位数	173
10.4.3 算术运算结果的量化	177
10.5 噪声的测量	183
10.6 低电平极限环	184
10.7 溢出振荡	186
附录 10A 滤波器的结构	188
附录 10B 舍入误差的方差	190
附录 10C 离散的巴塞伐尔 (Parseval) 定理	191
附录 10D 相对于滤波器系数变化的极点位置变化的广义 推导式	193
附录 10E 直接式和规范式一阶数字滤波器的运算舍入误差	194
第十一章 数字滤波器设计的最优化方法	197
11.1 引言	197
11.2 极小极大准则和有限持续时间响应	200
11.3 问题的列式与解法	203
11.4 互换算法	207
11.5 实际使用情况	208

第一章 绪 论

本书的目的是要描述数字滤波器的前景,谈谈数字滤波器的目前水平及存在问题,介绍数字滤波器的研究课题及发展方向。

“数字滤波”这个术语应当包括哪些内容,众说纷纭。看来,比较恰当的提法是,数字滤波应包括信号是由一系列仅按离散“时间”间隔采样的数值来表示的大多数信号处理系统。根据这种见解,我们可以把系统看成是把信号采样值作为“模拟”值存储在电容器中或者是由各种长度的传输线构成的。这些系统所用的数学方法,大多和描述完全由数字硬件组成的数字滤波器所用的数学方法相同。

1.1 历史概况与发展趋势

由于商业上的种种原因,数字计算能力获得了迅速的提高。因此,硬件的运算速度更快、体积更小、价格更加便宜、可靠性也愈来愈高^[1,2,8,4,5,6](见图 1.1)。

甚至在自动数字计算机问世以前,人们已初步应用数学运算能力有限的有关技术,例如:

傅里叶谐波分析法, 振幅和相位修正法, 分量和求和法;
用“窗口”函数对时间序列进行平滑, 亦即卷积;
相关或回归分析法;
与递归滤波等效的自动回归分析法^[8]。

这些任务很快便由数字计算机承担起来。数字计算机通常是用来解决信号分析问题,即用来分析持续时间短而又有限的“信号”,如地震记录、潮汐、波浪、建筑物热性能和经济周期分析等。自动数字计算机不仅能详细分析上述各种信号,而且还能对

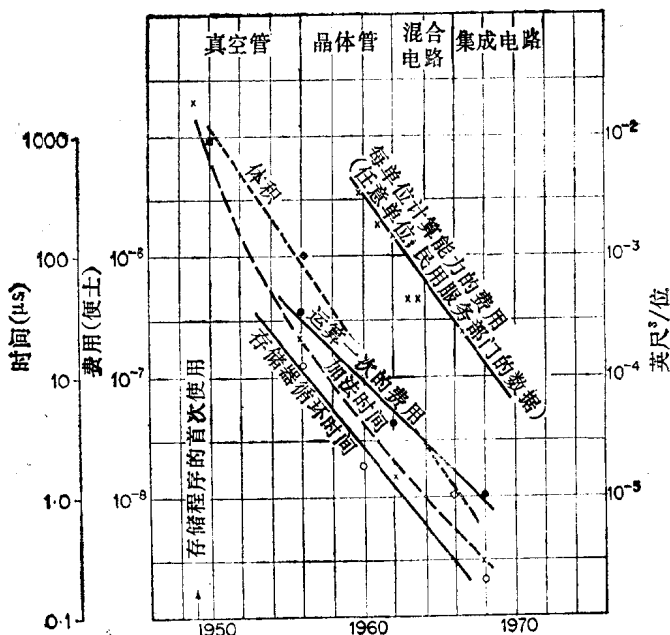


图1.1 计算机硬件的进展情况

长时间序列进行数值卷积运算。这些分析相当于用数字计算机对模拟信号处理进行模拟。由于数字计算机运算速度的提高和性能价格比的改善，人们自然就会用它来对通信系统进行模拟，而在这种通信系统中可以很方便地用采样值来表示各种信号。由于许多语言处理实验的要求复杂多变，因此有些最积极主张用计算机处理信号的研究人员也转向研究音频和电声学^[9]。用数字计算机处理信号要比模拟实验方法灵活、可靠、精确和经济。

现在有可能用于信号分析的计算机几乎应有尽有，既有大型通用数字处理机，又有小型通用计算机和专用计算机。小型通用计算机是用软件编制程序的，专用于信号处理。专用计算机用途有限，但能以更高的效率或更快的速度来完成某些特定的任务。通用计算机使用昂贵的中央处理机来完成许多运算——它能完成

可能是好几个数字滤波器才能完成的加法和乘法运算，但是这种系统的速度可能因此而受到限制。目前的趋势是发展适应性强的半专用处理机，这种处理机在程序控制下可同时进行几十种算术运算^[10,11,12]。

由于有了性能好、体积小、价格低廉的数字硬件，计算机才会不断向前发展。目前的技术水平已能在一平方厘米面积上制造几千个电路元件^[13]，并且可以预期，不久将会出现具有数字滤波器功能的专用集成电路。

与模拟系统相比较，数字系统的优点是稳定性好，适应性强，再现性好，便于制成集成电路并可与数字传输技术相兼容。然而，几乎可以肯定地说，数字系统总会有一定的局限性，其中“速度”就是一个限制因素——目前的速度大约为每秒一百万次，不过这个数值正在逐步提高。

1.2 连续滤波器和数字滤波器的比较——特征方程

在连续的集总系统内，不仅有微分和积分元件，也有比例器件——放大器、电阻和变压器。前者完成如下积分和微分：

$$v(t) = \frac{\int i(t) dt}{C} \quad i(t) = \frac{\int v(t) dt}{L}$$

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

后者完成如下比例换算：

$$v = Ri \quad v_2 = Av_1 \quad v_2 = Nv_1$$

最终所得的方程是线性积分-微分方程，例如图 1.2(a) 所示的一阶系统，可用下列微分方程来描述：

$$\frac{L}{R} \frac{dv_2}{dt} + v_2 = v_1 \quad (1.1)$$

而其特性曲线，即脉冲响应曲线，示于图 1.2(b)。这些方程的解总是该系统的按指数衰减的（正的或负的）正弦或余弦曲线以及输入信号的强迫响应曲线之和。

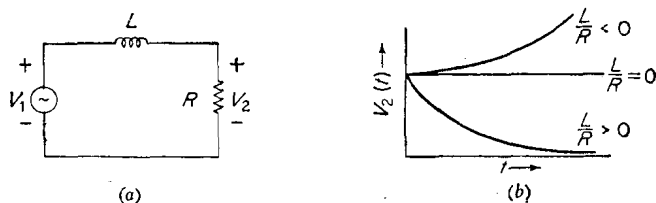


图 1.2 一阶连续或模拟系统
(a) 电路；(b) 脉冲响应。

如果各个元件都是理想的（线性的），则完全可以应用叠加原理。

各变量在每一瞬间都是确定的。

数字系统所用的变量仅仅是在离散的时间值上可以变化的数值。我们要进行的运算是加法、乘法以及延迟。延迟时间是两次采样之间的时间（即钟脉冲周期或采样间隔） T 秒的倍数。之所以能进行延迟是因为有可能将信号值存储起来，存储时间可按需要进行调节。

最简单的例子就是一阶数字系统〔图 1.3(a)〕。在这种系统中，输出端的数值 $y(nT)$ 等于将 $x(nT)$ 延迟了一个采样间隔。

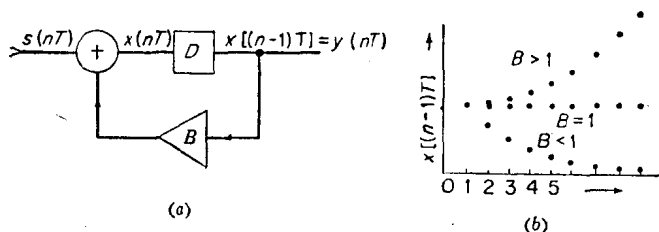


图 1.3 一阶数字系统
(a) 流程图；(b) 脉冲响应。

亦即把 x 的前一个数值取作 y 的后一个数值。所示系统可用下列方程描述:

$$x(nT) = s(nT) + Bx[(n-1)T] \quad (1.2)$$

$$\therefore x[(n-1)T] = \frac{x(nT)}{B} - \frac{s(nT)}{B}$$

$$\therefore x(nT) - x[(n-1)T] = x(nT) - \frac{x(nT)}{B} + \frac{s(nT)}{B}$$

$$\therefore B\Delta_1 x(nT) + (1-B)x(nT) = s(nT) \quad (1.3)$$

式中 Δ_1 是一阶差分算子, 因此

$$\Delta_1 x(nT) = x(nT) - x[(n-1)T]$$

式 (1.3) 是该系统的差分方程, 可直接与连续系统的微分方程 (1.1) 相比较:

$$\frac{L}{R} \frac{dv_2}{dt} + v_2 = v_1$$

由于式 (1.3) 是差分方程, 所以式 (1.2) 也是差分方程。同样, 离散时间延迟系统的方程也是差分方程。它们的作用与连续系统的微分方程相同。在上述两种情况下, 方程都是线性方程, 故可应用叠加原理。

图 1.3(b) 所示的系统具有呈指数形式的脉冲响应, 它与 $L-R$ 电路的脉冲响应相同, 只不过是经过采样罢了。这个结论对于上述简单系统是显而易见的。假定在 y 值为零时加一个单位脉冲 $s(0) = 1$, 随后依次加入数值为零的输入信号 $s(nT)$, 则在相继的脉冲周期内便有

n	$s(nT)$	$y(nT) = x[(n-1)T]$	$x(nT) = s(nT) + By(nT)$
0	1	0	1
1	0	1	$0 + B$
2	0	B	$0 + B^2$
...	...	...	...
n	0	B^{n-1}	B^n

正如连续滤波器的情况一样，相应的阻尼正弦振荡是高阶系统的基本响应。

1.3 时间和频率

同连续滤波器一样，数字滤波器通常也可用时域或频域来表征其特性。时域表征法就是把脉冲响应描述成数列（通常是有限数列）。数列中的各个数可以通过卷积运算直接加以使用（因为该系统遵循叠加原理）：

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda) h(t - \lambda) d\lambda$$

$$y(nT) = \sum_r x(rT) h[(n - r)T]$$

也可以通过某种变换方法加以使用。频域表征法——表征振幅和相位，也许是连续滤波器和离散滤波器最常用的特性表示法。在数字滤波器中，使用离散傅里叶变换（DFT）能直接确定频率值，而快速傅里叶变换（FFT）则常常便于使用各种变换方法。通常，当数字滤波器用时域描述时，最好使用傅里叶变换把时域变换成频域：

$$y(nT) = x(nT) * h(nT)$$

$$\text{反变换} \uparrow \text{FT} \quad \downarrow \text{FT} \quad \downarrow \text{FT}$$

$$Y(mF) = X(mF) \times H(mF)$$

为了便于分析并使概念清楚起见，传递函数用其零点和极点来描述常常是有效的。传递函数的零点和极点就是该传递函数变为零或无穷大时的那些频率（通常为复数），例如在连续滤波器这种情况下，最大平滑滤波器，即巴特沃斯滤波器（四阶的）就是如此（见图 1.4）。所有可实现的线性滤波器都可用零点和极点来描述。在判定一种特定的零点-极点图能提供适当的特性之后，我们就必须按照这种零点-极点图来设计滤波器。

这里，连续滤波器和数字滤波器之间有一个很重要的区别，

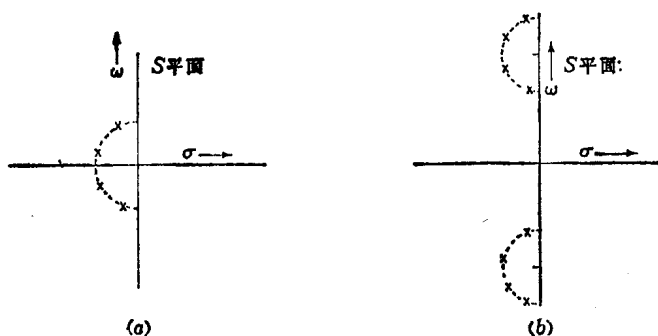


图1.4 最大平滑连续滤波器的极点位置
(a) 低通; (b) 带通。

就是数字滤波器的零点-极点图是以频率 (ω) 为周期的图形(图1.5)。零点和极点的重复出现基本上只是由于对信号进行采样而

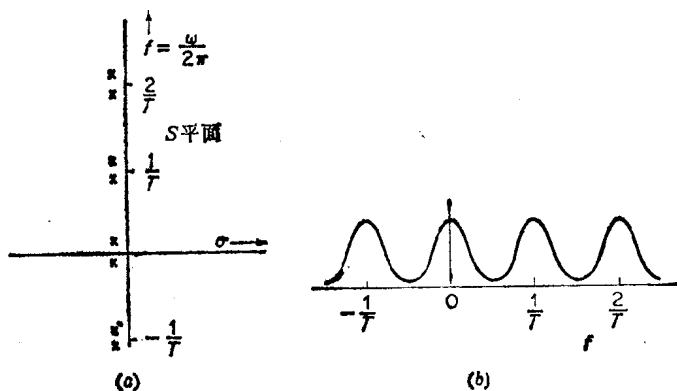


图1.5 频率的周期性
(a) 极点和零点的重复; (b) 频率响应。

造成的, 重复间隔为 $1/T$ 赫, 其中 T 是采样间隔。业已证明, 利用下面的公式重新画出 s 平面来表示上述周期特性是很方便的:

$$z = e^{sT}$$

这里 ω 轴变成了单位圆, 而且该单位圆的圆周对应于 ω 轴上的一个周期。

我们认为, 对于数字滤波器来说, z 是一个很有用的变量, 而对连续滤波器来说 s 则是一个很有用的变量。“ z 变换”相当于拉普拉斯变换。

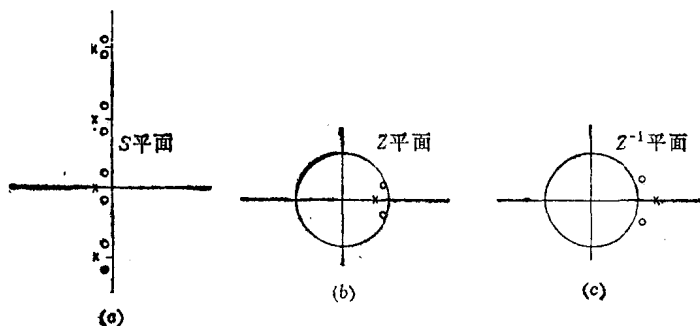


图1.6 把 s 平面映射到 z 平面上
 (a) s 平面; (b) z 平面; (c) z^{-1} 平面。

1.4 缺点

连续滤波器和数字滤波器都存在一些实际问题。连续滤波器的问题是要求各个元件都具有很高的稳定性和精确度; 而数字滤波器的问题是要求有绝对精密的元件, 但它们可以只具有量化的数值。在用大型计算机进行模拟时这个问题可能无关紧要, 因为大型计算机有许多有效数字的浮点数。但是, 在专门制作的硬件中, 由于处理是定点数, 因此这一问题就变得非常重要。连续滤波器的变量规定得极其精确; 而数字滤波器的变量是经过量化的, 并且每一步相加或相乘都可能成为舍入误差或噪声的来源。这些因素都会影响系统的结构。

1.5 数字-模拟混合滤波器

大多数数字滤波器的设想, 都适用于别的离散时间滤波器, 因此我们有可能设计出各种数字-模拟混合滤波器, 以降低对中央处理机运算能力的要求。这样, 我们就可运用数字存储、模拟