天线结构设计

成都电讯工程学院
西北电讯工程学院

国防工业出版社出版
北京市书刊出版业营业许可证出字第074号
解放军第七二二六工厂印刷　内部发行

*

$787\times1092^{1}/_{16}$　印张 $22^{6}/_{8}$　539千字
1980年9月第一版　1980年9月第一次印刷　印数1-5000册
统一书号：N15034(四教27)　定价2.35元

目　录

第一篇　结构力学基础

引　言……（1）
第一章　结构组成分析……（5）
§1-1　基本概念……（5）
§1-2　系统的组成分析……（6）
第二章　静定系统……（15）
§2-1　静定桁架的解法……（15）
§2-2　静定刚架内力的求解……（28）
§2-3　静定系统的性质……（32）
§2-4　零载法……（35）
第三章　结构弹性位移计算……（37）
§3-1　线性变形系统……（37）
§3-2　广义力和广义位移……（38）
§3-3　实功与虚功……（39）
§3-4　虚位移原理在弹性系统中的应用……（42）
§3-5　计算弹性位移的一般公式……（43）
§3-6　支座移动、制造误差和温度变形引起的位移……（53）
§3-7　互等定理……（57）
第四章　超静定系统……（61）
§4-1　超静定系统的特性……（61）
§4-2　超静定系统的解法之一——力法……（64）
§4-3　对称系统简化计算方法……（72）
§4-4　支座移动、制造误差以及温度变化引起的内力……（75）
§4-5　超静定系统弹性位移的计算……（78）
§4-6　超静定系统的解法之二——位移法……（79）
第五章　结构分析矩阵方法……（90）
§5-1　概　述……（90）
§5-2　杆件系统中节点位移、节点力的矩阵表示法……（92）
§5-3　杆单元刚度矩阵……（96）
§5-4　坐标变换……（97）
§5-5　杆件结构整体刚度矩阵……（106）
§5-6　矩阵位移法——节点位移的计算……（115）
§5-7　节点力的计算……（116）
§5-8　梁单元刚度矩阵……（121）

§5-9 实际结构分析中的一些问题……(132)
第六章 有限单元法概论 ……(137)
§6-1 弹性力学的基本方程……(137)
§6-2 虚功及虚功方程……(147)
§6-3 平面问题的有限单元法……(149)

第二篇 天线结构设计

第一章 天线概述 ……(169)
§1-1 电磁场与电磁波概述……(169)
§1-2 天线的基本参数……(174)
§1-3 天线阵的方向性……(178)
§1-4 振子天线……(182)
§1-5 裂缝天线……(186)
§1-6 喇叭天线……(188)
§1-7 抛物面天线……(189)
§1-8 扇形波束天线……(192)
§1-9 双反射体天线……(195)
§1-10 相控阵天线……(198)
第二章 天线结构设计基本要求 ……(201)
§2-1 对天线结构的一般要求……(201)
§2-2 天线公差分析……(202)
§2-3 最佳吻合抛物面……(210)
§2-4 卡氏天线的指向精度……(214)
§2-5 反射面……(217)
§2-6 天线结构设计中的一些问题……(221)
第三章 天线的载荷 ……(228)
§3-1 天线载荷的分类……(228)
§3-2 风力计算……(233)
§3-3 抛物面天线的风力……(242)
§3-4 抛物面天线的风力矩……(249)
§3-5 设计风速的确定……(255)
§3-6 风洞试验……(257)
第四章 抛物面天线结构设计 ……(262)
§4-1 圆抛物面天线主力骨架结构型式……(263)
§4-2 切割抛物面天线主力骨架结构型式……(269)
§4-3 连接节点结构……(274)
§4-4 反射面结构……(277)
§4-5 馈源(辐射器)、付反射体支架结构……(282)

§4-6　鱼骨形主力骨架基本尺寸的选择…………………………………………………(284)
§4-7　鱼骨形主力骨架自振频率的估算…………………………………………………(296)
§4-8　主力骨架结构变形分析……………………………………………………………(302)
§4-9　主力骨架结构变形分析中的一些问题……………………………………………(306)
第五章　天线结构机助分析 ……………………………………………………………(309)
§5-1　空间桁架式主力骨架分析程序……………………………………………………(309)
§5-2　机助分析的一些问题………………………………………………………………(319)
第六章　抛物面天线制造工艺和检测 …………………………………………………(332)
§6-1　天线结构的材料……………………………………………………………………(332)
§6-2　反射面的制造工艺…………………………………………………………………(334)
§6-3　主力骨架的制造工艺………………………………………………………………(342)
§6-4　抛物面天线的检测…………………………………………………………………(345)

第一篇　结构力学基础

引　言

结构力学的任务

在工程范畴内，凡由工程材料按照合理方式组成，并能承担预定任务的物体或体系都可以称为结构。通常从力学观点所说的结构，是用来承受外载荷的物体或体系。例如天线反射体主力骨架。

结构力学是研究工程结构的组成方法，及其强度、刚度、稳定性计算原理的科学。计算强度与稳定性的目的在于保证结构具有足够的但又不是过分的安全度，也就是要绝对安全与最大经济相结合。计算刚度的目的在于保证结构不致发生过大的变形。因为，过大的变形即使对结构本身还无危险，可是从结构的工作要求来看，是不允许的。

天线结构设计是十分需要结构力学的一般原理和方法的。

本篇将要讨论下述一些问题：

一、结构的组成方法及其性质；

二、在已知外载荷作用下，结构各元件内力的求法；

三、结构变形的计算。

对于结构中某些元件稳定性问题，由于材料力学中已经介绍了，此处不再赘述。

结构计算简图概念与分类

一般实际结构的受力系统是相当复杂的，想要严格地按照结构所有各部分相互作用的实际情况进行很精确的分析，几乎是不可能的。如果对没有简化的实际结构进行分析，其艰巨性与计算的繁杂程度，则已丧失了工程实用价值。通常任何一个实际工程结构，其所有组成的部分，并非都是均等地起作用的，总有一些是起主要作用的，另外一些是起次要作用的。因而在进行分析时，抓住结构中起主要作用部分，构成实际结构简化的形象，这就是结构计算简图。由于结构计算简图能体现原来结构的性能，所以计算过程中用它来代替原来结构。这种计算简图也称为结构计算的力学模型。对于同一结构，由于采用了不同的简化，可能得到不同的计算简图，显然计算结果的精确程度也就不同。所以，结构计算简图的选择是很重要的。

选择结构计算简图必须遵循两个基本要求：

一、比较正确地反映出实际结构的工作情况，根据它计算的结果，能够保证可靠与精确；

二、能简化计算过程。

例如，天线结构是由许多元件——杆件或杆件和板、壳所组成的一种结构。天线反射体中的网状反射面板，从天线电性能来说，是必须的。但从受力情况来看，它只能将本身结构自重和受到的风、雪等载荷传递给主力骨架，而对结构总的受力情况很少起作用。因此，分析这种天线结构可以只是对主力骨架进行分析。

现用实例说明，图 0-1*a* 所示的杆件焊接制成的辐射梁结构，在设计分析中通常采用图 0-1*b* 所示的计算简图。各个杆件焊接的地方都简化为理想的铰接，即假定所有杆件只受轴向力的作用，把实际结构简化为桁架结构。其所以能采用这样的计算简图，是因为能满足上述两个要求，一方面使计算简化了，另一方面所得的结果又具有足够的精确程度。如果将各杆件端部互相连接处看成刚性的，这样的简化虽然与实际情况要接近些，但计算工作比较复杂。

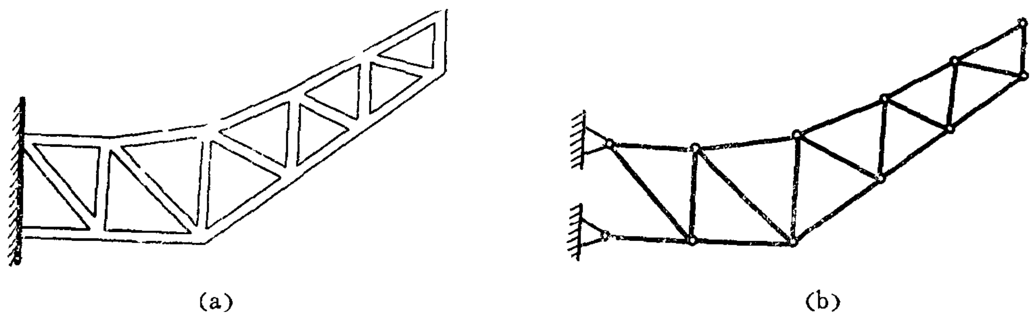


图 0-1

本篇所讨论的内容，只涉及结构计算简图的基本的力学性质。

结构计算简图可从不同角度进行分类：

一、按照结构组成元件的几何特徵，结构可分为杆件结构、薄壁结构、实体结构三种类型。

1. 杆件结构：由杆件组成的结构。所谓杆件——一个尺度（长度）大大超过其他两个尺度的物体。

2. 薄壁结构：由杆件和薄壁元件组成的结构，或只有薄壁元件组成的结构。所谓薄壁元件——一个尺度（厚度）远小于其他两个尺度的物体。

当薄壁是有曲率的，称为薄壳结构。

3. 实体结构：三个方向的尺度，大约为同一数量级的结构。

二、按照结构整体几何特性，结构可分为平面结构与空间结构两类：

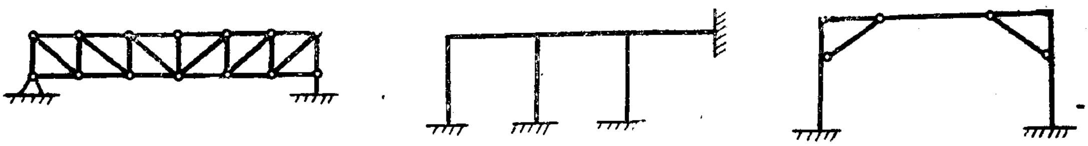
1. 平面结构：组成结构元件的轴线均位于同一平面内，且外载荷也作用于此同一平面内。

2. 空间结构：组成结构元件的轴线不位于同一平面内，或者外载荷不作用于结构所在平面。

三、按照各杆件相互连接的特性，结构又可分为铰接结构（见图 0-2*a*）；刚接结构（见图 0-2*b*）；混合结构（见图 0-2*c*）。

1. 铰接结构：组成结构的各杆件，都只在两端用铰链连接起来的结构。并假设铰链是

没有摩擦的、理想的光滑铰链。且各杆件的轴线通过其铰链的中心点，中心点又称为铰接节点。



(a) (b) (c)

图 0-2

2. 刚接结构：组成结构的各杆件，其两端采用刚性接头连接起来的结构。所谓刚性接头——能保证所连接的元件之间不产生相对转动，也就是说，刚性接头能抵抗元件轴线之间夹角的改变。刚性接头的中心点，称为刚性节点。

3. 混合结构：组成结构的各杆件，它们端部连接的型式，有的是刚性接头，有的是铰链连接，则此结构称为混合结构。

四、按照传统的计算方法，结构可分为静定结构和超静定结构。

1. 静定结构：结构的所有反力，及组成结构元件的内力均可由静力平衡方程求得，则此种结构称为静定结构。

2. 超静定结构：结构的所有反力，及组成结构元件的内力，不能光由静力平衡方程求得，还必须考虑结构的变形条件才能求得者，则称为超静定结构。

结构计算简图的计算方法

结构计算简图中各元件的内力和变形确定的方法虽然各不相同，但是它们分析基础是相同的。这个基础主要是下列三条原则：

一、结构上的作用力，必须满足平衡条件；

二、必须满足结构材料的应力和应变的关系（例如弹性材料的虎克定律）；

三、必须满足变形一致（连续）条件。

结 构 支 座 分 类

通常我们所讨论的结构总是支承在地面上或其他结构物上。例如，抛物面天线主力骨架，或由天线座支承着，或由旋转车厢支承着，或支承在塔架上。为有效地支承某结构，必须使用某些装置以保证某结构与支承之间无相对的移动和转动。这种用来阻止某结构相对于支承的几种或全部移动或转动可能性的装置，称为支座。常见的支座，其理想化了的模型，有下列四种：

一、可动铰链支座

仅能阻止与某结构相连接的节点在与支座面垂直方向上的位移。这种支座相当于一根支

杆，其计算简图，如图 0-3*a* 所示。

二、平面固定铰链支座

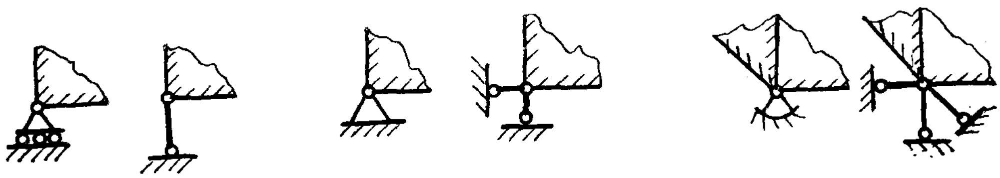
能阻止与某结构相连接的节点在该铰链节点平面内任何方向的线位移。这种支座相当于该平面内两根支杆，其计算简图，如图 0-3*b* 所示。

三、空间固定铰链支座

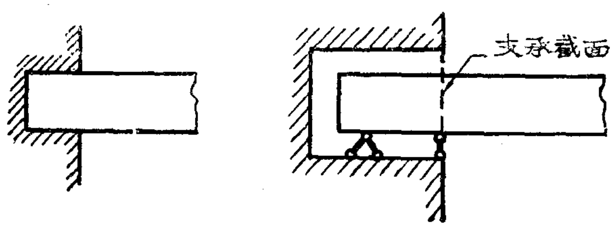
能阻止与某结构相连接的节点任何方向的线位移。它相当于不在同一平面内的三根支杆，其计算简图，如图 0-3*c* 所示。

四、固定支座

能阻止与某结构相连接的节点任何方向的线位移和角位移，其计算简图，如图 0-3*d* 所示。



(a) (b) (c)



(d)

图 0-3

第一章　结构组成分析

§1-1　基 本 概 念

既然结构是用来承受外载荷的，它就必须是牢固的，并能保持它的几何形状和位置，这种能维持结构几何形状和位置不变的性质，称为系统的“几何不变性”。

结构在外载荷作用下，其元件发生的弹性变形是很小的，在结构组成分析时，一般不考虑它。

如果，在外载荷作用下，结构元件没有弹性变形，而发生了系统几何形状的改变，则这种系统称为几何可变系统。一个几何可变系统是不可能承受任意形式外载荷的。如图1-1 *a* 所示的系统，在外力作用下就不能维持系统的几何形状，组成的元件要产生刚体运动。若对此几何可变系统增加一根杆件（见图1-1 *b*），系统便能维持其本身的几何形状和位置，也就成为几何不变了。

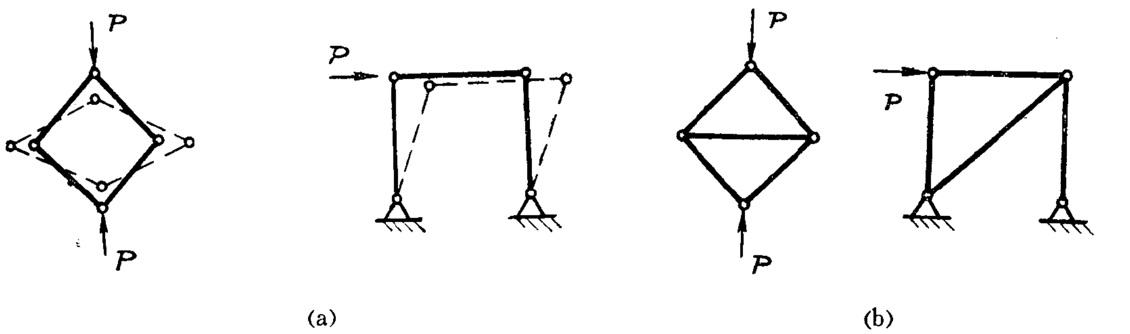


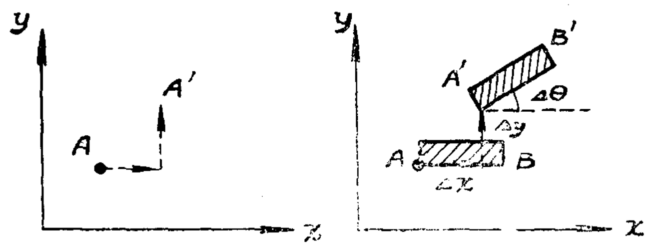
图　1-1

因此，在计算任何结构之前，必须分析它是否几何不变，否则计算便失去了意义。

若系统是几何可变的，则其全部或一部分便具有某种位移的自由。我们可应用理论力学中自由度和约束的概念，来分析系统组成元件的数目与其节点数目之间存在的关系。我们知道，平面内一点 A，其位置由 A 改变至 A'（见图1-2 *a*），可视作沿水平方向（x 轴方向）移动，又沿竖直方向（y 轴方向）移动。这就是说，平面内的一点有两种独立的运动方式，或者说有两个独立的坐标可以改变。因此，决定点的位置所需的独立几何参数的个数，称为自由度数。换句话说，一个点的自由度数，等于它独立运动方式的个数。所以，平面上一个点有两个自由度。

我们把平面内几何形状不变的平面体，简称为刚片。把空间内几何形状不变的物体简称为刚体。

同样道理，平面内一个刚片由原来的位置 AB，改变到后来的位置 $A'B'$（见图1-2 *b*），这个刚片可以有 x 轴方向的移动（Δx），有 y 轴方向的移动（Δy），还可以有在平面内的转动（$\Delta\theta$）。因此，平面内的一个刚片有三个独立的运动方式，即有三个独立的坐标 x、y、 θ 可以改变，所以我们说，平面内一个刚片具有三个自由度。



(a) (b)

图 1-2

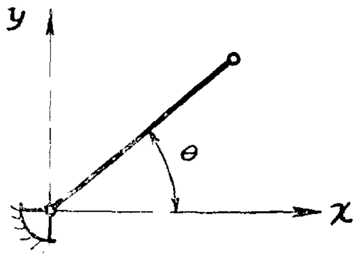


图 1-3

在空间内一个点有三个独立的运动方式，即有三个独立的坐标 x、y、z 可以改变，所以我们说，空间内一个点有三个自由度。在空间内一个刚体有六个独立的运动方式，即有六个独立的坐标 x、y、z，θ_x、θ_y、θ_z 可以改变，所以我们说，空间内一个刚体有六个自由度。

一般说来，如果一个系统有 n 个独立运动方式，我们就说这个系统有 n 个自由度。

在运动机构中，至少有一个自由度，即至少有一种运动方式。而工程结构应是几何不变系统，所以其自由度数为零。凡是自由度数大于零的系统都是几何可变的。

使系统减少一个自由度的装置称为一个约束。例如，平面内一点有两个自由度，如将这个点用两端具有铰链的杆件连接到固定的坐标原点上（见图 1-3），则此点即失去了一个自由度，因为该点的位置只需要一个角度 θ 就能完全确定。所以一根两端具有铰链的杆件相当于一个约束。进一步观察，如果使这一点完全失去自由度，则还需要有一根杆件与它连接。

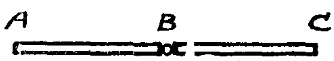


图 1-4

又如图 1-4 所示的两个梁 AB 和 BC 用一个铰链 B 连接在一起。如果两个孤立的梁在平面内共有六个自由度，现在用铰链连接后，自由度数便减为四个，因为我们用三个独立的坐标可以确定梁 AB 的位置，然后梁 BC 只能绕 B 点作转动，只需要一个转角就可以确定梁 BC 的位置。由此可见，一个连接两个物体的铰链，使自由度减少两个，也就是说一个铰链相当于两个约束。

一般说来，使一个系统减少 n 个自由度数的装置相当于 n 个约束。特别要注意：两端铰链连接的一个杆件相当于一个约束；平面上连接两个物体的一个简单铰链相当于两个约束。同样道理，在空间连接构件的球形铰链，相当于三个约束。

§1-2 系统的组成分析

我们从图 1-1 可以看到，系统的几何不变性可应用自由度和约束的概念分析。无论是平面系统，还是空间系统，只要加足够数目的约束后，系统没有多余的自由度数，系统就有可

能维持本身几何形状和位置，就有可能具有几何不变性。

设系统内所有约束的总数为C，自由度数为d，则它们之间应有下述关系

$$c \geqslant d \tag{1-1}$$

由式（1-1）可知，当$c>d$时，系统有多余约束，可能是几何不变的；当$c=d$时，系统无多余约束，可能是几何不变的；当$c<d$时，系统有多余的自由度，是几何可变的。

应用式（1-1）分析桁架系统，我们把系统看作由节点所组成的，并用两端有铰链的杆件作为约束，要使架桁系统具有几何不变性，所必需的约束数c（包括支座支杆）与节点数y（不包括基础上的定点）之间应满足下述关系：

平面桁架系统

$$c \geqslant 2y \tag{1-2}$$

空间桁架系统

$$c \geqslant 3y \tag{1-3}$$

应用式（1-1）分析刚架系统，我们把系统看作是由杆件所组成的，杆件当作刚片或刚体，而把刚性节点作为约束，并认为平面内一个刚性节点相当于三个约束，空间内一个刚性节点相当于六个约束。于是要使系统具有几何不变所必需的约束数c（包括刚性节点约束与固定支杆的总数）与杆件数G之间应满足下述关系

平面刚架

$$c \geqslant 3G \tag{1-4}$$

空间刚架

$$c \geqslant 6G \tag{1-5}$$

这里必须指出：式(1-2)至式(1-5)是使系统具有几何不变性的必要条件，但不是充分条件。如果这些约束布置得不合适，系统还可能是几何可变的。如图1-5所示平面桁架，节点数$y=6$，杆件约束数$c=9$，由于它没有与基础连接应扣除三个自由度，即满足式（1-2）。虽然它具有足够的约束数可能使系统具有几何不变性，但因该系统杆件（约束）布置得不合适，成了一种几何可变系统。这种属于内部几何可变的系统。

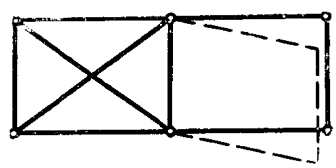


图 1-5

又如，设平面内一点m，用两根杆件作约束，连接到基础上，若这两根杆件在同一直线（见图1-6a），虽然点m是具有足够约束数，但它还可在垂直于kml的方向上有微小位移的可能。因为m点能绕k点作圆周运动（如图中虚线所示），也能绕l点作圆周运动，此时两圆周在m点相切，m点就可能在两圆弧的公切线方向上移动。但只要发生微小移动后，两杆件就不再在同一直线上，成为几何不变的了。这种系统称为瞬时可变系统。图1-6b所示的系统也是一个瞬时可变系统。

图1-6b中，如果杆件3-5与杆件4-5不在同一直线上，如图中虚线表示的位置，则这样的系统是几何不变的。因为两个圆弧没有公切线，节点5不可能同时在两个圆弧上移动。

由此我们将能讨论系统具有几何不变性的几条几何规律，这些规律是结构组成分析的基础。

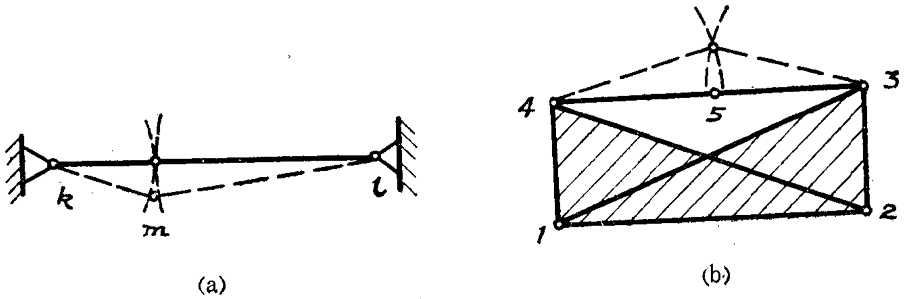


图 1-6

一、组成平面铰接系统过程中，每次从两个定点出发，用不在同一直线上的两根杆件来组成新节点，则这样组成的系统是几何不变的。这种方法称为逐次连接节点法。

那么，铰接三角形是最基本的几何不变平面系统。

若平面铰接系统，由铰接三角形作为起始系统，以后每加两根不在同一直线的杆件就得一个新的节点，如此组成的系统是几何不变的。如图 1-7 所示的铰接系统就是这样组成的。图 1-8 所示平面桁架，也是由铰接三角形开始，每加一个新节点是用不在一直线上的两根杆件连接的，但节点 13 却连接得不正确，因为它所连接的两根杆件 10-13 及 11-13 在同一直线上。如果每加一个新的节点用三根杆件去连接，那就具有多余约束了。

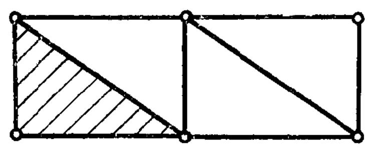


图 1-7

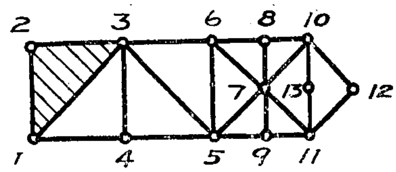


图 1-8

若空间铰接系统，由平面铰接三角形开始，每加一个新的节点用三根不在同一平面上的杆件来连接，这样组成的空间铰接系统是几何不变的。图 1-9 所示的系统就是这样组成的。又如图 1-10 所示的空间桁架，就是以铰接三角形 1-2-3 作为起始系统，以后按节点号码顺序组成的，但图中节点 9 就连接得不正确，因三根杆件在同一平面内。

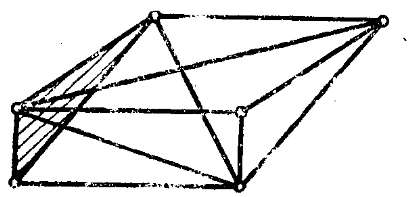


图 1-9

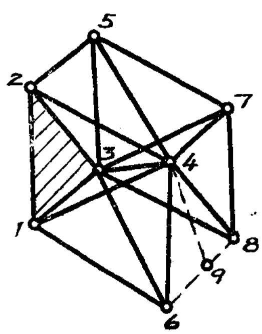


图 1-10

二、在同一平面内的两个刚片，用一个铰链和一根轴线不通过铰链中心的杆件相连接，

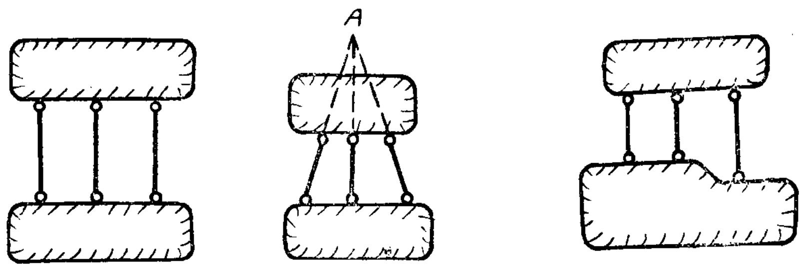
或用不完全平行也不同交于一点的三根杆件连接，这样组成的系统是几何不变的。

这里，我们把具有几何不变性的平面系统或空间系统也认为是刚片或刚体。

例如图 1-11 所示平面内两个刚片的连接是正确的，所组成的系统是几 何 不变的。

(a) (c)

图 1-11



(a) (b) (c)

图 1-12

图 1-12 *a* 所示系统是平面内两个刚片用三根长度相等，且互相平行的杆件连接而成的。此时，刚片有微小水平位移后，三根杆件仍然平行，两个刚片能继续发生刚体移动，因而这个系统是几何可变的。

图 1-12 *b* 所示系统是由平面内两个刚片用三根相交于一点的杆件连接而成 的。这 样 可使刚片绕其交点 A(即瞬心)有微小转动，但转动发生后，一般说来三根杆将不再交于一点，系统成为几何不变了。因而这个系统是瞬时可变的。

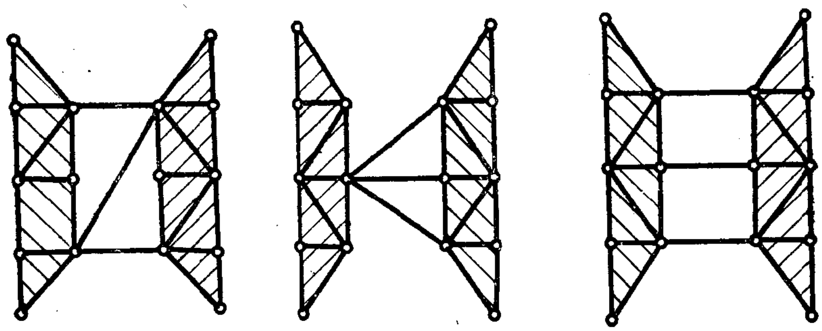
图 1-12 *c* 所示系统是平面内两个刚片用三根互相平行，但长度不等的杆件连接而成的。当刚片有微小水平位移后，三根杆件即不平行，则系统成为几何不变的，因而这样的系统同样是瞬时可变的。

图 1-12 所示的系统都满足式(1-1)，即满足几何不变性需要具有的最少约束数的必要条件，但是，由于连接的杆件布置得不合理，因此系统是几何可变的，或者是瞬时可变的。所以上面三种情形，可用来判断平面内刚片相互连接是否正确，是否具有几何不变性的条件。

简单平面桁架可看成是一个刚片，应用上述规律，将若干个简单平面桁架连接成一个系统，则称为复桁架。

例如，某一个平面桁架，再加连一个平面桁架，需要三个约束，可用三根杆件，或者一个铰链和一根杆件连接。如用三根杆件连接，要注意三根杆件不应同交于一点，也不能互相平行。如用一根杆件及一个铰链连接，则应注意该杆件不能通过铰链中心。如果依照这样方法，逐次连成复桁架，称为逐次连接桁架法。图 1-13 *a* 所示的连接是正确的，而图 1-13*b*、*c*

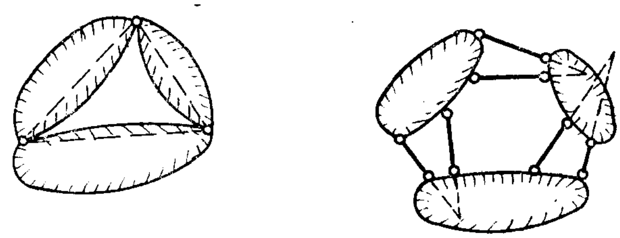
所示的连接是不正确的。



(a) (b) (c)

图 1-13

三、在同一平面内的三个刚片，用不在一直线上的三个铰链相连接，则所组成的系统是几何不变的。因为三个铰链间的连线形成的三角形是最基本的几何不变系统。如图 1-14 a 所示。

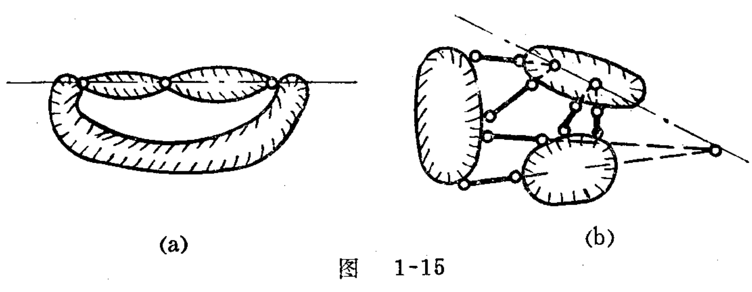


(a) (b)

图 1-14

显然，三个刚片也可以采用在每两个刚片互相之间用两根杆件相连接的方式组成。如图 1-14 b 所示。因为连接两个刚片的两根杆件的交点相当于一个铰链，我们称它为虚铰。只要六根杆件所形成的三个虚铰不在一条直线上，系统仍是几何不变的。

若有三个刚片，互相以在同一直线上的三个铰链相连接，则系统是瞬时可变的。例如图 1-15 a 所示的。事实上，它与图 1-6 的情形相似。



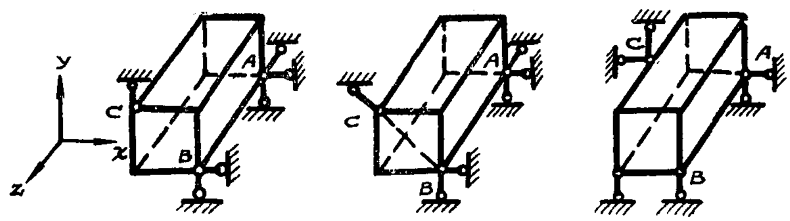
(a) (b)

图 1-15

图 1-15 b 所示的系统也是瞬时可变系统，因为六根杆件所形成的三个虚铰在一条直线上。

四、在空间内两个刚体用不相交于同一轴（无论这轴在有限远或无限远处）的六根杆件，所组成的系统是几何不变的。因为六根杆件相交于一个轴，则此轴称为瞬时转动轴。

如果，空间内两个刚体相连接的六根杆件形式上不相交于一轴，也并不能说明系统是几何不变的。当六根杆件布置得不适当，系统还可能是几何可变的，或者瞬时可变的。我们以空间一个刚体固定于基础来说明此问题。例如图 1-16 a 所示的是布置适当的 六 根 支杆，完全把刚体固定了。



(a) (b) (c)

图 1-16

如果六根支杆布置得不适当，在图 1-16 b 中，显然刚体可绕直线 AB 有 微 小 的转动。又如图 1-16 c 中六根支杆都在 AB 垂直的平面内，则刚体可沿直线 AB 有微 小 的移 动。也可认为六根支杆交于一直线，即交于三对支杆所在的三个互相平行的平面的交线上，而此交线是在无穷远处。这样看来，在图 1-16 b、c 中刚体都有一个转动轴，即六根支 杆的交线，所以刚体没有完全固定于基础，总之，当六根支杆相交于同一直线时，刚体的支承是几何可变的。

必须注意，六根支杆不相交于同一直线，是使刚体固定于基础的必要条件而不是充分条件。换句话说，当六根支杆不相交于同一直线，刚体未必已经固定于基础，在某些情况下，仍然有可能发生位移。这是因为刚体的微小位移可以是一个线位移和一个角位移，而不是单纯的角位移。为了实用上方便，下面指出使刚体由六根支杆支承是几何不变的充分条件。

1． 三根支杆交于一点的情况

若有三根支杆不在同一平面，并交于一点，在这种情况下，该点是固定了，且此六根支杆又不交于同一直线，则刚体的支承是几何不变的。

2． 三根支杆在同一平面的情况

若六根支杆中有三根在同一平面内而不交于一点，且此六根支杆不交于同一直线，则刚体的支承是几何不变的。

3． 一般情形

为了确定六根支杆是否已将刚体完全固定于基础，还可以应用空间力系的六个静力平衡方程计算六根支杆的反力。若六根支杆的反力能唯一确定，则支承是几何不变的，反之是几何可变的。

同样道理，空间内两个刚体用六根杆件相连接成的系统，也应是上述三种情形。

下面我们讨论瞬时可变系统的特征。

从理论上分析，瞬时可变系统只有无穷小的活动性，但实际上加载以后，将会有很大的位移，并且其内力可能是很大的，或者是不定值。现用图 1-17 的系统来证 明 这一点。设系统上作用有力 P，而支杆 1 不通过另外两根支杆的交点。

若要求支杆 1 的内力 N_1，可利用对 O 点的力矩平衡方程

$$\Sigma M_0 = 0$$

得到

$$Pr - N_1 d = 0$$

式中 r——O 点至力 P 作用线的垂直距离；

d——O 点至杆件 1 的垂直距离。

由此得到

$$N_1 = \frac{Pr}{d}。$$

如果，支杆 1 通过 O 点，则 $d = 0$，N_1 为无穷大；如果力P的作用线通过三根支杆的交点，即 $r = 0$，则 N_1 是不定值。

现在再来分析图 1-18 所示的系统（即与图 1-6a 所示的相仿）是瞬时可变的。

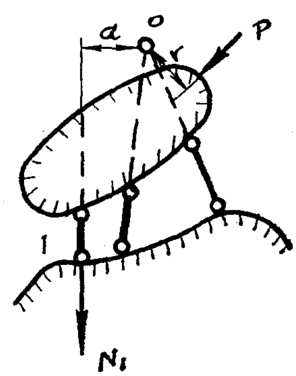


图 1-17

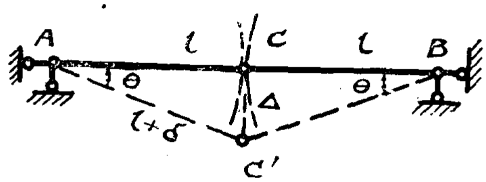


图 1-18

设图中 C 点有微小位移 CC' 等于 Δ。以 l 表示杆 AC 和 BC 的原来长度，δ 表示杆件因位移 Δ 而有的增长，θ 表示杆 AC, BC 的转角，则有

$$\delta = l\sec\theta - l = l\left(1 + \frac{\theta^2}{2} + \cdots\cdots\right) - l$$

$$\approx l\,\frac{\theta^2}{2}。$$

$$\Delta = l\,\mathrm{tg}\,\theta = l\left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \cdots\cdots\right)$$

$$\approx l\theta。$$

当位移很小时，θ 是微量，可见 Δ 为一阶微量，而 δ 为二阶微量。这就是说，当杆件微有增长时，节点 C 的位移将极为显著。瞬时可变系统在理论上虽然能有无穷小的位移，但实际上在载荷作用下可以发生很显著的位移。同时，瞬时可变系统在载荷作用下也可以产生很大的内力。例如图 1-19 所示的瞬时可变系统在 C 点有竖向载荷 P 作用，C 点移至 C' 以后，系统处于平衡。杆 AC 和 BC 的拉力N可用图中所示的力三角形得出为

$$N = \frac{P}{2\sin\theta}$$

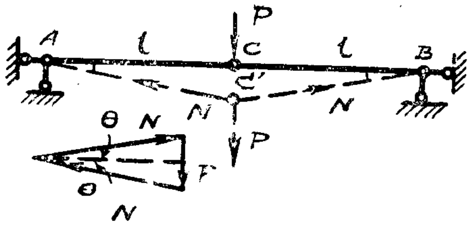


图 1-19

即使载荷 P 很小，因为杆件的转角 θ 很小，所以内力 N 很大。

由此可见，瞬时可变系统的特征是在外载荷作用下，系统的较大位移，对应于元件的较小的变形，而其内力可能是很大或不定值。因而在设计工程结构时不允许采用瞬时可变系统，而且还应避免采用与瞬时可变系统相近的系统。因为，那样的系统，其内力可能达到很大的数值。

最后，把分析系统几何不变性作一小结：

根据几何不变性的观点看来，系统可分为

系统
- 几何不变
  - 无多余约束——静定系统
  - 有多余约束——超静定系统
- 几何可变
  - 常变系统
  - 瞬时可变系统

所谓几何不变系统是指这样的系统：当其元件没有变形时，系统是不会改变其几何形状的，或者说，若元件都是绝对刚硬的，则各元件之间不会有相对的位移，并且由元件变形而引起的系统变形必须与元件变形为同一级微量。

当系统改变几何形状时，组成系统的各元件没有变形，则这种系统是几何可变系统。

分析系统几何不变性时，应当

1．首先利用式（1-1）检查其约束数是否够，换句话说，检查是否有多余的自由度。

2．由于具有足够的约束数的系统，不一定就是几何不变的，因此我们还必须用组成的几何规律直接分析系统的组成。在研究时，几何不变性很明显的个别部分，先分别用刚片或刚体代替，而后再用组成分析的几何规律进行分析判断。

例题1-1　试用组成分析研究图 1-20 所示系统的几何不变性。

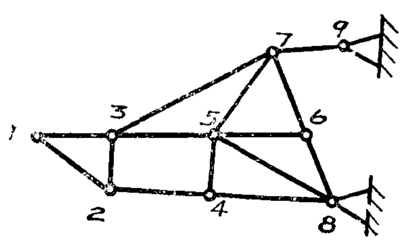


图 1-20