

DIANCICHANG JIBEN JIAOCHENG

电磁场基本教程

林安 杨平 主编

DIANCICHANG JIBEN JIAOCHENG



DIANCICHANG JIBEN JIAOCHENG

哈尔滨工程大学出版社

前 言

本书是根据国家教委 1987 年批准试行的《电磁场课程教学基本要求》，结合多年的教学经验并参考国内外相近教材编写而成的。其可作为高等工科院校电力类专业和电子类专业电磁场课程的教材，也可作为夜大、电大、函大、职大等相关专业的教材及电力、电气和自动控制等方面工程技术人员的参考书。

本书在内容安排上既照顾到电力类和电子类专业的特点，又考虑到学生今后在电磁场理论方面进一步提高的需要，按照承上启下，循序渐进的原则，系统地介绍了电磁场基本概念、基本理论及基本分析计算方法。全书共六章，第一、二、三章分别系统地阐述了静电场、恒定电场和恒定磁场的基本性质和基本的分析计算方法；第四章介绍了时变电磁场的基本理论；第五章简单地介绍了平面电磁波的内容；第六章介绍了均匀传输线。以 * 号标出的章节，供有关专业选用。

本书在文字叙述上力求简明扼要，通俗易懂。书中配有大量例题作为解题的示范，以帮助学生提高分析计算能力。

本书由哈尔滨理工大学林安、杨平、于涌源、梁学红编写。林安、杨平任主编，于涌源任副主编。全书由鲁世昌、高中文主审。

在编写和出版本书过程中，得到有关单位和同志的支持，在此致以诚挚的谢意。

限于我们的水平，书中不妥和错误之处在所难免。衷心地欢迎使用本书的师生批评指正。

编 者

1996 年 2 月

目 录

第一章 静电场	1
§ 1-1 电场强度	1
§ 1-2 电 位	6
§ 1-3 静电场中的导体和介质	13
§ 1-4 高斯通量定理和电位移矢量	15
§ 1-5 静电场的基本方程	27
§ 1-6 介质的分界面条件	32
§ 1-7 电位满足的微分方程	41
§ 1-8 边值问题	43
§ 1-9 求解边值问题的分离变量法	55
§ 1-10 有限差分法	67
§ 1-11 静电场的唯一性定理	85
§ 1-12 镜像电荷法	88
§ 1-13 电轴法	101
§ 1-14 部分电容	108
§ 1-15 静电场中的能量	115
§ 1-16 电场力的计算	120
小 结	126
习 题	128
第二章 恒定电场	135
§ 2-1 电流与电流密度	135
§ 2-2 电流密度与电场强度的关系	136

§ 2 - 3	导电媒质中恒定电场的 基本方程·分界面条件·····	138
§ 2 - 4	导电媒质中恒定电场与静电场的相似性 ·····	142
§ 2 - 5	电阻的计算 ·····	143
§ 2 - 6	接地电阻 ·····	147
小 结	·····	149
习 题	·····	150
第三章	恒定磁场 ·····	153
§ 3 - 1	磁感应强度·磁通连续性原理 ·····	153
§ 3 - 2	比奥-沙伐定律·安培环路定律 ·····	154
§ 3 - 3	向量磁位 ·····	158
§ 3 - 4	磁偶极子的磁场 ·····	163
§ 3 - 5	媒质中的磁场·磁场强度 ·····	166
§ 3 - 6	恒定磁场的基本方程·媒质分界面的条件 ·····	169
§ 3 - 7	标量磁位 ·····	172
§ 3 - 8	磁场的镜像法 ·····	174
§ 3 - 9	电感的计算 ·····	176
§ 3 - 10	磁场能量和力 ·····	181
小 结	·····	187
习 题	·····	190
第四章	时变电磁场 ·····	198
§ 4 - 1	电磁感应定律 ·····	198
§ 4 - 2	全电流定律 ·····	201

§ 4 - 3	电磁场的基本方程组	204
§ 4 - 4	电磁场中两种媒质分界面的条件	206
§ 4 - 5	坡印亭定理和坡印亭向量	209
§ 4 - 6	坡印亭向量的复数形式	213
§ 4 - 7	时变场的唯一性定理	215
§ 4 - 8	动态位	217
§ 4 - 9	辐射	221
小 结		225
习 题		227
第五章 平面电磁波		229
§ 5 - 1	理想介质中的均匀平面波	230
§ 5 - 2	平面波的极化	237
§ 5 - 3	均匀平面波的反射和折射	240
§ 5 - 4	导电媒质中的均匀平面波	248
§ 5 - 5	导电薄板中的涡流损耗·集肤效应	253
§ 5 - 6	邻近效应和电磁屏蔽的概念	259
小 结		260
习 题		261
第六章 均匀传输线		264
§ 6 - 1	均匀传输线的基本方程	264
§ 6 - 2	基本方程的正弦稳态解	269
§ 6 - 3	均匀传输线的参数与行波	274
§ 6 - 4	终端接不同负载时的均匀传输线	278
§ 6 - 5	无损耗均匀传输线	283

§ 6 - 6 均匀传输线的等值电路	291
小 结	294
习 题	296
附录一 坐标系	298
附录二 梯度、散度、旋度、 ∇^2 的表达式	301
附录三 常用向量运算公式	303
附录四 向量函数的积分特性	304
附录五 材料的参数和物理常数	305
习题答案	308

第一章 静电场

本章研究静电场。其中前四节的内容基本上是对普通物理中电学部分的复习,其余几节将研究静电场的基本方程、介质的分界面条件、边值问题的直接和间接解法,以及静电场中的能量和电场力的计算。

电场是电荷周围存在的一种特殊物质,如果产生电场的电荷相对于观察者静止不动,并且其所带电荷的电量不随时间变化,我们就称这种电荷为静电荷。静电荷产生的电场为静电场。静电场存在的表现是对引入场中的静电荷有力的作用。

§ 1-1 电场强度

真空中,有两个静电荷 q 和 q_1 如图 1-1 所示。 R 是由 q 所在点指向 q_1 所在点的距离向量。法国物理学家库仑通过对实验的总结



图 1-1

得出: q 和 q_1 之间有相互作用力存在, q_1 受 q 的作用力的大小和这两个电荷电量的乘积成正比,而和它们之间距离的平方成反比,作用力的方向与 R 一致或相反,即

$$f = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0 R^2} R^0 \quad (1-1)$$

这就是著名的库仑定律。式中： ϵ_0 为真空的介电常数（介电常数亦称为电容率），其值为 $\frac{1}{36\pi \times 10^{-9}}$ (F/m)； R^0 为 R 的单位向量即 $R^0 = \frac{R}{R}$ 。在国际单位制中电量的单位为库仑(C)，距离的单位为米(m)，介电常数的单位为法拉/米(F/m)，力的单位为牛顿(N)。

值得注意的是，上述所说的两个点电荷是指其线性尺寸和它们之间的距离相比十分微小的两个带电体。例如，我们可以将两个半径均为 1m 相距 1000m 的带电球体视为两个点电荷，而不能将两个半径均为 0.01m 相距 0.1m 的带电球体视为两个点电荷。

点电荷 q_i 之所以受到 q 的作用力，是因为其周围有点电荷 q 产生的电场。电场是一种向量场，其强弱和方向用电场强度 E 表示。电场中任意一点的电场强度定义为单位正电荷在该点所受的电场力。其数学表达式为

$$E = \lim_{q_i \rightarrow 0} \frac{f}{q_i} \quad (1-2)$$

对于点电荷 q ，其在真空中任意一点产生的电场强度为

$$\begin{aligned} E &= \lim_{q_i \rightarrow 0} \frac{f}{q_i} = \lim_{q_i \rightarrow 0} \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0 R^2} R^0 \frac{1}{q_i} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} R^0 \end{aligned} \quad (1-3)$$

我们把产生电场的电荷所在的点称为源点，把要计算电场的点称为场点，则 R 为源点到场点的距离， R^0 为从源点到场点的单位向量。在国际单位制中，电场强度的单位是伏特/米(V/m)。

从式(1-3)可见，点电荷在真空中产生的电场强度和该点电荷的电量成正比，即成线性关系。因此多个点电荷在真空中某点产生的电场强度等于各个点电荷在该点单独产生的电场强度的迭加，即真空中的电场具有可迭加性。

当带电体到场点的距离远远地大于带电体的线性尺寸时,可以将带电体近似地看作点电荷来计算其产生的电场。这样做既可使问题简化又能保证其解有足够的精度。但是当场点到带电体的距离不远大于带电体的线性尺寸时,就不能将带电体视为点电荷,在这种情况下不能不考虑电荷在带电体上的实际分布情况。我们把分布于带电体中的电荷称做体电荷,把体电荷在体积内的分布密度叫做体电荷密度。

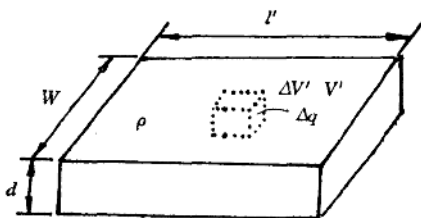


图 1-2

设体电荷分布于图 1-2 所示的体积 V' 中,在 V' 中取一体积元 $\Delta V'$,假定 $\Delta V'$ 中所含电荷的电量为 Δq ,则 $\Delta V'$ 中心处的体电荷密度为

$$\rho = \lim_{\Delta V' \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V'} = \frac{dq}{dV'} \quad (1-4)$$

在国际单位制中体电荷密度的单位为库仑 / 米³(C/m³)。

当图 1-2 中的 d 趋于零时,带电体就退化为带电面,如图 1-

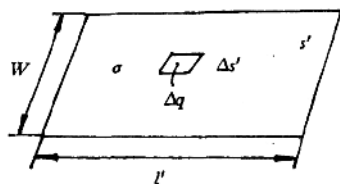


图 1-3

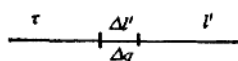
3 所示,原来分布于体积 V' 中的电荷现分布于面积 s' 上。我们称这种分布于面上的电荷为面电荷,其密度称为面电荷密度。面电荷密度定义为

$$\sigma = \lim_{\Delta s' \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta s'} = \frac{dq}{ds'} \quad (1-5)$$

在国际单位制中面电荷密度的单位为库仑/米²(C/m²)。

类似地,当带电面的宽度趋于零时,带电面 s' 就退化为带电线段 l' ,如图 1-4 所示,电荷分布于线段 l' 上。这种分布于线上的电荷叫做线电荷,线电荷分布的密度叫做线电荷密度。线电荷密度的定义为

$$\tau = \lim_{\Delta l' \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l'} = \frac{dq}{dl'} \quad (1-6)$$



在国际单位制中,线电荷密度的单位为库仑/米(C/m)。

图 1-4

为了便于说明问题,在上面的讨论中我们假定体电荷分布于长方体中,面电荷分布于矩形平面上,线电荷分布于直线上。实际上,体电荷可以分布于任意形状的体积中,面电荷可以分布于任意曲面上,线电荷也可以分布于任意曲线上。

分布电荷包括体电荷、面电荷和线电荷。在体电荷分布的体积 V' 中取一体积元 dV' ,在面电荷分布的曲面上取一面积元 ds' ,在线电荷分布的曲线上取一长度元 dl' 。假定这些体积元、面积元、长度元中所含电荷的电量为 dq ,则由体、面、线电荷密度的定义,可知体积元、面积元、长度元中电荷的电量为

$$\begin{aligned} dq &= \rho dV' \\ dq &= \sigma ds' \\ dq &= \tau dl' \end{aligned} \quad (1-7)$$

元电荷可看作点电荷,因而元电荷产生的电场强度的计算公式和点电荷产生的电场强度的计算公式相似,即

$$dE = \frac{dq R^0}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad (1-8)$$

式中: dq 为元电荷的电量、 R 为元电荷所在点到场点的距离向量, R^0 为 R 的单位向量; dE 为元电荷在真空中 R 处产生的电场强度。

由于真空中电荷产生的场具有可迭加性,因而可用统一的公式将分布电荷在真空中产生的电场强度的公式写为

$$E = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R^2} R^0 \quad (1-9)$$

应用此式时,若分布电荷为体电荷,则 $dq = \rho dV'$, $\int$ 为 $\int_{V'}$; 若分布电荷为面电荷,则 $dq = \sigma ds'$, $\int$ 为 $\int_{s'}$; 若分布电荷为线电荷,则 $dq = \tau dl'$, $\int$ 为 $\int_{l'}$ 。

例 1-1 如图 1-5,真空中有一长度为 $2l'$, 电荷密度为 τ 的线电荷。求 xy 平面上距线电荷为 r 处的电场强度。

解 设场点为 $p(x, y, z)$, 从坐标原点到 p 点的距离向量为 r 。在线电荷所在的线段上取一元段 dz , 则

$$dq = \tau dz$$

元电荷到场点的距离向量用 R 表示,根据式(1-8)可得

$$dE = \frac{\tau R^0}{4\pi\epsilon_0 R^2} dz$$

$2l'$ 长的线电荷在 p 点产生的电场强度为

$$E = \int_{-l'}^{l'} \frac{\tau R^0}{4\pi\epsilon_0 R^2} dz = \int_{-l'}^{l'} \frac{\tau R}{4\pi\epsilon_0 R^3} dz$$

将 $R = rr^0 - zk$ 及 $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ 代入上式,有

$$E = \int_{-l'}^{l'} \frac{\tau(r r^0 - zk)}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)^{3/2}} dz$$

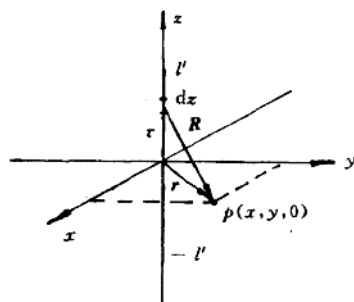


图 1-5

$$= \int_{-r}^r \frac{\tau r r^0}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)^{3/2}} dz - \int_{-r}^r \frac{\tau z k}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)^{3/2}} dz$$

后一个积分的被积函数为奇函数,因此其积分的结果为零,于是

$$\begin{aligned} E &= \int_{-r}^r \frac{\tau r r^0}{4\pi\epsilon_0 (r^2 + z^2)^{3/2}} dz \\ &= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} \frac{l'}{\sqrt{r^2 + l'^2}} r^0 \end{aligned}$$

从上面的例子很容易得到真空中沿 z 轴放置密度为 τ 的无限长线电荷所产生的电场强度为

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} r^0 \quad (1-10)$$

§ 1-2 电 位

电场中某点的电位被定义为将单位正电荷从该点移到电位参考点时,电场力所做的功。其数学表达式为

$$\varphi = \int_p^Q E \cdot dl \quad (1-11)$$

式中, p 表示要计算电位的点; Q 表示电位参考点; φ 为以 Q 为参考点 p 点的电位。在国际单位制中,电位的单位为伏特(V)。

式(1-11)是已知电场强度,求电场中某点电位的公式,是一个线积分。该式只要求给出参考点和场点的坐标,对这两点间的积分路径并无要求,也就是说积分路径可以是场点 p 和电位参考点 Q 间的任意一条曲线。那么,积分路径的任意性对场点的电位是否会有影响呢?下面我们来讨论这一问题。

图 1-6 表示点电荷在真空中产生的电场, Q 和 p 分别为电位参考点和要求电位的点。在 p 和 Q 之间任取一条积分路径 l , 并在 l 上取一元段 dl 。设 q 所在点到 dl 、 p 点、 Q 点的距离向量分别 R 、 R_p 和 R_Q , 点电荷 q 在 dl 处产生的电场强度为 E , 则 p 点的电位为

$$\varphi = \int_l E \cdot dl$$

将 $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} R^0$ 代入上式, 可得

$$\varphi = \int_l \frac{q R^0}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot dl$$

由于 $R^0 \cdot dl = dR$, 因而

$$\begin{aligned} \varphi &= \int_{R_p}^{R_Q} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} dR \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_p} - \frac{1}{R_Q} \right) \quad (1-12) \end{aligned}$$

这表明: 点电荷在真空中

产生的电场中, p 点的电位只和点电荷到 p 点的距离以及点电荷到参考点的距离相关, 而与积分路径 l 无关。

分布电荷在真空中产生的场可以看作元电荷在真空中所产生的场的迭加, 而元电荷又可看作是点电荷, 因此由分布电荷产生的场中的电位也必然和积分路径 l 无关。在分布电荷的量值及分布一定的条件下, 场中某点的电位只与该点的位置以及参考点的位置有关。由此可见静电场和重力场类似, 也是一种保守场, 具有守恒性。

在图 1-7 中, p 点和 Q 点仍分别表示场点和电位参考点。取两条路径 pnQ 和 pmQ 分别计算 p 点的电位, 则有

$$\int_{pmQ} E \cdot dl = \int_{pnQ} E \cdot dl$$

移项后, 可得

$$\int_{pmQ} E \cdot dl - \int_{pnQ} E \cdot dl = 0$$

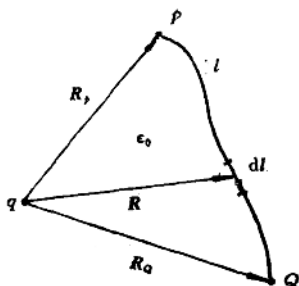


图 1-6

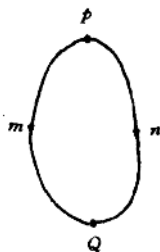


图 1-7

将式中后一个积分的积分路径颠倒后和前一个积合并,有

$$\int_{\rho m Q, \rho} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

或者写作

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-13)$$

此式表明:在静电场中(注意,到目前为止,我们讨论的仍是真空中的电场),电场强度沿任意一条闭合曲线的积分恒等于零。这是静电场为守恒场的必然结果,也是静电场应满足的基本方程之一。

电场中的电位,除了和电荷的分布、场点的位置有关外,还与电位参考点的选择有关。参考点取的不同,电位值就不同。对于同一电场中的同一点,取两个不同的参考点所得的两个电位相差一个常数。电位参考点应根据需要进行选择,选择的原则是使电位计算简便并有意义。如果电荷分布于有限范围内,通常取无限远处为电位参考点。

当电位参考点取在无限远处时,由式(1-12)可得点电荷在真空中引起的电位表达式为

$$\begin{aligned} \varphi &= \lim_{R_Q \rightarrow \infty} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_P} - \frac{1}{R_Q} \right) \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_P} \end{aligned}$$

或者表示为

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1-14)$$

如前所述,分布电荷中的元电荷可视为点电荷,因此分布电荷中的元电荷 dq 在真空中引起的电位为

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1-15)$$

而分布电荷引起的电位为

$$\varphi = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1-16)$$

对于各种分布电荷,此式中的 dq 和 $\int$ 的意义同 §1-1 节所述,此处不再重述。值得注意的是用式(1-16) 计算电位时,电荷应分布在有限范围内,电位的参考点是在无穷远处。

电场中两点之间的电压为这两点的电位之差。设电场中有 A 、 B 两点,则

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \varphi_A - \varphi_B \\ &= \int_A^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} - \int_B^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \end{aligned} \quad (1-17)$$

这就是说电场中 A 、 B 两点之间的电压等于电场强度沿任意一条曲线从 A 点到 B 点的积分。

电场强度是向量函数,电位是标量函数,因而在一般情况下电位的计算要比电场强度的计算简单得多。在计算电场问题时,我们可以先求电位然后再由电位计算电场强度。下面我们讨论由电位计算电场强度的公式。

考虑图 1-8 中的 A 、 B 两点。 A 、 B 两点之间的电位差为

$$\varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

由于 Δl 很小,其上的 $\mathbf{E}$ 可以看作常数,于是

$$\begin{aligned} \varphi_A - \varphi_B &= \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{l} \\ &= E \Delta l \cos \theta \end{aligned} \quad (1-18)$$

$E \cos \theta$ 是电场强度在 Δl 上的投影,记为 E_l ; $\varphi_A - \varphi_B = -(\varphi_B - \varphi_A)$, 记为 $-\Delta \varphi$ 。当 $\Delta l \rightarrow 0$ 时,式(1-18) 可写为

$$E_l = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left(\frac{-\Delta \varphi}{\Delta l} \right) = - \frac{\partial \varphi}{\partial l} \quad (1-19)$$

上式表示:电场强度在 l 方向的分量等于电位对 l 的方向导数的负

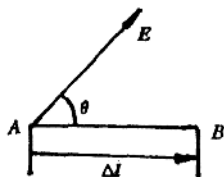


图 1-8

值。

将 l 分别看作直角坐标系中的 x 、 y 和 z ，由式(1-19)可得电场强度的 x 、 y 和 z 分量分别为

$$E_x = - \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

$$E_y = - \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$E_z = - \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

由此可得

$$\begin{aligned} E &= - \frac{\partial \varphi}{\partial x} i - \frac{\partial \varphi}{\partial y} j - \frac{\partial \varphi}{\partial z} k \\ &= - \text{grad} \varphi \end{aligned} \quad (1-20)$$

即：电场中某点电场强度的方向和该点电位梯度的方向相反，大小等于该点电位的最大变化率。在电磁场中为了书写方便，通常将“grad”用哈密尔顿算子“ ∇ ”表示，读作“napla”。因而前式亦可写为

$$E = - \nabla \varphi \quad (1-21)$$

哈密尔顿算子在不同的坐标中，其形式也不同。在直角坐标中

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$$

其它坐标中的表达式参阅附录二。

例 1-2 真空中半径为 a ，线密度为 τ 的线电荷如图 1-9 所示。求轴线上距圆心为 z 处 p 点的电位和电场强度。

解 在圆周上取一元段 dl ，该元段所带电荷

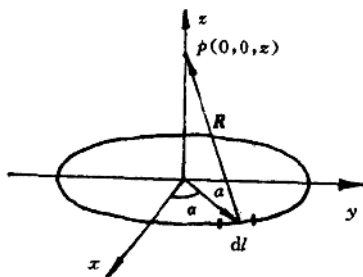


图 1-9

的电量为

$$dq = rdl = r a da$$

若 dl 到 $p(0,0,z)$ 点的距离向量用 R 表示, 则元电荷 dq 在 p 点引起的电位为

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\tau a}{4\pi\epsilon_0 R} da$$

圆形线电荷在 p 点产生的电位为

$$\begin{aligned}\varphi &= \int_0^{2\pi} \frac{\tau a}{4\pi\epsilon_0 R} da \\ &= \frac{\tau a}{2\epsilon_0 R} \\ &= \frac{\tau a}{2\epsilon_0 \sqrt{z^2 + a^2}}\end{aligned}$$

根据求出的电位函数及式(1-21)可得

$$\begin{aligned}E &= -\nabla\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}i + \frac{\partial\varphi}{\partial y}j + \frac{\partial\varphi}{\partial z}k\right) \\ &= -\frac{\tau a}{2\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\sqrt{z^2 + a^2}} \right) k \\ &= \frac{\tau a}{2\epsilon_0} \frac{z}{(a^2 + z^2)^{3/2}} k\end{aligned}$$

例1-3 真空中, 半径为 a 面电荷密度为 σ 的圆盘如图1-10所示。求 p 点的电场强度, 再用求得的结果进一步求无限大平面电荷周围的电场强度。

解 以坐标原点为圆心, 在圆盘上作一半径为 r , 宽度为 dr 的圆环。由例1-2的结果可知此圆环在 p 点产生的电场强度为

$$dE = \frac{\sigma dr}{2\epsilon_0} \frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} k$$

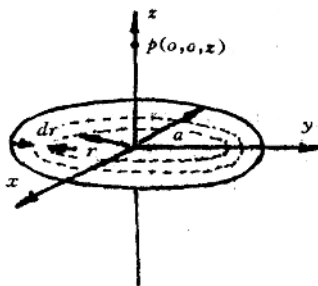


图1-10