



数学 800 分

应试技巧及试题详解

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

● 唐金龙 编著

● 上海外语教育出版社

346409

# GRE 数学 800 分

## 应试技巧及试题详解

唐金龙 编著



上海外语教育出版社

DV100/03

GRE 数学 800 分

应试技巧及试题详解

唐金龙 编著

上海外语教育出版社出版发行

(上海外国语学院内)

上海中华印刷厂印刷

新华书店上海发行所经销

开本 787×1092 1/32 9 印张 266 千字

1990 年 9 月第 1 版 1990 年 9 月第 1 次印刷

印数: 1—4,000 册

ISBN 7-81009-540-4/G·147

定价: 4.00 元

## 前 言

近年来,有越来越多的学者准备出国深造,参加 GRE 考试。美国和加拿大许多大学和研究机构都以 GRE 作为录取硕士研究生和博士研究生的入学考试,并作为评定奖学金的重要考核标准之一。

GRE 一般考试包含三个部分:语言能力,定量能力(即数学能力),和分析推理能力。每一部分的满分为 800 分。在语言能力方面,中国考生与美国考生一起竞争,先天条件较差。但是在数学能力方面,如果教学得法,可以超过美国考生。数学内容的难度不高,但要在限定时间内取得满分或高分也很不容易。

编者在长期教学实践中注意到:有些考生在大学时期忙于本专业而忘记了基础数学;有些考生学过高等数学,但因忽视某些“小节”而失了分。大多数考生的共同特点是:工作学习繁忙,准备时间紧缺。本书的目的就是帮助考生用最短的时间获得最佳的效果。

数学考试的难处主要是:中国考生对数学方面的英语单词不熟悉,数学的基本概念不清,试题语句阅读理解上的错误。

针对这一情况,编者在教学工作中曾采用过一些方法。经实践证明,这些方法能够帮助不少考生在短期内解决这些难点,得到满分或高分。编写本书也采用这些方法:

1. 重点介绍考试需用的数学术语,简明扼要,易学易记;

2. 复习基础数学概念，注意关键“小节”；

3. 选用真实试题作典型分析，识别难句理解的正误，从实例中总结诀窍，反复操练；

4. 鉴于某些地区找不到英语数学教师解答疑难，本书选用的试题都有试题分析，便于自学。

读者采用本书认真复习后，宜对照检查自己的差错，弄清正误的所以然。隔段时间把这些难题再做一遍，并总结经验教训。这样可以满怀信心地去参加考试。

希望本书能帮助有志出国深造的青年朋友们短期突破，夺取胜利。欢迎读者对本书的缺点错误提出批评或建议，以便改进。

编 者

1990年1月

# 目 录

## 前 言

|                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| 第一章 GRE 考试简介 .....                    | 1   |
| 1. GRE 一般考试的内容 .....                  | 2   |
| 2. GRE 考试的成绩 .....                    | 4   |
| 3. 中美考生实力比较 .....                     | 5   |
| 第二章 GRE 定量能力测试的概况 .....               | 8   |
| 第三章 数学的主要概念 .....                     | 10  |
| 1. Arithmetic 算术 .....                | 10  |
| 2. Algebra 代数 .....                   | 17  |
| 3. Geometry 几何 .....                  | 21  |
| 4. Common Verbal Problems 常见应用题 ..... | 29  |
| 第四章 数学试题的三种类型 .....                   | 34  |
| 1. 比较型 .....                          | 35  |
| 2. 一般计算型 .....                        | 44  |
| 3. 图表型 .....                          | 53  |
| 第五章 怎样正确迅速解题 .....                    | 64  |
| 1. 熟练基本功 .....                        | 64  |
| 2. 从实例找窍门 .....                       | 68  |
| 3. 经验教训 .....                         | 79  |
| 第六章 试题练习及分析 .....                     | 83  |
| Practice Test 1 .....                 | 86  |
| Practice Test 2 .....                 | 97  |
| Practice Test 3 .....                 | 111 |

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| Practice Test 4                    | 124 |
| Practice Test 5                    | 136 |
| Practice Test 6                    | 150 |
| Practice Test 7                    | 163 |
| Practice Test 8                    | 177 |
| Practice Test 9                    | 192 |
| Practice Test 10                   | 204 |
| Practice Test 11                   | 217 |
| Practice Test 12                   | 232 |
| Practice Test 13                   | 247 |
| Practice Test 14                   | 260 |
| 附录一 GRE General Test, Form GR89—12 |     |
| 成绩换算表                              | 273 |
| 附录二 简明数学术语表                        | 276 |
| 附录三 考场须知                           | 281 |

## 第一章 GRE 考试简介

目前美国和加拿大许多大学研究生院以及研究机构都要求申请攻读硕士学位或博士学位的本国和外国大学毕业生参加由美国教育考试服务处(Educational Testing Service, 简称 ETS) 主办的 GRE (Graduate Record Examination) 考试。这种考试的目的是评估大学毕业生的学习成绩和在专业领域内攻读学位和从事学术研究的能力。学生的考试成绩将被作为其是否被录取或能否获得奖学金的重要依据。GRE 考试的语言和知识难度无疑要比 TOEFL (Test of English as a Foreign Language) 考试高得多。后者是为打算进入美国大学读书的非英语国家学生主办的, 目的是测试他们是否具备必要的听、读、写的语言能力。

在中国, GRE 考试由中国国外考试协调处 CIECB (China International Examinations Coordination Bureau) 代理领导下的全国各地的国外考试中心组织进行, 每年举行 3 次 (10 月、2 月和 4 月)。为了确保客观性和真实性, 考试成绩由 ETS 直接寄往考生指定的学校。

GRE 考试有两种, 一种是专业考试 (Subject Test), 另一种是一般考试 (General Test)。目前, 少数大学研究生院及研究机构的专业要求申请人参加 GRE 专业考试, 或 GRE 专业考试加 GRE 一般考试, 而多数的院系只要求申请人参加 GRE 一般考试。考试日期一般安排在星期六, 上午是一般考试, 下午是专业考试。但考生并不需要在同一天连续参加一般考试和专业考试。(同一天考收费稍低, 分两次报名收费较高。)

专业考试由大学教师在 ETS 测试专家协助下进行命题。他们在各学术领域进行调查研究, 并从多种不同的教学计划和课程设计中收集资料。所以几乎没有一名考生能够熟知考试的全部范围或正确回答全部试题。报名应试者可以领到一本介绍专业考试要求、样题及评

分标准的小册子 (Descriptive Booklet)。每次专业考试的时间为 2 小时 50 分。目前举行的专业考试有 15 种: Biology, Chemistry, Computer Science, Economics, Education, Engineering, Geology, History, Literature in English, Mathematics, Music, Physics, Political Science, Psychology, and Sociology.

关于 GRE 一般考试的情况,将在下文中作介绍。

## § 1 GRE 一般考试的内容

GRE 一般考试的内容有三部分:1. 语言能力 (Verbal Ability); 2. 分析能力 (Analytical Ability); 3. 定量能力 (Quantitative Ability), 即我们通常所称的数学能力。

语言能力每次考 2 节 (Section), 每节有 38 道题, 每节时间规定为 30 分钟。其中包括 4 种试题: 1. 填充造句题 (Sentence Completions) 7 道; 2. 词义关系类推题 (Analogies) 9 道; 3. 阅读理解题 (Reading Comprehension) 11 道; 4. 反义词 (Antonyms) 11 道。在每次 2 节语言能力试题中, 有 4 段分别取自人文科学 (Humanities)、社会科学 (Social Sciences)、生物科学 (Biological Sciences) 和自然科学 (Physical Sciences) 4 种学术领域的阅读理解材料。这些阅读理解材料并不要求考生具备某一学科的专门知识, 而是测试考生各方面的基础常识和阅读理解能力。这些基础常识是硕士研究生和博士研究生应该具备的。至于类推题和反义词, 涉及许多罕见而又艰难的词汇, 需要刻苦学习才能掌握。

分析能力每次考 2 节, 每节有 25 道题, 每节时间 30 分钟。由两种试题组成: 1. 分析推理 (Analytical Reasoning) 19 道, 类似智力测验, 每组题目给出几个已知关系, 然后要求解答几道分析推理选择题。2. 逻辑推理 (Logical Reasoning) 6 道。由一段短文提出某个论点 (argument), 要求根据短文依逻辑推理解答 1 道或 2 道选择题。分析能力测试并不要求考生具备形式逻辑或某种专门知识。考生根据普通常识、技能、词汇和计算能力进行解答。在限定时间内完成答卷是有相当

难度的。如能多做些往年真实试题,能收到较好效果。

定量能力每次考2节,每节30分钟做30道题。测试理、工、文、医各专业都应具备的数学基础知识和运算技能。定量能力考试的内容和应试技巧,将从第二章起逐步进行详细讨论。

GRE一般考试的时间安排:

进场后依照监考人指示逐项填写答卷(Answer Sheet)的姓名、出生年月、地址等各栏,约需20分钟。然后有7节试题。待全部考完总共超出4小时。(具体时间分配详见下表)。

| Section           | Time Allowed | Contents                                   |
|-------------------|--------------|--------------------------------------------|
| 1                 | 30 minutes   | Verbal Ability 38 questions                |
| 2                 | 30 minutes   | Verbal Ability 38 questions                |
| 3                 | 30 minutes   | Analytical Ability 25 questions            |
| 10 - minute break |              |                                            |
| 4                 | 30 minutes   | Analytical Ability 25 questions            |
| 5                 | 30 minutes   | Quantitative Ability 30 questions          |
| 6                 | 30 minutes   | Quantitative Ability 30 questions          |
| 7                 | 30 minutes   | Verbal, Analytical or Quantitative Ability |

以上各节(Section)的排列先后次序,在每次考试时各不相同。7节试题中,计算考分的为6节(其中语言能力2节,分析能力2节,定量能力2节)。另1节为不计成绩的实验性试题,可能是语言能力,也可

能是分析能力或定量能力,但是考生不知道其中哪一节是实验性试题。这一节试题是新编的,经过考试及批改的实践,评估一下试题是否合理、有否缺陷,然后进行修订,保证质量,存入题库,以作为将来的正式试题。

## § 2 GRE 考试的成绩

GRE 一般考试成绩是这样评定的:首先计算原始分(raw score)。以符合最佳选择答案的题目数作为原始分。一般考试中做错题目不倒扣,因此考生可以猜测解题。然后根据换算表化为标度分(scaled score)。每次考试的难度略有不同,因此换算表也稍有差异。虽然考生参加考试的年月不同,但是同一个标度分可以基本上表示考生具有同等水平。语言、分析和定量每一部分的标度分满分是 800 分,最低分为 200 分。换言之,如果全部做错也有 200 分。三个部分满分合计 2,400 分。各校各系要求的分数线不尽相同。有些院系在语言、分析和定量 3 个部分中只要求两个部分的成绩,另一部分仅作参考。

GRE 专业考试最高考分为 990 分,最低考分为 200 分。专业考试中做错的题目要倒扣分。各个专业的试题数目和成绩换算各有具体规定,刊在报名时所发的各专业的小册子中。

GRE 一般考试的成绩报告单内分别列出语言、分析和定量三个部分的分数及总分;并且列出各部分分数的百分位名次(percentile rank),表明该考分在近 3 年参加考试者的考分中相对地按百分比排列的名次。

为了说明 GRE 一般考试的成绩换算,请参阅本书第 273 页, GRE General Test, Form GR89—12 的成绩换算表。

例:某考生参加 GR89—12 考试。其中 Verbal Ability 共 76 题,他答对 41 题,原始分为 41,标度分为 460, % below 为 45,即尚有 45% 的考生成绩在 460 分之下。

在这次考试中 Quantitative Ability 共有 60 题。他如果答对 55 题,则原始分为 55,标度分为 750, % below 为 90,即表示尚有 90%

的考生得分在 750 分以下。

假如他在 Analytical Ability 的 50 题中, 答对了 31 题, 那么原始分为 31, 标度分为 600, % below 为 70, 即表示尚有 70% 的考生得分在 600 分之下。GR89—12 的 Analytical Ability 试题与以往考试相比, 难度较高, 所以在成绩换算表中同样的原始分所得的标度分也较高。各次考试的得分换算表都略有不同。

GRE 考试的成绩报告单在考后 6 个星期 (也可能稍迟些), 由 ETS 直接寄往考生报名指定的 4 所学校。按目前规定, 各地考试中心在考后 2—3 个月内通知中国考生本人凭准考证领取成绩单。

值得注意的是: ETS 寄送 GRE 成绩是累积性的, 即它将把考生近 5 年之内参加的历次考试的成绩一起送出。例如某考生参加了 1989—90 年度的一次考试, ETS 将他当年的成绩以及 1984 年 10 月以后他参加的历次考试成绩一并寄送给报名的院校。考生可以要求 ETS 向其指定的某校寄送一般考试、或专业考试、或两种考试的成绩, 但是不能选择某次考试时间的成绩。所以考生应充分准备, 争取一举成功。如果仓促报考成绩很差而下次再考的话, 那么, 累积报告历次成绩, 将会对录取产生不良影响。

如果考生在报名时填了几所院校, 事后想更改, 可以在考试结束时向监考人索取更正单, 当场填写交给监考人或考试中心。

### § 3 中美考生实力比较

美国学生报考研究生, 同样需参加 GRE 考试。中国学生的竞争对手中有许多讲英语国家的考生。相比而言, 彼此都有各自的有利和不利条件。知己知彼, 方能百战不殆。为了取胜, 请先看近年来 GRE 考试的平均成绩, 并将其与自己的水平相比较, 以衡量自己的竞争能力。

根据下页统计表分析, 各类考生平均分数如下: 人文科学类: 语言 496—542, 定量 497—532, 分析 534—556。自然科学类: 语言 477—518, 定量 641—677, 分析 582—596。

GRE 一般考试平均成绩

| Intended Graduate<br>Major Field Group | Number<br>of<br>Exami-<br>nees | Verbal<br>Ability | Quantita-<br>tive Ability | Analytical<br>Ability |
|----------------------------------------|--------------------------------|-------------------|---------------------------|-----------------------|
| <b>HUMANITIES</b>                      |                                |                   |                           |                       |
| Arts                                   | 8,887                          | 496               | 497                       | 534                   |
| Languages, Other<br>Humanities         | 32,620                         | 542               | 532                       | 556                   |
| <b>SOCIAL SCIENCES</b>                 |                                |                   |                           |                       |
| Education                              | 26,266                         | 453               | 483                       | 511                   |
| Behavioral Sciences                    | 63,143                         | 509               | 526                       | 544                   |
| Other Social Sciences                  | 30,139                         | 475               | 487                       | 514                   |
| <b>BIOLOGICAL<br/>SCIENCES</b>         |                                |                   |                           |                       |
| Bioscience                             | 19,922                         | 507               | 582                       | 570                   |
| Health Sciences                        | 33,123                         | 467               | 505                       | 523                   |
| Other Applied Bio-<br>science          | 10,985                         | 487               | 554                       | 554                   |
| <b>PHYSICAL SCIENCES</b>               |                                |                   |                           |                       |
| Engineering                            | 35,954                         | 477               | 677                       | 582                   |
| Mathematical Sciences                  | 22,475                         | 487               | 659                       | 536                   |
| Physical Sciences                      | 18,040                         | 518               | 641                       | 591                   |

注：1. 本表根据 1984 年 10 月至 1987 年 9 月之间，大学本科四年级学生及  
本科毕业尚未满 5 年参加研究生入学考试者的成绩进行统计。

2. 按报考专业分别统计。

中国考生与美国等讲英语国家的许多考生进行竞争,在语言方面由于词汇很难而且不熟悉西方文化背景,中国的本科毕业生要达到语言平均分(约 500 分)是十分吃力的。在分析能力方面,中国考生由于阅读理解速度较慢而且不熟悉西方文化,要达到分析平均分(约 550 分)也是很不容易的。至于定量方面,美国考生的平均成绩较低,中国考生虽在生词和阅读理解方面存在着障碍,要抢速度得满分也不容易,但数学基础总的说来要强一些。如果有较好的指导,加上本人的努力,可以花较短的时间取得突破。中国考生中数学基础好的应力争达到或接近 800 分,数学基础差一些的应力争达到或接近 700 分,从而在总分上获得高分。实践证明这是完全可能做到的!

究竟要达到怎样的分数才能被录取或取得奖学金呢?各学校各系科的要求都不一样。必须向招生院校询问或从招生简章中具体了解。

这里介绍一个成功的事例。某君 1985 年毕业于英语系本科,在同班同学中约为前三名的水平。他虽主修英语,但同样感到语言部分许多词汇从未接触,需要花很大功夫。他在定量(即数学)方面有正常的基础,而且并不因为自己是文科学生而嫌弃数学。分析部分是从头开始准备的。他花了约两年业余时间进行认真准备。每逢有亲友同学参加 GRE 考试,他在事后总要去取经,了解信息和教训,引以为鉴。1988 年 2 月他参加了 GRE 一般考试,语言得 410 分,定量得 790 分,分析得 390 分。他所申请的专业是社会学,该系要求语言和定量两门分数即可。在竞争者中他名列前茅,获得担任一部分助教工作和攻读硕士学位的全部奖学金,不求私人的担保或一分钱资助,于同年 8 月十分顺利地获得签证去美国 University of Minnesota 深造。

必须指出,各院校各系科的要求和竞争人数不尽相同。象上述考试如果在某些竞争激烈的热门学科中,一般可以录取,但尚不能得奖学金。每一位中国考生应根据自己的具体情况合理安排复习时间,争取三部分都获得高分。就某种意义来说,定量部分如果教学得法,可以用较短时间得到较大幅度的提高,这是争取总分获得高分的捷径。本书正是为这个目标而编写的。

## 第二章 GRE 定量能力测试的概况

GRE 定量部分是为了测试考生对数学基础概念的理解、数学技巧和定量推理的能力以及根据数据资料进行推理和解答问题的能力。这是所有各种专业的考生,不论是文、理、工、医……,都应该具备的常识和能力。试题涉及到算术、代数、和几何(包括坐标几何和最简单的立体几何)。考试的范围和内容大致如下:

算术测试的内容包括:加减乘除、乘方、有理数、约略估计、百分比、平均值、数的性质(奇整数、偶整数、质数、因数、倍数)、基础统计、概率、图表理解和分析。

代数测试的内容包括:简化代数式、分解因式、方程式、不等式和运用基础代数解答应用题。

几何测试的内容包括:平行线、圆、圆心角、圆周角、三角形、矩形、多边形、计算周长、面积、体积、简单的坐标几何和最简单的立体几何。直角三角形勾股定理,尤其是 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 和 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 三角形的角边关系常有涉及。至于几何的证明题不在考试范围之内。

数学考试的内容是常识性的,大致相当于高中一年级的水平,要求在规定的时间内正确而迅速地判断答案。就笔者在教学实践中接触到的中国考生而言,大多数人能够达到或超过 GRE 全部考生的数学平均分数(文科约为 500 分,理工科约为 650 分)。中国考生如果准备得法,有可能达到 700 分或者 800 分。但是在实际考试中获得 800 分的毕竟还不多,有些人甚至考得相当差。

为什么会失分?为什么不能发挥应有的水平?分析起来有以下几个原因和障碍:

一是单词关。由于不认识某些单词,或者不清楚这些单词构成的词组的确切意义是什么,就会出错。例如:consecutive odd integers (连续的奇整数)。又如:seven less than five  $x$ , 究竟意为:

$7 < 5x$ , 还是  $5x - 7$  呢?(见第 16 页, 第 16, 17 题)

二是阅读理解关。不少中国考生未接触过英语数学书, 虽然认识每个单词, 但仍不能肯定某些叙述的题意是什么, 因此常因反复推敲而耽误时间, 甚至做错。例如 1988 年的试题中有这样一道图表题: *There were more than 6 times the number of females in the professional occupations as in the official/administrative occupations.* (见第 239 页, Practice Test 12, No. 25) 这里究竟是前面数种职业的妇女人数多呢, 还是后面数种职业的妇女人数比较多呢? 这道题在全部考生(包括美国人)中只有 6% 的人答对。一部分原因是没有采用简捷方法而陷入复杂运算的迷宫中。另一个失误原因, 就中国考生而言, 还有阅读理解的障碍。

三是基本概念关。某些试题十分简单, 只因应试者对基本的定义或概念没有搞清, 做错了还自以为很正确。例如: 5, 10, 15, 20, 22, 在这些数字中, 5 的倍数究竟有 4 个还是 3 个? 你若概念模糊, 不拘小节, 就会在这个十分简单的试题上失分, 岂不误了大事。即使是数学程度很高的人也应注意, 切不要小看基础定义。

四是速度与时间关。每节数学试题有 30 道, 规定时间为 30 分钟。其中 5 道图表题需花时间较多。虽然数学内容只相当于高中水平, 但速度慢了就会失分。

有些考生在大学里忙于本专业课程, 把基础数学忘记了。还有些考生虽在大学里学过高等数学, 但可能忽略了某个基础定义或看不懂试题的意义。考生的具体情况各有不同, 但失分的原因不外乎上述几种。针对上述失分原因, 本书采用以下的方法:

1. 复习基本概念;
2. 熟记简明数学术语表(见附录二);
3. 选择有代表性的试题介绍阅读理解;
4. 通过实例介绍应试技巧;
5. 编选历年真实试题作为操练;
6. 试题解答分析。

## 第三章 数学的主要概念

定量能力测试(即数学测试)涉及的内容是各专业研究生所应具备的数学基础知识和技能。本章介绍考试涉及的数学主要概念。这些术语、定义、定理和公式,都是简单的基础知识。正因为简单,考试时因匆促粗心,概念不清,往往失误。请读者耐心仔细地阅读,记住各个单词和定义,弄清概念,为夺取高分奠定基础。

### § 1 Arithmetic 算术

The numbers  $0, 1, 2, 3, \dots$  are called whole numbers or integers(整数). So 23 is an integer but  $1\frac{1}{2}$  is not an integer.

A number greater than zero is called a positive number (正数).

A number smaller than zero is called a negative number (负数).

0 is an integer, but it is neither positive nor negative.

An integer that is divisible by 2 is an even integer (偶整数).

An integer that is not divisible by 2 is an odd integer (奇整数).

For any two numbers on the number line(数轴), the number on the left is less than the number on the right, for example,  $2 < 3$  and  $-4 < -3$ .