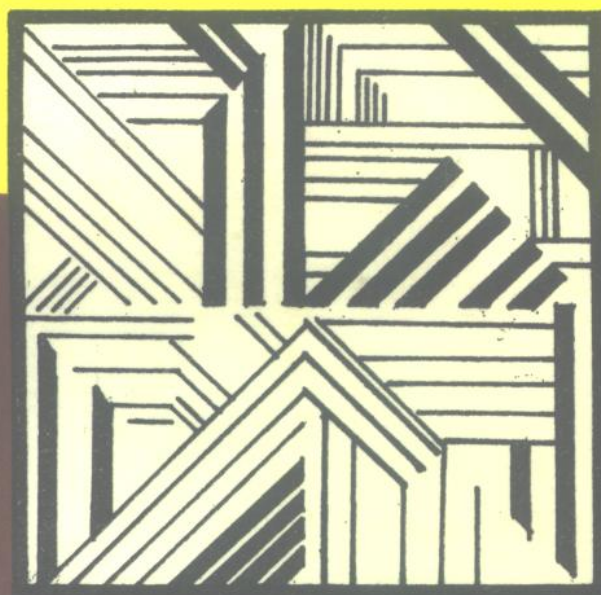


非线性电子线路

杨金法 王以孝 编著



中国科学技术大学出版社

TN 210

Y18

372839

非线性电子线路

杨金法 王以孝 编著

中国科学技术大学出版社

1993·合肥

(皖登字 08 号)

非线性电子线路

杨金法 王以孝 编著

*

中国科学技术大学出版社出版

(安徽省合肥市金寨路 96 号, 230026)

中国科学技术大学印刷厂印刷

江苏沛县书刊胶印纸

安徽省新华书店发行

*

开本: $787 \times 1092/16$ 印张: 21.5 字数: 510 千

1993 年 2 月第 1 版 1993 年 2 月第 1 次印刷

印数: 1—4000 册

ISBN7-312-00435-0/TN · 17 定价: 5.95 元

(凡购买中国科大版图书, 如有白页、缺页、倒页者, 由本社发行部负责调换)

内 容 简 介

本书内容包括：非线性器件；非线性电子器件分析方法；功率放大器；正弦波振荡器与压控振荡器；模拟乘法器；幅度调制与解调；混频技术；调频和鉴频；反馈控制方法简介。

本书吸收了本领域近年来的新成果、新技术、新概念，突出电路器件模型和它们在大动态条件下的非线性效应，突出集成化、模块化思想，同时分析方法一体化。

本书可作高等院校无线电技术和电子技术专业本科生的教材及有关专业研究人员和工程技术人员的参考书。

前 言

本书系根据《电子线路教学大纲Ⅱ》的要求，总结了编者在中国科学技术大学多年教学实践的经验，在同名自编讲义基础上改写而成，可供高等院校无线电专业类学生作《非线性电子线路》或类似课程的教材，亦可供相关专业的研究生和工程技术人员参考。

本教材有如下明显特点：一，突出了非线性电子器件和非线性电子线路模型化，为向非线性电子线路的计算机辅助分析和辅助设计打下基础。二，对非线性电子线路的共性及一些典型的非线性效应——频率变换效应、自生负偏压效应、箝位效应、自稳幅效应等作了比较详细的定量分析。三，引进正弦振荡器理想变压器交流等效电路模型的概念，用以定量计算各种正弦振荡器的振荡幅度。由于模拟乘法电路、尤其是集成的跨导型模拟乘法器越来越多地应用于各种电子线路，编者认为有必要把模拟乘法器看成一个黑匣子式器件，故专门在第五章中讨论了各种类型的模拟乘法器工作原理、实现方法以及设计和调试步骤。四，把幅度检波的“斜切失真”和“底切失真”，代之以统一的“失随失真”。五，用统一的观点处理各种类型鉴频器，即把鉴频器看成由微分器及幅度包络检波器的级联。不同类型的鉴频器间的差别只在于实现微分的方法不同。六，为了解决习题计算量大的矛盾，设计了大量常用图表和数据表。

全书共分九章。第一章概述全书所用到的最基本概念；第二章介绍各种器件模型和相应的近似分析法，并研究了自生负偏压效应与高 Q 值并联谐振回路非线性电阻加载现象；第三章介绍各种功率放大器；第四章研究各种正弦振荡器。在这一章中，对晶体振荡器作了加深讨论，而且还增加了压控振荡器内容；第五章介绍各种模拟乘法器原理、分析、实现和调整；第六章介绍调幅和幅度检波；第七章混频；第八章调频与鉴频；第九章简介反馈控制系统即自动增益控制、自动频率控制和自动相位控制。

完成全部内容教学约需 90 学时，目录中带 * 号章节为加深加宽内容，使用本教材时可根据学时数和学生接受情况作适当删除。

本书第一、二、四、五、六、七各章由杨金法同志编写，第三、八、九三章由王以孝同志编写。在编写过程中，中国科技大学电子技术基础部戴蓓菁副教授和刘同怀副教授曾多次参与讨论，并对内容取舍提了很多有益意见。全书完稿后承蒙合肥工业大学江谷传副教授细心审阅，对初稿逐章逐节提供很多宝贵的具体意见，在此，谨向他们表示衷心感谢。

由于编者水平所限，恳请使用本书的老师和学生对书中不妥或错误之处批评指正，以期不断改进，完善和提高。

编者

1991 年 9 月

目 次

前 言	(1)
1 概 述	(1)
1.1 非线性器件	(1)
1.1.1 非线性电阻	(1)
1.1.2 非线性电容	(4)
1.1.3 非线性电感	(5)
1.2 非线性器件的作用	(6)
1.2.1 非线性器件的放大作用	(6)
1.2.2 非线性器件的频率变换作用	(7)
1.3 非线性器件应用概述	(9)
习 题	(12)
2 非线性器件的分析方法	(13)
2.1 非线性电阻的分析	(13)
2.1.1 指数律电阻的分析	(13)
2.1.2 指数律器件转化成折线律器件	(19)
2.1.3 双曲正切特性的分析	(21)
2.1.4 折线律特性电阻的分析	(27)
2.1.5 平方律特性与箝位平方律特性电阻的分析	(28)
2.1.6 时变参量分析法	(32)
2.2 线性电抗与非线性电阻组合电路	(34)
2.2.1 周期信号由电容耦合到非线性电阻	(35)
2.2.2 高 Q_T 调谐回路的非线性电阻加载	(37)
习 题	(42)
附 录 修正 Bessel 函数的有关性质	(47)
附 表 AT2.1 — AT2.7	(50)
3 功率放大器	(58)
3.1 概 述	(58)
3.2 非谐振功率放大器简述	(59)
3.2.1 带有变压器的非谐振功率放大器	(59)
3.2.2 无输出变压器的非谐振功率放大器	(63)
3.2.3 集成功率放大器	(66)
3.2.4 VMOS 场效应管功率放大器	(68)
3.3 谐振功率放大器	(68)
3.3.1 丙类功放的折线化分析	(69)

3.3.2	丙类功放的状态分析	(73)
3.3.3	丙类功放的负载特性、调制特性与放大特性	(75)
3.3.4	倍频器	(79)
3.4*	高效率谐振功放简介	(80)
3.4.1	电压开关型电路	(80)
3.4.2	电流开关型电路	(82)
	习 题	(84)
4	正弦振荡器	(86)
4.1	反馈型正弦振荡器原理	(86)
4.1.1	反馈型正弦振荡器基本构成与自稳幅原理	(86)
4.1.2	正弦振荡器的起振条件	(88)
4.1.3	正弦振荡器的平衡条件	(88)
4.1.4	振荡的稳定条件	(89)
4.1.5	分析举例	(92)
4.1.6	幅度稳定性的进一步讨论	(94)
4.1.7	频率稳定性的进一步讨论	(95)
4.2	LC 振荡器线路分析与比较	(99)
4.2.1	变压器耦合式 LC 振荡器	(100)
4.2.2	三点式 LC 振荡器	(100)
4.3	负阻振荡原理与负阻正弦振荡器	(106)
4.4	石英晶体正弦振荡器	(109)
4.4.1	石英晶体与晶体谐振器	(109)
4.4.2	晶体谐振器阻抗特性	(111)
4.4.3	并联型晶体振荡器	(115)
4.4.4	串联型晶体振荡器	(119)
4.4.5*	桥式串联型晶体振荡器	(124)
4.4.6	泛音晶体振荡器	(126)
4.5	压控振荡器	(127)
4.5.1	可控定时元件及其实现	(128)
4.5.2	变容管 VCO 分析	(133)
	习 题	(139)
	附 录 阻抗变换与受控源变换	(147)
5	模拟乘法器	(154)
5.1	宽带模拟乘法器	(155)
5.1.1	差分对模拟乘法器	(155)
5.1.2	乘法器电路设计与调整	(158)
5.1.3	宽带模拟乘法器的其它实现方法	(160)
5.2	窄带模拟乘法器	(165)
5.2.1	二极管开关式窄带模拟乘法器	(165)

5.2.2 场效应管窄带模拟乘法器	(169)
习 题	(170)
6 幅度调制与解调	(174)
6.1 幅度调制原理	(174)
6.1.1 概述	(174)
6.1.2 调幅的基本概念	(174)
6.2 调幅电路	(180)
6.2.1 高电平调幅电路	(180)
6.2.2 单边带信号的产生	(185)
6.3 调幅波的解调——检波	(187)
6.3.1 均值包络检波器原理与电路	(187)
6.3.2 窄带峰值包络检波器原理与电路	(191)
6.3.3 宽带峰值包络检波器	(201)
6.3.4 同步检波	(203)
习 题	(206)
7 混频	(212)
7.1 晶体三极管混频	(212)
7.1.1 混频器电路与混频跨导	(212)
7.1.2 晶体管混频器电路实例	(215)
7.2 其它形式的混频器	(216)
7.2.1 场效应管混频器	(216)
7.2.2 差分对混频器	(218)
7.2.3 二极管混频器	(219)
7.3 混频器干扰问题	(222)
7.3.1 组合频率干扰	(222)
7.3.2 寄生通道干扰	(224)
7.3.3 其它类型的干扰	(225)
7.4* 参量电路与参量混频	(226)
7.4.1 时变电容及其小信号四端网络等效	(226)
7.4.2 Manley—Rowe 方程	(229)
7.4.3 参量上混频电路分析	(231)
7.4.4 参量下混频电路分析	(234)
习 题	(237)
8 调频与鉴频	(240)
8.1 基本概念	(240)
8.1.1 调频信号与调相信号	(240)
8.1.2 调频信号的频谱	(241)
8.1.3 线性调制与非线性调制	(243)
8.2 调频信号通过非线性电路的传输	(244)

8.3	调频信号通过线性网络的传输	(249)
8.4	调频信号的产生	(252)
8.4.1	调频微分方程的模拟	(253)
8.4.2	准静态调频	(256)
8.4.3	间接调频	(265)
8.4.4	三角波调频与方波调频	(269)
8.5	调频信号的解调——鉴频	(279)
8.5.1	限幅电路	(279)
8.5.2	鉴频方法概述	(280)
8.5.3	直接微分法——Clarke-Hess 鉴频器	(284)
8.5.4	频域微分法——斜率鉴频器	(289)
8.5.5	时延微分法——相位鉴频器与比例鉴频器	(297)
8.5.6	脉冲计数式鉴频器	(306)
	习 题	(309)
9	反馈控制电路	(315)
9.1	概述	(315)
9.1.1	自动电平控制电路	(315)
9.1.2	自动频率控制电路	(317)
9.1.3	自动相位控制电路	(319)
9.2	锁相环路基本特性	(320)
9.2.1	基本部件及其相位模型	(320)
9.2.2	一阶环路	(323)
9.2.3	锁相环基本特性	(328)
9.2.4	锁相环应用举例	(329)
	附 录 一阶环的解析解	(332)

1 概 述

1.1 非 线 性 器 件

器件的响应 $y(t)$ 与激励 $x(t)$ 间的函数关系称为此器件在一定测试条件下的特性。特性可以解析形式给出，亦可以测试所得响应与相应的激励的数据集合 $\{x_i(t), y_i(t)\}$ 给出，更多情况下，器件特性是以测试曲线方式给出。

按照器件特性形状和特点，可以把器件分成：时不变线性器件、时变线性器件、时不变非线性器件和时变非线性器件。

如果一器件特性可以表示成 $y(t) = Ax(t)$ ，且 A 为与激励 $x(t)$ 和时间 t 无关的常数，也就是说，其特性可用 $y(t)-x(t)$ 直角坐标系中的一条过原点的直线表示的器件为时不变线性器件； A 与激励 $x(t)$ 无关但受控于时间 t ，则称此器件是时变线性的；顾名思义，若响应 $y(t)$ 与激励 $x(t)$ 的关系不能简单地以 $y(t)-x(t)$ 直角坐标系中一条直线来表示的，或数据集合 $\{x_i(t), y_i(t)\}$ 不能用直线拟合的器件为非线性器件。

一个器件究竟是线性的还是非线性的，是相对的。线性和非线性性的划分，很大程度上决定于器件静态工作点及动态工作范围。当器件在某一特定条件下工作时，若其响应中的非线性效应小到可以忽略的程度时，则可认为此器件是线性的。但是，当动态范围变大，以至非线性效应占据主导地位时，此器件就应视为非线性的。例如，晶体管可以看成是线性器件，因而允许用线性四端网络等效之，用一般线性系统分析方法分析其性能；但是，当输入信号逐渐增大，以至于使其动态工作点延伸至饱和区或截止区时，晶体管就表现出与其在小信号状态下极不相同的性质，这时就应把晶体管看作非线性器件。

广义地说，器件的非线性是绝对的，而其线性是相对的。线性状态只是非线性状态的一种近似或一种特例而已。

非线性器件种类繁多，归纳起来，可分为非线性电阻(NR)、非线性电容(NC)和非线性电感(NL)三类，它们的符号如图 1.1.0。

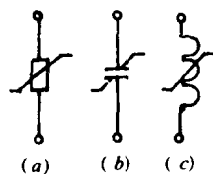


图 1.1.0 各种非线性器件符号

- (a) 非线性电阻
- (b) 非线性电容
- (c) 非线性电感

1.1.1 非线性电阻

所谓非线性电阻，乃是指其特性可以用电流—电压平面上的曲线表示的器件。按此定义，半导体二极管、晶体管、场效管、隧道二极管、单结晶体管以及各种电子管都是非线性电阻，它们的特性曲线如图 1.1.1。

表征一个线性电阻只需用一常量即平时所说的电阻值或电导值即可，但是对非线性电阻，不同情况必须用不同的电阻或电导概念加以描述，常用的有静态电导（电阻）、动态

电导（电阻）、和所谓谐波等效电导（电阻）。它们的定义如下：

1) 静态电导或直流电导 G

$$G = \frac{I_Q}{V_Q} \quad (1.1.1)$$

显然，静态电导 G 取决于器件本身特性和工作点 Q 的选取，在 $i \sim v$ 直角坐标系中，原点到工作点 Q 矢量之斜率表示 G 。 G 一般总是正的，表示在工作点 Q 处，非线性电阻总是从直流电源吸取能量。

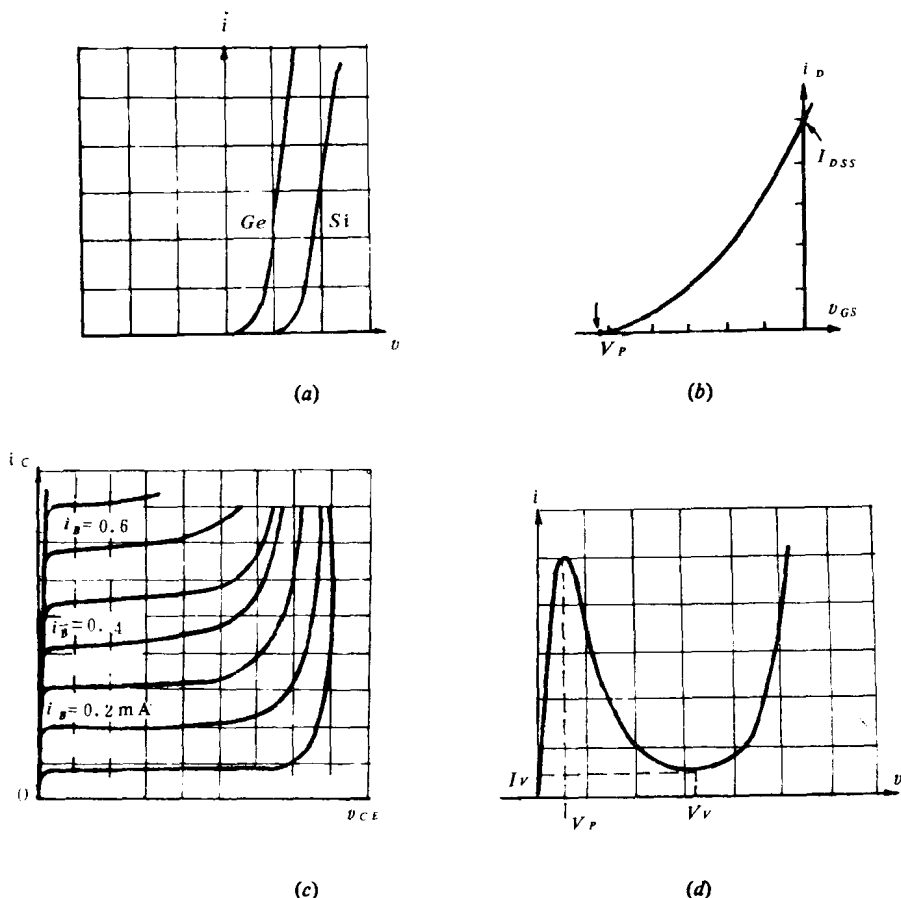


图 1.1.1 几种典型非线性电阻特性

- | | |
|--------------------|---------------|
| (a) 晶体二极管特性； | (b) 场效应管转移特性； |
| (c) PNP 晶体三极管输出特征； | (d) 隧道二极管特性。 |

2) 动态电导或微变电导 g

$$g = \left. \frac{\partial i}{\partial v} \right|_{v=v_Q} \quad (1.1.2)$$

g 亦取决于器件特性和工作点位置，在电流——电压直角坐标系中， g 就等于工作点 Q 处特性的斜率。 g 可以是正的，也可以是负的。如图 1.1.2 中，在工作点 Q_1 处， $G = \tan \alpha_1$ ， $g = \tan \beta_1 < 0$ ；而在工作点 Q_2 处， $G = \tan \alpha_2$ ， $g = \tan \beta_2 > 0$ 。负电导表示对外电

路而言, 非线性电阻相当于一个向外电路提供能量的源, 或更确切地说是把从直流电源吸收的能量的一部份转化为交流能量的器件。这种在一定条件下出现负电阻的非线性电阻称作负阻器件。

有两种负阻, 一是压控负阻, 即流过器件的电流是其上电压的单值函数的负阻 (图 1.1.1d); 另一种是流控负阻即电压是控制电流的单值函数的负阻 (比如单结晶体管)。

3) 谐波等效电导

当一非线性电阻受到正弦激励时, 其响应输出将不再是正弦的, 而是与输入信号有相同重复周期的非正弦周期电流, 如图 1.1.3 所示。

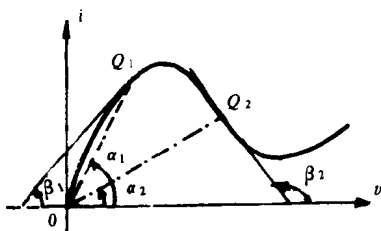


图 1.1.2 非线性电阻的 G 和 g

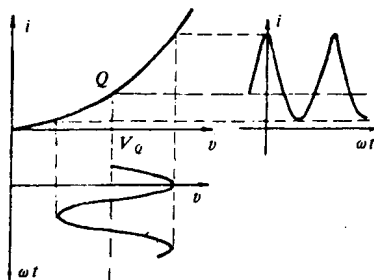


图 1.1.3 非线性电阻对正弦激励之响应

设激励电压 $v = V_Q + V_{im} \cos \omega t$, 则 $i(t)$ 可展开成 Fourier 级数

$$i(t) = I_0 + I_1 \cos \omega t + \dots + I_n \cos n \omega t + \dots$$

定义

$$G_{mn} = \frac{I_n}{V_{im}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.1.3)$$

我们称上式定义的 G_{mn} 为 n 次谐波等效电导, 它反映了非线性电阻把输入基波电压转换成 n 次谐波电流的能力。其中 G_{m1} 又称为基波等效电导 (有时代表基波等效跨导)。在窄带的非线性放大器电路分析与设计中, G_{m1} 起重要作用。 G_{mn} (尤其是 G_{m1}) 不但与器件特性, 工作点位置有关, 而且一般总与激励电压幅度有关。对负阻器件, G_{m1} 可以是负的。

例 1.1.1 设非线性电阻特性为

$$i = a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3, \quad v = V_Q + V_{im} \cos \omega t, [i] = \text{mA}, [v] = \text{V}$$

按定义,

$$G = \frac{I_Q}{V_Q} = a_1 + a_2 V_Q + a_3 V_Q^2 [\text{mS}]$$

$$g = \left. \frac{di}{dv} \right|_{v=V_Q} = a_1 + 2a_2 V_Q + 3a_3 V_Q^2 [\text{mS}]$$

把 v 代入特性方程, 并利用三角公式把平方项和三次方项展开, 即可求得基波电流幅度 I_1 和基波等效电导 G_{m1}

$$G_{m1} = \frac{I_1}{V_{im}} = a_1 + 2a_2 V_Q + 3a_3 V_Q^2 + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^2$$

设 $a_1 = 1$, $a_2 = -0.5$, $a_3 = 0.075$

则当 $V_Q = 1$, $V_{im} = 1\text{V}$ 时,

$$G = 0.575\text{mS}, g = 0.225\text{mS}, G_{m1} = 0.28125\text{mS}$$

当 $V_Q = 2.5\text{V}$, $V_{im} = 1\text{V}$ 时,

$$G = 0.21875\text{mS}, g = -0.09375\text{mS}, G_{m1} = -0.0375\text{mS}$$

当 $V_Q = 2.5\text{V}$, $V_{im} = 2\text{V}$ 时,

$$G = 0.21875\text{mS}, g = -0.09375\text{mS}, G_{m1} = 0.13125\text{mS}$$

1.1.2 非线性电容

非线性电容是指其特性可用电压 v —电荷 q 平面内一条曲线表示的器件。按照此定义, 以钛酸盐等为介质的电容, 正偏 PN 结的扩散电容以及反偏 PN 结的势垒电容都是非线性电容。其中, 应用最广的是经特殊工艺制成的 PN 结势垒电容, 即所谓变容二极管, 有必要给以特别说明。

由 PN 结理论知: 处于热平衡状态下的 PN 结实质上是一个具有内建电位差或接触电位差 V_Q 的耗尽层。这耗尽层在物理上可以理解为一个面积为 PN 结横截面积 A , 间距等于耗尽层宽度 d 的平行板电容器, 图 1.1.4; 当 PN 结在反偏电压作用下, 耗尽层宽度随之变化而引起“平行板电容器”的电容随之作非线性变化, 如图 1.1.5 所示。

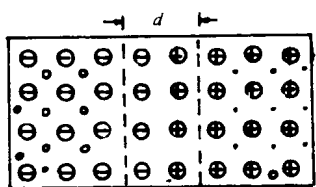


图 1.1.4 PN 结结构示意图

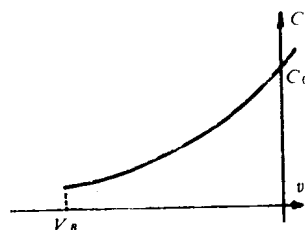


图 1.1.5 势垒电容与反偏电压关系

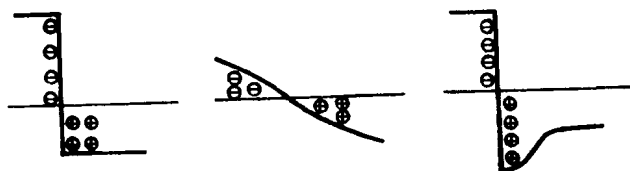


图 1.1.6 PN 结杂质分布

(a) 突变结; (b) 缓变结; (c) 超突变结

PN 结由于耗尽层中掺杂浓度分布不同, 可分为缓变结、突变结和超突变结, 如图 1.1.6。但是结电容 C_j 与反偏电压 v 间的关系都可表示成

$$C_j = C_0 \left(1 + \frac{v}{V_Q} \right)^{-\gamma} \quad (1.1.4)$$

其中,

V_ϕ : 接触电位差或称位垒, 约 $0.2 \sim 0.9V$

C_0 : 无偏压时的结电容

γ : 变容指数, 是变容管的重要参数之一, 它取决于结的性质。对缓变结, $\gamma = \frac{1}{3}$,

对突变结, $\gamma = \frac{1}{2}$, 对超突变结, $\gamma = 1 \sim 6$ 。 γ 值越大, 单位反偏电压所引起的结电容变化也越大。

变容二极管可用于各类压控振荡器、电调谐电路和低噪声超高频的参量电路中。根据变容管工作频率高低, 可分别采用图 1.1.7 所示等效电路, 超高频应用时, 采用等效电路(a), 而在一般应用中, 采用(b)或(c)等效电路即可。

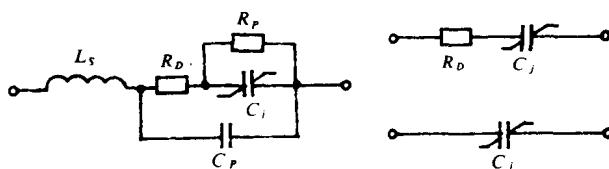


图 1.1.7 变容二极管等效电路

C_j : 势垒电容

R_D : PN 结体电阻和欧姆接触电阻, Ω 级

R_P : 反偏 PN 结电阻, $10^7 \sim 10^8 \Omega$ 数量级

C_p : 支架电容与封装电容, $0.1pF$ 级

L_s : 引线电感, $10^{-9}H$ 级

为了衡量变容管质量好坏, 引入品质因数概念, $Q_{c_j} = \frac{1}{\omega R_D \cdot C_j}$ 。一般而言, γ 值大的变容二极管在相同频率下, 其 Q_{c_j} 较小。

1.1.3 非线性电感

是指其特性可用磁通 ψ ——电流 i 平面上的曲线表示的器件, 即电感特性为

$$\psi = f(i)$$

或动态电感 L 为

$$L = \frac{d\psi}{di} = f(i) = l(i)$$

上式说明, 非线性电感之电感量受控于电流。

非线性电感的一个例子是加有磁芯的线圈。非线性电感早期在磁放大器和磁饱和电抗式扫频振荡器中得到应用, 但由于其体积大且笨重, 分布电容影响严重, 本身损耗大, 近年来其作用已逐渐为非线性电容所替代。

1.2 非线性器件的作用

非线性器件有放大作用和频率变换作用或波形变换作用。

1.2.1 非线性器件的放大作用

放大作用的本质是什么？大家熟知：小信号激励下的晶体管放大器，若其小信号跨导为 g_m ，负载电阻为 R_L ，则集电极电流 i_c 和集电极电压 v_c 分别为

$$\begin{aligned} i_c &= I_{CQ} + g_m V_1 \cos \omega t \\ v_c &= V_{CC} - g_m R_L V_1 \cos \omega t \end{aligned}$$

故在输入信号一个周期内，集电极消耗功率为

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{1}{T} \int_0^T (I_{CQ} + g_m V_1 \cos \omega t) (V_{CC} - g_m R_L V_1 \cos \omega t) dt \\ &= I_{CQ} \cdot V_{CC} - \frac{1}{2} g_m^2 R_L V_1^2 \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

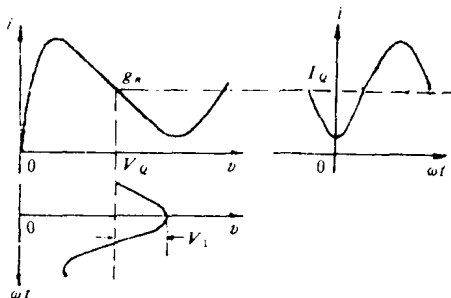


图 1.2.1 负阻器件的正弦响应

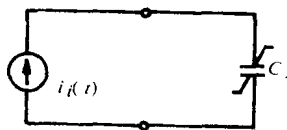


图 1.2.2 非线性电抗的放大作用

上式右边第一项表示放大器由电源 V_{CC} 吸取的直流功率，在无交流输入情况，这部份功率全部转化为热消耗在晶体管上；式中右边第二项为负值，表示放大器向负载 R_L 输出功率，即把直流功率的一部份转化成交流功率。如果供给负载的这部份功率大于由信号源提供的功率，我们就说此电路有放大作用。依此，如果选取合适的工作点，一个负阻器件也能起放大作用（图 1.2.1）。

设激励 $v = V_Q + V_1 \cos \omega t$ ，在小信号假定下，负阻器件特性在其工作点附近的斜率可认为是一常数 $-g_n$ ，则响应电流 $i = I_Q - g_n V_1 \cos \omega t$ ，因此平均功率 P_n 可表示为

$$P_n = I_Q V_Q - \frac{1}{2} g_n V_1^2 \quad (1.2.2)$$

显然，式 (1.2.2) 和式 (1.2.1) 有相同的形式和相同的物理含义。

在一定条件下，非线性电抗器件的放大作用可用图 1.2.2 所示模型加以说明。

设变容管的反偏电压为 $v = V_Q + V_1 \cos(2\omega t + \varphi)$ ，而激励电流源 $i_1(t) = I_0 \cos \omega t$ 。

由式 (1.1.4), 变容管电容 C_j 为

$$C_j(t) = C_0 \left(1 + \frac{v}{V_\phi} \right)^{-1} = C_0 \left[1 + \frac{V_\phi + V_1 \cos(2\omega t + \varphi)}{V_\phi} \right]^{-1} \\ = C_\rho [1 + m \cos(2\omega t + \varphi)]^{-1}$$

其中,

$$C_\rho = C_0 \left(\frac{V_\phi + V_\phi}{V_\phi} \right)^{-1} \text{ 为静态结电容}$$

$$m = \frac{V_1}{V_\phi + V_\phi}, \text{ 为归一化电压幅度}$$

电容上电压与电流关系为

$$i = \frac{d}{dt}(C \cdot v)$$

故有

$$C_j \cdot v = \int i \cdot dt = I_0 \int \cos \omega t dt = \frac{I_0}{\omega} \sin \omega t + k$$

令 C_j 上初始电荷为零, 即得 $k = 0$. 因此 C_j 上压降可表示成

$$v = \frac{1}{C_j} \left[\frac{I_0}{\omega} \sin \omega t \right] = \frac{I_0}{\omega C_\rho} \sin \omega t [1 + m \cos(2\omega t + \varphi)]^{-1}$$

C_j 吸引的平均功率 P_{c_j} 为

$$P_{c_j} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) v(\omega t) d(\omega t) \\ = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{I_0^2}{\omega C_\rho} \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot [1 + m \cos(2\omega t + \varphi)]^{-1} d(\omega t)$$

在 m 值较小时, 展开被积函数并积分, 得

$$P_{c_j} = -\frac{m\gamma I_0^2}{4\omega C_\rho} \sin \varphi \left[1 + \frac{1}{4} m^2 (\gamma - 1)(\gamma - 2) + \dots \right] \approx -\frac{m\gamma I_0^2}{4\omega C_\rho} \sin \varphi \quad (1.2.2)$$

上式说明, 若 $\sin \varphi > 0$, $P_{c_j} < 0$, 这时 C_j 相当于一个负阻值为 $\frac{m\gamma \sin \varphi}{2\omega C_\rho}$ 的负阻, 因

此有放大作用。

非线性器件的放大作用, 可用来构造各种放大器和振荡器。其中, 利用非线性电抗的放大作用所构造的放大器和振荡器称作参量放大器和参量振荡器。

1.2.2 非线性器件的频率变换作用

任何实际物理器件的特性 $y = f(x)$, 皆可在其工作点 Q 附近展开成 Taylor 级数, 即

$$y = a_0 + a_1(x - X_Q) + a_2(x - X_Q)^2 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - X_Q)^n \quad (1.2.3)$$

其中,

$$a_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n y}{dx^n} \Big|_{x=X_Q}$$

设激励 $x(t)$ 是单一频率的正弦, 即

$$x = X_Q + X \cos \omega t$$

则

$$\begin{aligned} y(t) &= a_0 + a_1 X \cos \omega t + a_2 X^2 \cos^2 \omega t + \cdots + a_n X^n \cos^n \omega t \\ &= \left(a_0 + \frac{1}{2} a_2 X^2 + \frac{3}{8} a_4 X^4 + \cdots \right) \\ &\quad + \left(a_1 X + \frac{3}{4} a_3 X^3 + \frac{5}{8} a_5 X^5 + \cdots \right) \cos \omega t \\ &\quad + \left(\frac{1}{2} a_2 X^2 + \frac{1}{2} a_4 X^4 + \frac{5}{32} a_6 X^6 + \cdots \right) \cos 2\omega t \\ &\quad + \left(\frac{3}{4} a_3 X^3 + \frac{5}{16} a_5 X^5 + \frac{21}{64} a_7 X^7 + \cdots \right) \cos 3\omega t \\ &\quad + \cdots \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

由上式分析可得以下结论:

1) 当信号通过非线性器件时, 输出中除了包含基波分量外, 还出现了众多的新的频率分量。若输入信号频率为 ω_i , 输出信号的频率为 ω_o , 一般地有

$$\omega_o = k\omega_i (k = 0, 1, 2, \cdots) \quad (1.2.5)$$

这种作用称为非线性器件的频率变换作用。从频谱的角度看, 非线性器件对输入信号频谱同时实现纵向(幅度)和横向(频率)的改造, 而线性器件只能对输入信号频谱实现纵向改造, 这是它们之间的本质区别所在。

2) 输出信号中的奇次谐波分量只由特性的奇次方项产生, 而偶次谐波分量只由特性的偶次方项产生。

3) k 次谐波分量只与 $n \geq k$ 的高次方项系数有关, $n < k$ 的各低次方项系数对 k 次谐波没有贡献。

又设激励是两个正弦信号之和, 即

$$x = X_Q + X_1 \cos \omega_1 t + X_2 \cos \omega_2 t$$

把 x 的表达式代入式 (1.2.3), 并作必要的三角恒等变换后可得

$$\begin{aligned} y(t) &= a_0 + \frac{1}{2} a_2 (X_1^2 + X_2^2) + \cdots \\ &\quad + \left(a_1 X_1 + \frac{3}{4} a_3 X_1^3 + \frac{3}{2} a_3 X_1 X_2^2 + \cdots \right) \cos \omega_1 t \\ &\quad + \left(a_1 X_2 + \frac{3}{4} a_3 X_2^3 + \frac{3}{2} a_3 X_1^2 X_2 + \cdots \right) \cos \omega_2 t \\ &\quad + \text{其它 } \omega_1, \omega_2 \text{ 的高次谐波分量} \end{aligned}$$