

层次分析法

——一种简易的新决策方法

赵焕臣 许树柏 和金生 编著

刘 豹 审订

科学出版社

层次分析法

——一种简易的新决策方法

赵焕臣 许树柏 和金生 编著

刘 纳 审订



科学出版社

1986

内 容 简 介

层次分析法是系统工程中对非定量事件作定量分析的一种简便方法，也是对人们的主观判断作客观描述的一种有效方法。实际生活中常常会遇到要将某些事情按一定指标排列先后次序，以便从中优选若干的工作，例如，对本部门各单位的工作成绩作评奖，对于各种科研成果作评价，以及对各类干部考核并从中优选提拔等。

本书分基本原理、计算方法、应用实例和数学基础四章介绍。书后附有可以在 PC-1500 小型机上演算层次分析法的程序。具有高中文化水平的读者可以看懂本书，并可用于解决实际问题。

本书可供我国大专院校系统工程、工业管理、企业管理专业师生参考，也可作为企业与事业单位工程技术人员和管理干部以及对现代管理科学有兴趣人员的读物。

2023/15

层 次 分 析 法

—一种简易的新决策方法

赵焕臣 许树柏 和金生 编著

刘 豹 审订

责任编辑 李淑兰

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986 年 9 月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1986 年 9 月第一次印刷 单张：3 7/8

印数：0001—8,500 字数：84,000

统一书号：15031·741

本社书号：4967·15—10

定 价： 0.95 元

序　　言

系统工程愈来愈多地被广大群众所理解，到目前为止，系统工程在我国已广泛地用于各工程的组织管理工作，如安排施工进度，制订生产计划，调度机器设备等等；在各项大型建设项目建设中，如引滦工程、长江三峡工程、三十万吨乙烯工程等等，都要进行深入细致的可行性分析——系统工程中的一种分析方法。系统工程现在更多的是用于作经济发展规划、能源需求预测和供应规划、教育规划和人才需求预测、各种经济决策分析、社会和经济政策评价。系统工程主要是用系统的观点，定量地，或定量与定性相结合地，从经济的、社会的以及技术的角度来优化被研究的系统或对它作决策分析、预测和评价。系统工程方法论的宝库中，能应用自如可以解决各类问题的宝贝还不多，许多实际问题还没有适当的办法去处理。特别是定量和定性相结合的方法还太少。而层次分析法却正是一种有效地处理那些难于完全用定量方法来分析复杂问题的手段。它可以将复杂的问题分解成若干层次，在比原问题简单得多的层次上逐步分析；可以将人的主观判断用数量形式表达和处理；也可以提示人们对某类问题的主观判断前后有矛盾。它易于掌握，也易于应用。在对事物和干部的评价上，在为某一目的对各种方案、器材、厂址和其他任何事物的选取上，在对新技术的发展、新武器的研制或将来市场的预测上，在对贵重资源或人力的分配上，都有实际应用价值。可以说它是一种整理和综合人们主观判断的客观方法，也是一种结合定量和定性分析的方法，对于处理和分析许多社会经济系统是很有

用处的。

自从高兰尼柴(H. Gholamnezhad) 1982年冬在北京召开的国际能源、资源与环境学术讨论会上介绍了他老师 Saaty 首倡的层次分析法后，国内不少单位都开展了层次分析法的应用研究工作。首先是在能源问题上，对城市节能方案的选择、省区各类煤矿开采方式的选取展开了研究，后来又用以研究科学技术成果的评比、地区经济发展方案比较和新技术的发展前景分析。在若干多目标优化问题中，层次分析法也用以确定多目标的权重，从而增多了多目标问题的解决方法。在研究之余，我们深深感到将这样一种简易的实用方法介绍给广大有兴趣的读者，无疑可以推广系统工程的应用，在1983年全国系统工程学会年会(武汉)上，我们就向科学出版社编辑同志交换了我们的想法，得到了大力支持。以层次分析法基本原理、计算步骤、应用实例和数学基础四部分为主，写成十万字左右的小册子。

有高中文化程度的读者可以读懂前三章。应用这三章内容，读者可以自己解决类似的问题。为了便于运算，本书附录还给出用以计算特征根、各层次结构的排序和一致性检验的计算程序，可以在 PC-1500 小型机上运行。第三章是许多应用示例，部分摘自 Saaty 的书^[1]，其余都是天津大学系统工程研究所的科研成果。层次分析法的基本原理是容易理解的，但谈到一致性问题，特别当判断矩阵稍不一致时，何以还能用一致的判断矩阵的规律来确定事物的权重？第四章数学基础的本意是想阐明这些问题。要读懂第四章，就要求读者有矩阵代数的知识，对于有志于深究层次分析法机理的读者，第四章是一个很好的入门。

本节第一、二两章及第三章中 § 3-5, § 3-6 两节由
赵焕臣同志编写，第三章其余部分以及第四章分别由和金生

与许树柏同志编写。我对全稿进行了审订和整理。

本书由几个人编写，文字风格上很难一致，我们对层次分析法的研究也刚开始，理解不深。欢迎读者提出宝贵意见，批评指正。

刘 狗

1985. 春·天津

目 录

序言

第一章 层次分析法的基本原理	1
§ 1-1 引言	1
§ 1-2 层次分析模型及其构造	2
§ 1-3 层次中的排序——特征向量方法	10
§ 1-4 判断矩阵及其标度	13
§ 1-5 判断矩阵的一致性及其检验	23
§ 1-6 层次分析法的基本步骤	28
第二章 层次分析法的计算问题	30
§ 2-1 引言	30
§ 2-2 层次分析法的计算	30
§ 2-3 层次分析法应用计算示例	38
第三章 层次分析法的应用	44
§ 3-1 引言	44
§ 3-2 用层次分析法处理决策和评选问题	44
§ 3-3 经济活动之间依赖关系的度量——投入产出分析	54
§ 3-4 资源分配	68
§ 3-5 科技成果的综合评价	77
§ 3-6 干部系统工程	86
第四章 层次分析方法的数学基础	93
§ 4-1 问题的提出	93
§ 4-2 正矩阵及其特征根	94
§ 4-3 一致性	102
§ 4-4 正互反矩阵	106
附录 PC-1500 BASIC 语言层次分析法程序	108
参考文献	116

第一章 层次分析法的基本原理

§ 1-1 引 言

人们在进行社会的、经济的以及科学管理领域问题的系统分析中，面临的常常是一个由相互关联、相互制约的众多因素构成的复杂系统。层次分析法为分析这类复杂的社会、经济以及科学管理领域中的问题提供了一种新的、简洁的、实用的决策方法。

用层次分析法作系统分析，首先要把问题层次化。根据问题的性质和要达到的总目标，将问题分解为不同的组成因素，并按照因素间的相互关联影响以及隶属关系将因素按不同层次聚集组合，形成一个多层次的分析结构模型。并最终把系统分析归结为最低层(供决策的方案、措施等)，相对于最高层(总目标)的相对重要性权值的确定或相对优劣次序的排序问题。

在排序计算中，每一层次的因素相对上一层次某一因素的单排序问题又可简化为一系列成对因素的判断比较。为了将比较判断定量化，层次分析法引入 1—9 比率标度方法，并写成矩阵形式，即构成所谓的判断矩阵。¹ 形成判断矩阵后，即可通过计算判断矩阵的最大特征根及其对应的特征向量，计算出某一层元素相对于上一层次某一个元素的相对重要性权值。在计算出某一层次相对于上一层次各个因素的单排序权值后，用上一层次因素本身的权值加权综合，即可计算出某层因素相对于上一层整个层次的相对重要性权值，即层

次总排序权值。这样，依次由上而下即可计算出最低层因素相对于最高层的相对重要性权值或相对优劣次序的排序值。决策者根据对系统的这种数量分析，进行决策、政策评价、选择方案、制定和修改计划、分配资源、决定需求、预测结局、找到解决冲突的方法等等。

这种将思维过程数学化的方法，不仅简化了系统分析和计算，还有助于决策者保持其思维过程的一致性。在一般的决策问题中，决策者不可能给出精确的比较判断，这种判断的不一致性可以由判断矩阵的特征根的变化反映出来。因而，我们引入了判断矩阵最大特征根以外的其余特征根的负平均值作为一致性指标，用以检查和保持决策者判断思维过程的一致性。

§ 1-2 层次分析模型及其构造

应用层次分析法分析社会的、经济的以及科学管理领域的问题，首先要把问题条理化、层次化，构造出一个层次分析结构的模型。下面先以科研课题遴选问题为例，说明如何构造层次分析模型。

对一个研究单位来说，科研课题的选择是组织管理的首要任务，课题选择合适与否直接关系到科研单位的贡献大小，因此是一项关键性的技术决策和管理决策。对于一个具体科研课题的选择，要考虑的选择因素很多，其中主要有：

- (1) 实用价值，即科研课题具有的经济价值和社会价值，或完成后预期的经济效益和社会效益。
- (2) 科学意义，即科研课题本身的理论价值，以及对某个科学技术领域的推动作用，它不仅关系到科研成果的贡献大小，也关系到人才的培养，研究单位水平的提高。

(3) 优势发挥，即选择科研课题要将四化建设的需要同发挥本单位学科及专业人才优势结合起来，才能使科研更好地为四化建设服务。

(4) 难易程度，即科研课题因自身的科学储备、成熟程度，以及科研单位人力、设备等条件限制所决定的成功可能性及难易程度。

(5) 研究周期，即科研课题研究预计所需花费的时间。

(6) 财政支持，即科研课题研究所需的经费、设备，以及经费来源，有关单位支持情况。

当然对于不同规模，不同性质的研究单位，还可以考虑更多的，或不同的因素，如课题的先进性；对科研单位基地建设和实验室建设的促进；协作单位支持的程度等等。

对于一个具体科研课题，如何综合考虑上述各种选择因素，决定课题的当选与否；或对一些研究课题如何综合考虑上述各种选择因素，确定出它们之间相对优劣次序来，以供领导者决策或安排科研力量，这就是我们对这个科研课题遴选问题分析所要得到的解答。

我们仔细分析一下，上述这些选择因素都共同体现了科研贡献大小，人才培养以及科研课题的可行性（或称可选性）准则，而这些准则又都最终体现了科研更好为四化建设服务这个根本目标。根据上述分析，我们可以构造出如图 1-1 所示的层次分析模型。

科研课题遴选的层次分析模型主要分四层。最高目标层，即合理选择科研课题，更好为四化建设服务。中间有两层：准则层和指标层。准则层，即合理选择科研课题的三方面准则：科研成果贡献，人才培养，以及课题的可行性（可选性）。指标层，即选择科研课题具体考虑的七项指标（包括子指标）：实用价值、科学意义、优势发挥、难易程度、研究周期、财政支持；

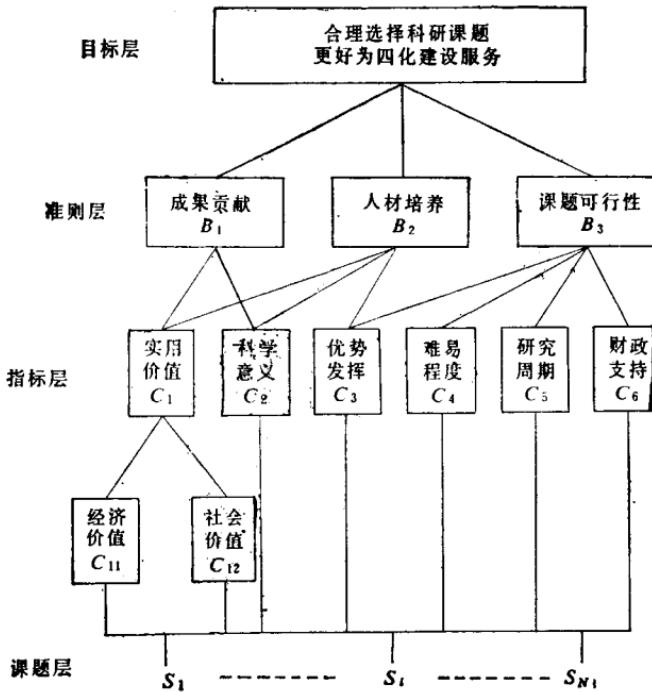


图 1-1

实用价值又可分为经济价值和社会价值两个子指标。最低层为课题层，即为待选择的科研课题。

建立层次分析模型后，我们就可以在各层元素中两两进行比较，构造出比较判断矩阵；并引入合适的标度将判断定量化，通过数学运算即可计算出最低层各待选科研课题相对于最高总目标相对优劣的排序权值。据此，科研单位的领导即可决定课题的选择方向或科研力量的分配。或者通过排序计算，计算出实用价值等各项选择因素相对于总目标的相对重要性权值，再将各选择指标划分为若干项绝对评价数量标准，对具体课题可通过专家逐项指标评审（评分），综合给出绝对数量评价，以供科研单位领导决策。

通过上述例子不难看出,应用层次分析法分析社会的、经济的以及科学管理等领域的问题时,首先要对问题有明确的认识。弄清问题的范围,所包含的因素,因素之间的相互关联,隶属关系,最终所要解决的问题。根据对问题的初步分析,将问题包含的因素按照是否共有某些特性将它们聚集成组,并把它们之间的共同特性看作为系统中新的层次中的一些因素;而这些因素本身也按照另外一组特性被组合,形成另外更高层次的因素,直到最终形成单一的最高因素,这往往可以视为我们决策分析的目标。这样即构成由最高层,若干中间层和最低层排列的层次分析结构模型。例如,对于决策问题,通常可以划分为下面几类层次:

最高层: 表示解决问题的目的, 即层次分析要达到的总目标。

中间层: 表示采取某种措施、政策、方案等来实现预定总目标所涉及的中间环节;一般又可分为策略层、约束层、准则层等。

最低层: 表示要选用的解决问题的各种措施、政策、方案等。

在层次模型中,用作用线标明上一层次因素同下一层次因素之间的联系。如果某个因素与下一层次中所有因素均有联系,则称这个因素与下一层次存在着完全层次关系。如图 1-1 中目标层元素 A 同准则层因素联系即属于完全层次关系。而经常存在着不完全的层次关系,即某个因素仅与下一层次中的部分因素有联系。如图 1-1 中,准则层因素 B_1, B_2, B_3 与指标层因素关系即为不完全层次关系。层次之间可以建立子层次,子层次从属于主层次中某个因素,它的因素与下一层次的因素有联系,但不形成独立层次。如图 1-1 中子层次因素 C_{11}, C_{12} 即从属于指标层中的 C_1 因素。

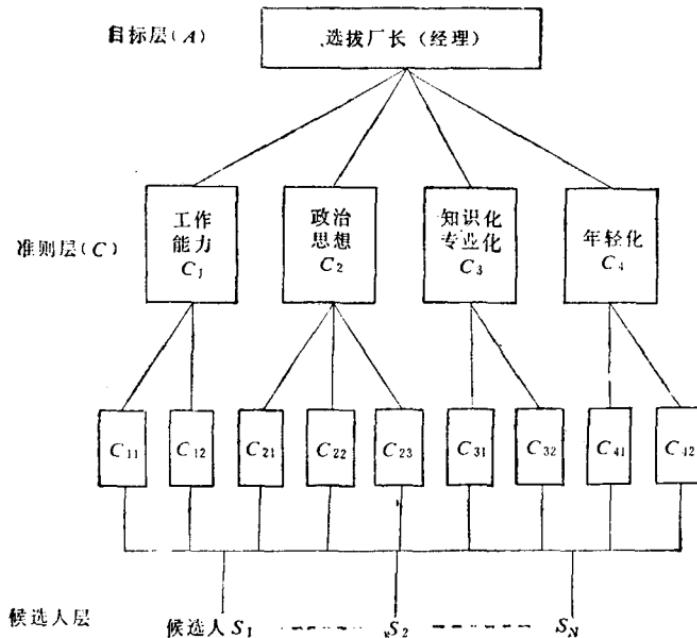


图 1-2

图中 C_{11} : 资历; C_{12} : 事业心和工作魄力; C_{21} : 思想品德和政治表现; C_{22} : 能否关心群众; C_{23} : 能否团结、使用干部; C_{31} : 学历; C_{32} : 专业知识和业务工作能力; C_{41} : 年龄; C_{42} : 健康情况。

图 1-2 为选拔或招聘厂长(经理)的层次分析模型。最高层为目标层，即选拔或招聘优秀的厂长(或经理)；中间准则层，为选择厂长(或经理)的一般准则：工作能力、政治思想、知识化、年青化；中间标准层，即体现上述准则的具体选拔标准：资历，工作魄力，事业心；本人思想品德和政治表现，能否关心群众，能否团结和使用干部；学历，专业知识和业务工作能力；年龄，健康情况；最低层即为候选人。建立了选拔厂长(经理)的层次分析模型层，问题即归结为相对于工作能力，政

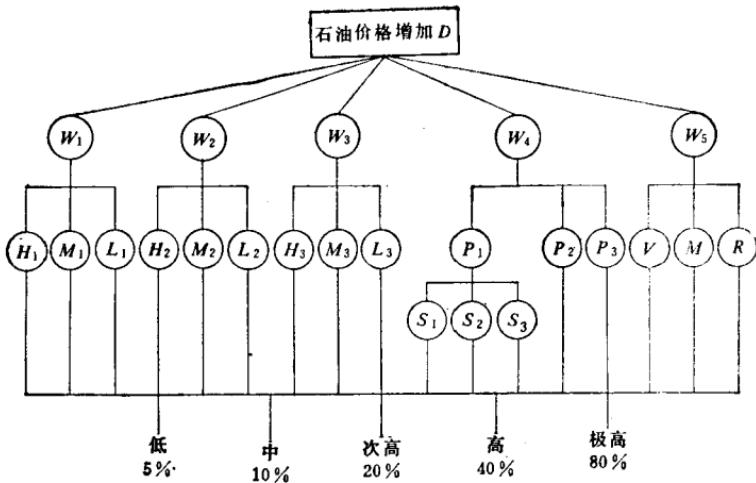


图 1-3

图中 W_1 : 世界石油消费增加; W_2 : 世界石油超产量; W_3 : 石油发现速率(十亿桶/年); W_4 : 政治因素; W_5 : 替代资源增加速度; P_1 : 波斯湾地区的不稳定因素; P_2 : 阿以冲突的继续; P_3 : 美苏中东影响的增加; S_1 : 波斯湾地区国内社会局势; S_2 : 波斯湾地区国家间关系的紧张程度; S_3 : 伊朗形势的影响; H : 高; M : 中; L : 低; V : 乐观; M : 中等; R : 有限制。

治思想,知识化,年青化这些准则,各候选人相对优劣比较的排序问题。

图 1-3 为用于预测石油价格的层次分析结构模型。通过层次分析方法可以计算出石油价格未来各种增长幅度的相对权值,将增长幅度用其分析所得到的加权值加权并综合,即可计算出未来石油价格的期望值。图 1-3 模型是在七十年代末预测 1985 年石油价格而构造的层次分析模型。当时石油价格处于不断增加趋势;中东石油产量主要影响着世界石油市场价格;两伊战争尚未爆发。这是一种预测型层次分析模型,通过各种可能预测值的相对权值的定量分析,加权综合计

算出预测的期望值。

当问题的总目标可以分解为若干关系确定的子目标时，各子目标可以分别建立中间层次各异的层次分析结构。在分别计算出各子层次的排序问题后，我们得到同一最低层次的不同排序结果，按照它们对应子目标之间的关系，将相应排序权值对应相乘(除)，即得到总目标的排序结果。如在层次分析中的效益费用及资源分配分析中，通常需要建立两个子

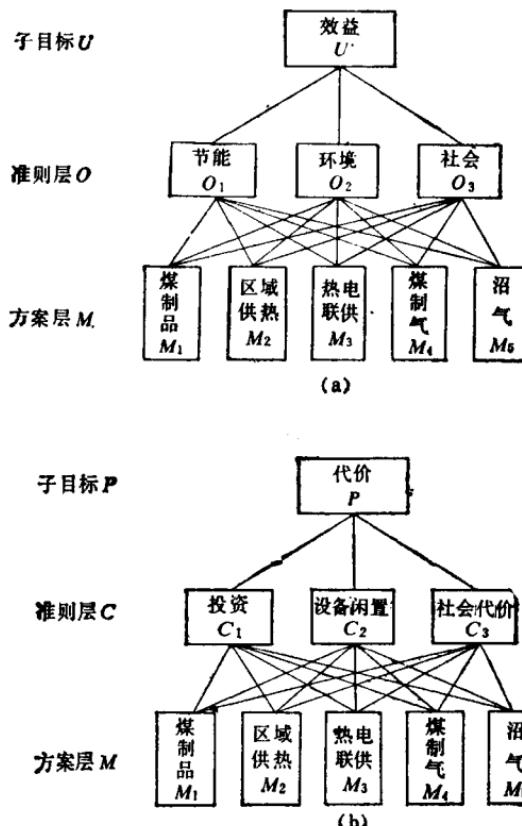


图 1-4

模型：效益子层次结构，代价（费用）子层次结构模型。图 1-4 为某市能源供应系统的层次分析模型。

某市能源供应存在的主要问题有：能源供应分散，设施落后及污染严重等。根据该市具体情况，有关部门提出改造其能源供应系统可供选择的主要方案有：(1)加工制作高效煤制品；(2)实现区域供热；(3)建造热电联供系统；(4)逐步实现城市煤气化；(5)郊区推广沼气池，形成以沼气为主的农村生活用能供应系统。通过分析不难看出，上述措施在节能、降低环境污染等社会效益方面，以及投资、造成原有设备闲置等所付出的综合代价方面各不相同。为了对上述各种方案依照其重要性排序，可以分别构造出以“效益”和“代价”为子目标的两个子层次分析结构模型，分别如图 1-4 (a), (b) 所示。

这样我们依据两个子层次模型，构造比较判断矩阵，计

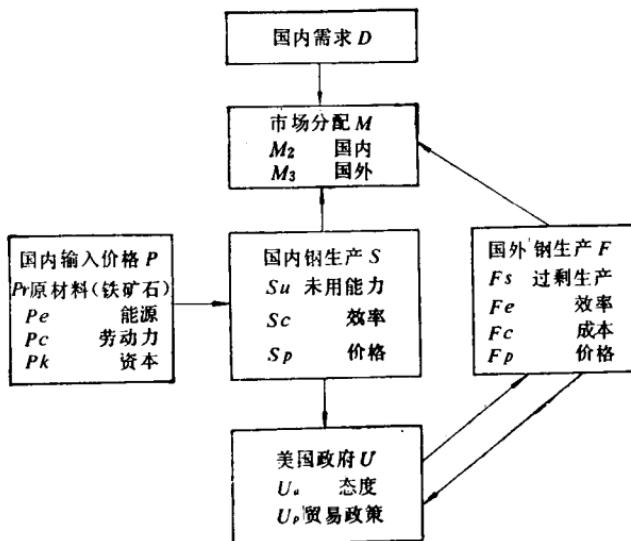


图 1-5

算出两个排序特征向量：按“效益”评价的各种方案的权值为 $(0.1011, 0.2639, 0.3256, 0.2563, 0.0530)$ ，即热电联供、区域供热和煤气化具有较高的综合效益；按“代价”评价的各种方案的相对排序特征向量为 $(0.0380, 0.3016, 0.1918, 0.3875, 0.0395)$ 。将这两个特征向量对应元素相除并规一化，便可得到按“效益/代价”作为总目标的各种方案的相对排序权值： $(0.3686, 0.1180, 0.2360, 0.0916, 0.1859)$ 。显然，该结果同单凭“效益”所得到的结果大不相同，高效煤制品对应排序权值最大，为0.3686，热电联供次之，为0.2360。这说明了虽然高效煤制品看上去综合效益低，但相应方案实施所需代价较小，比较容易以较少投资和代价迅速生效，在资金短缺，力量不足情况下仍是首先要考虑的方案；而其它节能方案，综合效益高，但代价也大，在资金、力量雄厚前提下，可逐步实施改造。

前面我们所举的例子，构造的层次分析模型都是递阶层次结构，即从高到低或从低到高的层次结构。而在实际分析中，我们还会遇到更复杂的系统。在这些系统中，层次已经不能标明高或低了，这是因为某一层次既可直接或间接地影响其它层次；而同时又直接或间接地被其它层次所影响。对于这种复杂的社会、经济以及科学管理领域的系统问题，我们通常用网络结构模型来描述。图1-5为美国钢销售贸易系统的网络结构分析模型。

对于这种具有反馈影响的复杂系统，需要用超矩阵方法将前述排序方法扩展以解决这类更一般系统的排序问题^[1]。

§ 1-3 层次中的排序——特征向量方法

当我们通过对问题进行分析并建立了相应层次分析结构