

# 應用機械振動學

D. V. 赫頓 著  
林國基 譯

曉園出版社  
世界圖書出版公司

1121  
H-26

# 應用機械振動學

D. V. 赫頓 著  
林國基 譯

曉園出版社  
世界圖書出版公司

# 应用机械振动学

D.V. 基尔 著

林国雄 译

世界图书出版公司出版

北京朝阳门内大街25号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1994年10月第 一 版 开本: 711×1245 1/24  
1994年10月第一次印刷 印张: 15.25  
印数: 0001—450 字数: 27万字

ISBN: 7-5062-1993-x/TH·33

定价: 18.50元 (WB9405/22)

世界图书出版公司已向台湾晓园出版社购得重印权  
限国内发行

# 譯 序

近年來機械振動的問題越來越受到工業界的重視；由迴轉機器的預防保養以至於將機械振動納入設計時所考慮的因素等等各方面的應用，使得機械振動專業人員的需求量與日俱增。由於工業界的需要，各大學及專科學校開授機械振動課程的時數也越來越多。

譯者目前在大學中教授機械振動的相關課程，深深體會到需要一本好的，介紹振動學基本原理的教科書。幾經比較之後，選定本書試譯成中文，供學生使用。

本書的優點是說理淺顯，條理分明，非常適合作為機械振動學的入門讀本。前面兩章為讀者複習學習機械振動所需要的動力學原理及微分方程式。第3至5章，循序介紹單自由度系統的自由振動，強迫振動以及阻尼所造成的影響。振動學的基本現象都包含在這三章之中，讀者宜細加玩味。第6章是本書最特別的一章，介紹的是振動分析的實際應用。其他的基本機械振動學教科書很少包括這些內容。在這一章之中，談到了振動分析最有用的工具：頻譜分析 (Spectrum Analysis)；也說明了迴轉機器的平衡法，非常具有實用價值。第7和第8兩章，開始進入較進階的內容。專科或大學部的機械振動課程，可以教到第6章為止；而研究所的課程可先綜合複習第3至5章，然後由第7章教起。第9章又是很特別的一章。根據譯者的瞭解，國內機械科系中，很少人利用類比計算機作模擬研究的。然而，如果客觀環境允許，類比計算機可用來作各種振動現象的展示；對學生而言，實際的振盪信號，比數學公式容易接受得多。第10章及11章可作為研究所中更進階課程的基礎。

綜合以上對本書各章的簡介，我們可以看出來，本書較適合作入門的基本讀本，而兼顧部分的應用內容。可用作專科或大學機械振動學的教科書；也可用在研究所更進階的課程，例如實驗振態分

析 ( Experimental Modal Analysis ) 等，作為指定參考書，讓學生先複習振動的基本理論。此外，本書還可以作為在工廠工作的工程師，自修時的第一本讀本，以加強自己的理論基礎。

譯者常鼓勵同學選修機械振動的課程。因為振動理論應用到工程數學中大部分的內容，包括常微分方程式，Laplace 轉換，Fourier 級數展開，特徵值問題，矩陣代數，以及部分的偏微分方程式和複變數。因此，不論將來是否從事這方面的工作，學習機械振動的基本理論，對於工程數學的進一步瞭解大有幫助。

本書能順利完成，要感謝曉園出版社編審部的袁珍兒小姐和辜僑屏先生給我許多協助。譯書期間，家人給我的鼓勵，更是主要的原動力。謹以此書獻給他們。

林國基

於台灣工業技術學院

# 序 言

本書是我在維吉尼亞工技學院暨州立大學 ( Virginia Polytechnic Institute and State University ) 教授機械振動課程時使用的講義，經過整理，增益而成。因此，它代表著我在振動分析這個領域之中，教學，研究，以及工業界的經驗的累積。本書的基本目的是以有條理的方式，闡明振動的基本理論，並且透過討論，例題，以及學生練習將理論與實際相配合。數學推導儘可能地仔細，以培養讀者的了解基礎。然而，一旦建立了一個結論，後續性質類似的問題，都以類比的方式解，以避免不必要的重覆。本書並無意涵蓋整個振動學的範疇。它包括對這個學科重要，並且要成功地研究特殊的進階課題所必須的基本領域。

要成功地使用本書，需要先具備靜力學，動力學，材料力學，以及由微積分以至於微分方程式等知識。本書可用作二個連續振動學課程的教科書。第一個課程開在大三及大四的階段；第二個課程可為大四的選修，或者開給大四及研究生共同選修。

第1章是對一維及二維運動牛頓力學的一個簡單復習。我發現這樣的復習很重要，因為學生正式修動力學可能已經是一年以前的事了。為了跟隨改用公制的潮流，書中同時討論了國際標準單位 ( SI ) 以及美國慣用單位系統。書中的例題及習題中，基於各個系統的題目，其數目大約相等。

第2章討論解常係數線性微分方程式的基本方法。這些資料是特地用來對學工程的學生作複習用的。我在工學院教過大四階段的振動學，發現有需要把這些資料整個教授一遍。

第3章透過簡諧振盪，討論振動的基本理論。強調的是自然頻率與系統參數之間的關係。介紹能量法的目的有二，一是提供這種近似法的技術；其次可說明先前所作彈簧無質量假設的效應。

第4章說明無阻尼單自由度系統對諧和強迫函數的反應。共振及拍振都加以討論。無阻尼強迫振動被分開地處理，其目的是一次只介紹一個新觀念。

第5章介紹機械系統中阻尼的觀念，包括粘滯，結構，以及庫倫阻尼。粘滯阻尼系統的自由以及強迫反應都被仔細處理過，而等值粘滯阻尼的觀念也經過討論，並且包括一個對自激振動的簡略討論。

第6章處理的是迴轉設備振動數據的現場量測及解釋。其目的是告訴學生如何利用前面的理論，透過頻率分析以辨認振動源。隨後包含了對動態平衡步驟的詳細討論，這在一般振動教科書中是不常見的。最後介紹了雙平面平衡計算的新方法。

第7章是關於分析系統對非諧和強迫函數反應的方法。所討論的方法包括傅立葉級數，摺積，拉不勒斯轉換式，以及數值解。

第8章介紹二自由度系統的數學式。矩陣法的介紹使得本章成為後面研究多自由度系統時的基礎。

第9章是電子類比計算機的基本理論及應用的一個簡短課程。不需要預先具備任何這方面的知識。應用方面說明的是一及二自由度的系統。

第10章是關於具有多自由度系統的振動。強調的是以矩陣列出公式，以便利用數位式計算機解。矩陣運算的FORTRAN程式在文中加以討論，並且包含例題程式。

第11章是連續系統振動理論的介紹。一些典型問題的正確解被提出討論，而傅立葉分析及數值技術也被討論。

第1章到第7章的內容可以用作第一個振動課程的基礎。而第8章到第11章可用於第二個課程。當然，還有其他幾種可能的選擇，視課程的目標而定。若有合適的設備可資利用，第6章及第9章可作為實際實驗室操作的基礎。第8章可取代第7章於第一個課程中教授，而不會損失連續性。第8，10，及11章同時對學生強調利用數位計算機，在許多課程計劃中可用作中間課程，或研究所的課程。

我要感謝許多同事以及以前的學生，他們在不同階段的批評及建議，對本書的完成很有貢獻。此外，要特別感謝維琪·瓊芙女士，她為大部分的原始手稿打字；以及珍·杜莉女士，她為最後的稿件打字。最後，我要謝謝我的家人，他們在我準備本書的期間，給予我充分的耐心與鼓勵。

大衛·赫頓

David V. Hutton



# 目 錄

## 第 一 章 簡 介

1. 運動的牛頓定律 1 / 2. 質點運動；牛頓第二運動定律 2 /
3. 剛體的平面運動 3 / 4. 剛體對一固定點的轉動 4 / 5. 振動為一動態程序 6 / 6. 單位系統 6

## 第 二 章 二階常係數常微分方程式

1. 齊次方程式 9 / 2. 非齊次方程式 15 / 3. 求特解的方法 15 / 4. 完全解和起始條件 18 / 5. 總結 20 / 習題 20

## 第 三 章 無阻尼單自由度系統之自由振動

1. 簡諧振盪 22 / 2. 解的說明 23 / 3. 剛體的角振盪 26 /
4. 穩定的條件 30 / 5. 彈性軸的扭轉振盪 32 / 6. 等值彈簧常數 34 / 7. 能量法 36 / 習題 40

## 第 四 章 無阻尼單自由度系統之強迫振動

1. 一彈簧-質量系統對一諧合強迫函數的反應 47 / 2. 解的說明 49 / 3. 共振 51 / 4. 拍振 54 / 5. 剛體的強迫角振盪 55 / 習題 57

## 第 五 章 有阻尼單自由度系統之振動

1. 能量散失元件 61 / 2. 具有粘滯阻尼之自由振動 63 /
3. 對數衰減 67 / 4. 結構阻尼 68 / 5. 庫倫阻尼 71 /

6. 有粘滯阻尼之強迫振動 74 / 7. 頻率比和阻尼因素對穩態反應的影響 78 / 8. 力的傳遞及振動隔絕 79 / 9. 迴轉不平衡 82 / 10. 底座激振 85 / 11. 自激振動 87 / 習題 88

## 第 六 章 迴轉裝置的振動分析

1. 振動分析所用的儀器 97 / 2. 狀況監視及頻率分析 99 / 3. 單平面平衡 103 / 4. 單平面平衡的相位計算 108 / 5. 雙平面平衡 110 / 習題 116

## 第 七 章 對非諧合性強迫函數之反應

1. 週期函數的傅立葉級數展開式 119 / 2. 對非諧和性週期強迫函數的反應 121 / 3. 單位衡量的反應 124 / 4. 一般強迫函數之褶積 126 / 5. 拉不勒斯轉換技術 128 / 6. 數值法 132 / 習題 135

## 第 八 章 二自由度系統的振動

1. 自由無阻尼運動 139 / 2. 主振態 142 / 3. 通解及起始條件 145 / 4. 聯結：主坐標 150 / 5. 有阻尼自由振動 155 / 6. 無阻尼系統的強迫振動 161 / 7. 無阻尼振動吸收器 165 / 8. 有阻尼二自由度系統的諧和性強迫振動 167 / 9. 粘滯性振動吸收器 172 / 習題 174

## 第 九 章 以類比計算機的技術作振動分析

1. 運算放大器的特性 184 / 2. 運算放大器的數學功能 185 / 3. 係數電位計 193 / 4. 解題的電路圖 197 / 5. 計算機比例調整 204 / 6. 應用於二自由度系統 214 / 習題 217

## 第 十 章 以數位計算機技術解多自由度系統問題

1. 運動方程式-直接法 223 / 2. 一般化坐標 225 / 3. 拉格蘭吉氏方程式 227 / 4. 矩陣列式 232 / 5. 無阻尼自由振動的自然頻率 236 / 6. 主振態的正交性 240 / 7. 瑞萊氏法 242 / 8. FORTRAN 中之矩陣運算 247 / 9. 起始值問題 255 / 10. 振態矩陣的標準化 258 / 11. 無阻尼系統的強迫振動 260 / 12. 粘滯阻尼系統 265 / 習題 268

## 第十一章 連續體的振動

1. 波動方程式 273 / 2. 縱向振動 280 / 3. 扭轉振動 284 / 4. 樑的橫向振動 287 / 5. 傅立葉分析 291 / 6. 近似法 296 / 習題 300

## 附錄 A 數學細節

1. 質量慣性矩 305 / 2. 平行軸定理 306 / 3. 拍振方程式的推導 309 / 4. 傅立葉級數 310 / 5. 拉不勒斯轉換表 313 / 6. 拉不勒斯轉換式的部分分式展開 314 / 7. 矩陣代數 316 / 8. 四次方程式的根 322

## 附錄 B 福傳(FORTRAN)程式

1. 副程式 QUAD 326 / 2. 副程式 CUBIC 326 / 3. 副程式 QUART 328 / 4. 副程式 MMULT 329 / 5. 副程式 MTSP 330 / 6. 副程式 ATBA 330 / 7. 副程式 SIMUL 331 / 8. 副程式 EIGEN 1 333 / 9. 副程式 EIGEN 2 334 / 10. 副程式 NORMAL 336 / 11. 副程式 MPRNT 336 / 12. 振態分析程式 MAIN 1 337 / 13. 振態分析程式 MAIN 2 339 / 14. 程式 FREVIB 340

參考書目 343

索引 345

# 第一章

## 簡介

一結構或機器的組件，當受到內在或外在力系的作用時，由於固有的撓性，會產生相對運動。若這種運動在本質上是往復的振盪，則稱之為振動（vibration）。雖然在某些情況下，可以應用振動來執行特別的功能；但一般而言，振動是不受歡迎的，因為它會加速諸如軸承或齒輪等組件的磨損，產生過大的噪音，以及傳遞不必要的力和運動到其他的設備上。

### 1.1 運動的牛頓定律

振動是一種動態程序，因此振動的研究，是以牛頓（Sir Isaac Newton, 1642-1727）所建立的運動基本定律為基礎。牛頓的基本定律可敘述如下：

**第一定律** 若作用在一質點上的合力為零，則若此質點原為靜止，將保持靜止；若原為運動，將沿著直線以等速率繼續保持運動。

**第二定律** 若作用在一質點上的合力不為零，則質點將產生一加速度，其大小與合力的大小成正比，其作用線及正負向與合力相同。

**第三定律** 於兩質點之間的相互作用力，其大小相等，正負向相反，而作用線相同。

牛頓的運動定律，乃是應用於質點的運動，所謂質點，其定義為：一具有質量的元件，其物理尺寸甚小，可視為僅在空間中佔有一個點。嚴格地說，這代表了牛頓運動定律在工程系統上適用性的一個尺寸上的限制。然而，統制較大尺寸物體的動態行為的原理，可由質點的基本運動定律推廣或變化而來。本章的後面幾節將討論剛體運動的原理。

## 1.2 質點運動；牛頓第二運動定律

牛頓第二運動定律的數學式可寫成

$$\mathbf{R} = m\mathbf{a} \quad (1.1)$$

其中  $\mathbf{R}$  為作用在一質點上的外在合力， $m$  為此質點之質量，而  $\mathbf{a}$  為此質點之絕對加速度。由於力及加速度為向量，牛頓第二運動定律為一向量方程式；在處理各量的大小及方向時，需要小心仔細。

試考慮一質量為  $m$  的質點的平面運動，如圖 1.1 所示，其中為了方便，加上一個直角座標系。此質點受  $\mathbf{F}_1$ ， $\mathbf{F}_2$  及  $\mathbf{F}_3$  等力作用，其合力為  $\mathbf{R}$  方向由與  $x$  軸的夾角  $\theta$  定義。根據牛頓第二運動定律，此質點的加速度將與合力同向，如圖中所示。

為了簡化數學式，可將牛頓定律的向量形式，以坐標軸為參考，用對等的純量方程式取代。這個改變，是基於下面的性質：一向量可被一組等值的向量取代，若這組向量的合向量與原向量相同。這種等值的向量稱為原向量的分量 (components)。若這些分量彼此互相垂直，則使用起來特別方便，如圖 1.2 所示，其中此質量的合力及加速度，被分解成一對方向與坐標軸分別平行的分量。利用三角關係，我們可得  $R_x = R \cos \theta$ ， $R_y = R \sin \theta$ ， $a_x = a \cos \theta$ ，以及  $a_y = a \sin \theta$ 。請注意，這裏的分量不需要用向量的符號，因為下標已顯示分量的方向是平行於  $x$  或  $y$  軸；而分量的代數正負號顯示其正負向為坐標的正或負方向。

利用直角分量，質點運動的牛頓第二定律可寫成二個純量方程式

$$R_x = ma_x \quad (1.2)$$

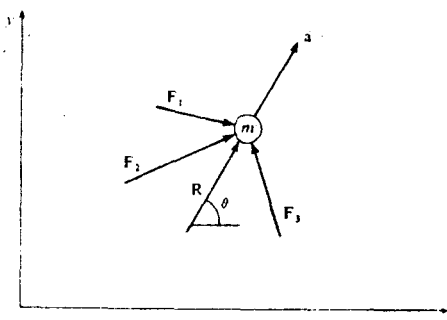


圖 1.1

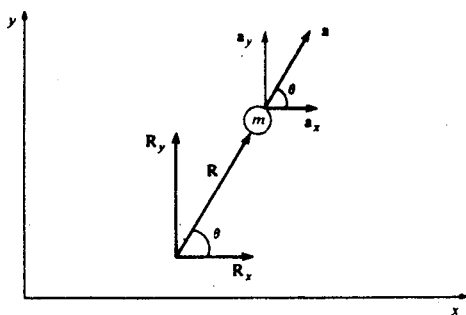


圖 1.2

以及 
$$R_y = ma_y \quad (1.3)$$

合力與其分量之間的大小關係為

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad (1.4)$$

同樣地，對加速度而言

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (1.5)$$

同時可看出

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{a_y}{a_x} \quad (1.6)$$

若各分量已知，此式可用來求合力及加速度的方向。

### 1.3 剛體的平面運動

為求有限大小物體的運動，與使其產生運動的力系之間的關係，牛頓第二運動定律必須用與物體轉動有關的其他方程式加以補充。圖 1.3 描述一剛體在外力  $F_1$  及  $F_2$  作用之下，作一般平面運動。 $G$  點為此物體質心的位置。此物體假設未受拘束，因此可在其運動平面上自由地移動及轉動。

質心  $G$  的運動受牛頓第二定律統制，即

$$\Sigma F = ma_G \quad (1.7)$$

其中  $a_G$  為質心的絕對線加速度，而  $m$  為物體的總質量。換句話說，質心的運動與物體整個質量集中成一質點，受相同外力作用下的運動相同。用上一節的方法，質心運動的統制方程式亦可寫成其分量形式，如

$$\Sigma F_x = ma_{Gx} \quad (1.8)$$

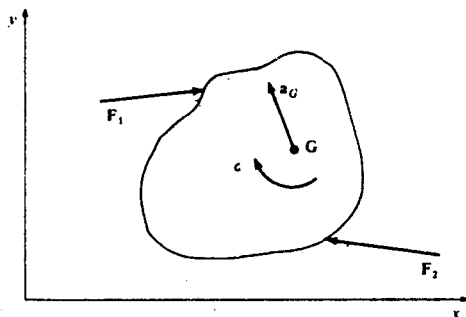


圖 1.3

以及 
$$\Sigma F_y = ma_{Gy} \quad (1.9)$$

一般而言，一物體在無拘束的情況下作平面運動，將同時作移動以及轉動。物體在移動時，由方程式 (1.7) 描述；而轉動需要利用另外的關係式來決定。正如任何動力學教科書<sup>1</sup> 中所示，物體的轉動由下式統制

$$\Sigma \mathbf{M}_G = I_G \alpha \quad (1.10)$$

其中  $\Sigma \mathbf{M}_G$  為所有外力對質心所產生的淨力矩， $I_G$  為物體對本身質心的質量慣性矩，而  $\alpha$  為物體的角加速度。在平面運動中，轉動不是順時針方向就是逆時針方向；因此向量方程式 (1.10) 可用純量方程式取代，只要加上適當的正負號即可。

## 1.4 剛體對一固定點的轉動

下面的情況比一般平面運動更實用，即一剛體受到拘束，以致於必須繞著通固定點的一軸轉動。圖 1.4 (a) 顯示一剛體受外力  $\mathbf{F}_1$  及  $\mathbf{F}_2$  作用，並且受拘束，只能繞一垂直於運動平面且通過  $C$  點的固定軸轉動。由於  $C$  點的拘束，物體上的每一點，都沿以  $C$  為中心的圓弧路徑運動；在此情況下，此物體稱為作純轉動 (pure rotation)。圖 1.4 (b) 表示其自由物體圖，包括由拘束造成的未知反作用力  $\mathbf{R}_C$ 。應用上一節中的方程式，可得

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{R}_C = m\mathbf{a}_G \quad (1.11)$$

以及 
$$\Sigma \mathbf{M}_G = I_G \alpha \quad (1.12)$$

<sup>1</sup> 參閱 F. P. Beer and E. R. Johnston, Jr., *Mechanics for Engineers*, vol. 2: *Dynamics*, 3d ed., McGraw-Hill, New York, 1976, chap. 16.

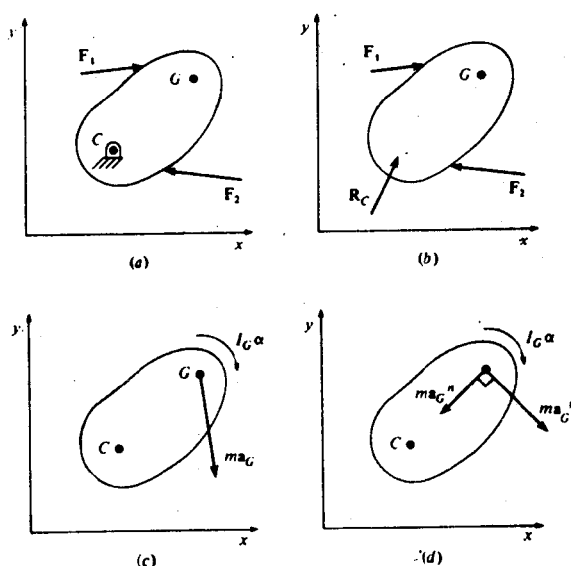


圖 1.4

即是說，原來的力系，對等於由作用在質心的一單力  $ma_G$  和單力矩  $I_G \alpha$  所組成的力系，如圖 1.4 (c) 所示。

利用向量可用一組等值的分量取代的事實，我們將等值力  $ma_G$  分解成兩個分量，如圖 1.4 (d) 所示。第一個分量  $ma_G^n$  由 G 指向曲率中心 C。此分量  $a_G^n$  稱為質心的正交加速度 (normal acceleration)，因為其方向與質心運動的路徑正交，即垂直。第二個分量  $ma_G^t$  指向 G 運動路徑的切線方向，因此與  $a_G^n$  垂直。此分量  $a_G^t$  為質心的切線加速度，以  $R_{CG}$  表轉軸至質心的距離，將此等值力系對 C 點取力矩，得

$$\Sigma M_C = I_G \alpha + R_{CG} ma_G^t \quad (1.13)$$

將運動關係  $a_G^t = R_{CG} \alpha$  代入方程式 (1.13) 得

$$\Sigma M_C = (I_G + m R_{CG}^2) \alpha \quad (1.14)$$

此即剛體對固定點轉動的統制方程式。應用平行軸定理 (見附錄 A.2)，上式括弧中的項，可視為物體對 C 點<sup>2</sup>的質量慣性矩。因此，剛體繞一固

<sup>2</sup> 嚴格地說，是對通過 C 點與運動平面垂直的軸。



定點  $C$  轉動的運動統制方程式可寫成

$$\Sigma M_C = I_C \alpha \quad (1.15)$$

其中  $\Sigma M_C$  為所有外力對  $C$  點的合力矩， $I_C$  為物體對  $C$  點的質量慣性矩，而  $\alpha$  為物體的絕對角加速度。

## 1.5 振動為一動態程序

振動的研究涉及求動態問題的解，在其中物體受到隨時間或物體本身位移而變化的力。對機械設備而言，隨時間變化的力，其存在是由於設備的運動及速率特性；而隨位移變化的力，是由於機器組件的彈性行為。

若剛體所受之力為常數或僅隨時間變化，則上一節所討論的運動方程式可直接用來決定物體的加速度。一旦加速度求得了，無論是常數或時間的函數，對時間作積分，即可求出物體速度及位移的表示式。

若剛體的運動是受一個或多個隨物體位移變化的力的作用，則運動方程式無法直接積分以求速度及位移。例如，試考慮下面的問題：一質點被拘束於一直線上運動，受到一力作用，此力與位移成正比，但其作用方向與運動方向相反。以  $k$  表力的比例常數，而加速度是位移對時間的二次導數，則質點運動的牛頓第二定律可寫成

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.16)$$

以及

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \quad (1.17)$$

因此，對這個問題，運動方程式是一個二階微分方程式，它的解可決定物體在任何時間的位移。運動方程式為微分方程式是振動系統的一個特性。研究機械振動最常遇到的幾種微分方程式，我們將在下一章中討論它們的解法。

## 1.6 單位系統

牛頓第二運動定律告訴我們，質點的加速度與作用在質點上的合力成正比。若適當地選擇各物理量的單位，使比例常數為質點的質量，則我們可寫成  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 。這個等式涉及四個單位：力，質量，長度，以及時間。