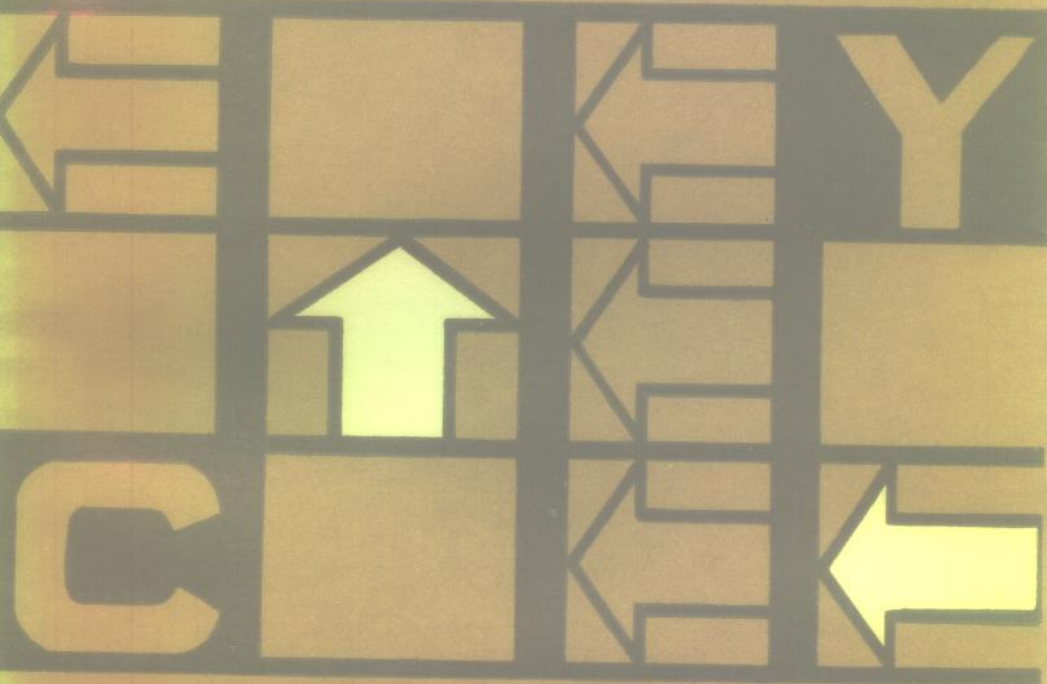
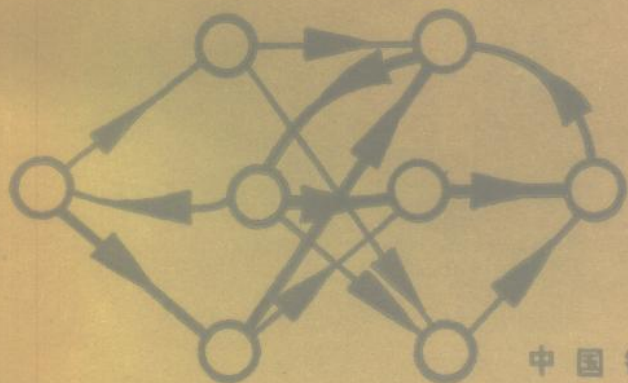


管理运筹学



GUANLI YUNCHOUXUE

滕传琳 主编



中国铁道出版社

管 理 运 筹 学

滕传琳 主编
朱松年 主审
李致中

中 国 铁 道 出 版 社

1 9 8 6 年 · 北 京

管 理 运 筹 学

滕传琳 主编

中国铁道出版社出版

责任编辑 林瑞耕 黄燕

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

河北省邮电印刷厂印

开本：850×1168毫米1/32 印张：17.375 字数：459千

1986年11月第1版第1次印刷

印数：0001-10,000册 定价4.40元

前 言

本书是为铁道运输管理专业编写的《管理运筹学》教科书，也可适用于其他管理工程专业。全书讲课时数为104学时，若不讲目录中带“*”的部分，讲课时数约为90学时。

我们在编写中，力求使本书做到以下几点：

一、为适应管理工程专业的需要，比一般教材加强了整数规划、网络规划、排队论等内容，增加了系统模拟内容。

二、为加强对学生建立数学模型能力的训练，本书编进了较多各具特色的例题，讲解建模的基本思路和技巧。教材内容及习题，都力求做到开阔学生思路，培养他们运用运筹学解决管理工作中实际问题的能力。

三、对算法的讲解，既注意数学上的逻辑性、严密性，又考虑到管理工程专业学生的数学基础及将来工作的需要，不作过多的数学推导和证明，对一些问题，还结合例题说明其经济意义，使之更易为管理工程专业学生接受和运用。

本书共分线性规划、整数规划、动态规划、网络规划、统筹方法、排队论、存贮论、决策论、系统模拟九部分。各部分内容由以下同志分工编写：

线性规划的第一章至第五章 滕传琳（兰州铁道学院运输系）；

线性规划的第六章 朱茂礼（西南交通大学运输工程系）；

整数规划 滕传琳；

动态规划 顾守淮（兰州铁道学院运输系）；

网络规划 傅家良（上海铁道学院运输管理系）；

统筹方法 池宪武（北方交通大学应用数理系）；

排队论 顾守淮；

存贮论 汤代焱（长沙铁道学院运输系）；

决策论 池宪武；

系统模拟 施其洲（上海铁道学院运输管理系）。

本书由兰州铁道学院滕传琳主编；西南交通大学朱松年、长沙铁道学院李致中主审。北方交通大学应用数理系郭照人、西南交通大学运输工程系张肇祺也参加了部分审稿工作。

由于编写组成员水平有限，不妥之处在所难免，希望读者指正。

编 者

一九八五年八月

目 录

第一章 线性规划基础	(1)
第一节 线性规划问题的一般模型.....	(1)
第二节 线性规划问题的标准型.....	(4)
第三节 线性规划问题的图解法.....	(7)
习 题.....	(9)
第二章 单纯形法	(12)
第一节 线性规划问题的几何意义.....	(12)
第二节 单纯形法.....	(15)
第三节 对单纯形法的进一步讨论.....	(24)
第四节 对线性规划问题解的讨论.....	(28)
第五节 改进单纯形法.....	(34)
习 题.....	(42)
第三章 线性规划模型的建立	(44)
习 题.....	(62)
第四章 对偶问题及对偶单纯形法	(65)
第一节 对偶问题的建立.....	(65)
第二节 对偶问题的基本性质.....	(69)
第三节 对偶单纯形法.....	(73)
第四节 对偶单纯形法的一个应用(增加约束 条件).....	(76)
习 题.....	(78)
第五章 线性规划问题的灵敏度分析	(81)
第一节 边际值及其应用.....	(81)
第二节 对 c_j 值的灵敏度分析.....	(85)

第三节	对 b_i 值的灵敏度分析	(89)
第四节	对 a_{ij} 值的灵敏度分析	(91)
第五节	灵敏度分析的应用示例	(93)
习 题		(98)
第六章	运输问题	(102)
第一节	运输问题的线性规划模型	(102)
第二节	初始基本可行解的求法	(104)
第三节	求检验数的方法	(112)
第四节	方案的调整	(116)
第五节	表上作业法应用举例	(119)
第六节	指派问题	(125)
习 题		(132)
	※ ※ ※	
第七章	整数规划	(137)
第一节	概述	(137)
第二节	整数规划问题的图解法	(138)
第三节	整数规划模型举例	(139)
第四节	割平面算法	(148)
第五节	分枝定界算法	(155)
第六节	0-1 规划算法	(159)
习 题		(163)
	※ ※ ※	
第八章	动态规划	(166)
第一节	两个引例	(166)
第二节	动态规划的基本概念和基本原理	(172)
第三节	背包问题	(177)
第四节	生产计划问题	(181)
第五节	购销量计划问题	(187)
第六节	复合系统可靠性问题	(191)
*第七节	设备更新问题	(193)

•第八节 投资问题..... (198)
习 题..... (201)

※ ※ ※

第九章 图的基本概念..... (207)
第一节 图..... (207)
第二节 关联矩阵和邻接矩阵..... (213)
第三节 子图及其运算..... (215)
•第四节 顶点阶数..... (217)
第五节 链、路、路径、回路和连通性..... (218)
第六节 树..... (220)
习 题..... (221)

第十章 网络的极值问题..... (224)
第一节 最短路径问题..... (224)
第二节 最长路径问题..... (237)
第三节 最小生成树..... (246)
•第四节 中国邮路问题..... (251)
习 题..... (259)

第十一章 运输网络..... (264)
第一节 网络流..... (264)
第二节 最大流与最小割..... (268)
第三节 最大流算法..... (274)
第四节 最小费用流..... (288)
第五节 最小费用最大流算法的应用..... (295)
习 题..... (305)

※ ※ ※

第十二章 统筹方法..... (311)
第一节 统筹图的基本概念及绘制规则..... (311)
第二节 关键路线..... (317)
第三节 时间参数及其计算..... (319)

• 第四节 最少工程费方案的制定····· (326)
第五节 非确定型统筹问题····· (332)
习 题····· (336)

※ ※ ※

第十三章 排队模型····· (341)

第一节 概 述····· (341)

第二节 $(M/M/1):(\infty/\infty/FCFS)$ 模型····· (345)

第三节 其他马氏过程排队模型····· (359)

第四节 爱尔兰排队模型····· (373)

第五节 $(M/G/1):(\infty/\infty/FCFS)$ 模型····· (379)

• 第六节 $(M_i/M_i/C):(\infty/\infty/NPPR)$ 模型····· (384)

第十四章 排队论在决策中的应用····· (390)

第一节 费用模型····· (390)

第二节 愿望模型····· (403)

习 题····· (406)

※ ※ ※

第十五章 存贮论····· (409)

第一节 存贮论的基本概念····· (409)

第二节 确定型存贮模型····· (412)

• 第三节 具有附加条件的存贮模型····· (422)

第四节 单周期随机存贮模型····· (431)

• 第五节 多周期随机存贮模型····· (444)

习 题····· (460)

※ ※ ※

第十六章 决策论····· (462)

第一节 决策的基本概念与基本类型····· (463)

• 第二节 确定型决策····· (465)

第三节 风险型决策····· (466)

第四节 非确定型决策····· (480)

• 第五节 效用理论····· (485)

习 题	(490)
※ ※ ※	
第十七章 系统模拟	(494)
第一节 系统模拟的概念	(494)
第二节 系统的基本要素	(498)
第三节 均匀分布随机数的产生	(500)
第四节 非均匀离散型随机数的产生	(503)
第五节 非均匀连续分布随机数的产生	(505)
第六节 蒙特卡罗法	(516)
•第七节 离散系统模拟	(521)
•第八节 模拟结果分析	(526)
•第九节 计算机模拟语言	(537)
习 题	(539)
主要参考文献	(543)

第一章 线性规划基础

人们在生产实践中，常常遇到如何运用现有的资源（如人力、机器小时、原材料等等）安排生产，使产值最大或利润最高；或者，对于给定的任务，如何统筹安排，以使用最少的资源消耗去完成。这种对于从生产的计划与组织中提出的达到最大或最小目标问题的研究，构成了运筹学的一个重要组成部分——数学规划论，而线性规划又是其中发展最早、理论比较成熟、应用最为广泛的一个分支。

早在1939年，苏联数学家康特洛维奇就研究了运输和下料等问题，编著了《生产组织与计划中的数学方法》一书。由于他当时未能给出系统的、有效的算法等原因，他的工作在一段时间内，没有为人们所注意。后来这两个问题，其他学者也曾独立地进行了研究，并将类似问题提出探讨，特别是由于Dantzig和Kuhn等数学家提出了单纯形法和对偶理论等等，大大完善了线性规划的理论 and 计算方法，并引起了工程技术人员、管理人员和经济学者的重视，使线性规划被广泛应用于各个部门，取得较好的效果。

本书从第一章至第六章对线性规划的几个最基本、最重要的问题，进行讲解。

第一节 线性规划问题的一般模型

我们先用两个简单例题来说明什么是线性规划问题以及如何建立线性规划模型。

例1 有甲、乙两种产品，都要在车间A和车间B加工。有关资料如表1-1。

表 1-1

产 品	在A加工时数	在B加工时数	单位产品利润 (元)	市场限制
甲	2	1	6	-
乙	1	1	4	≤ 7
车间可用工时	10	8		

问如何组织生产，使利润最大？

所谓建立数学模型，就是将问题用数学语言来描述。在初等代数中列出解应用题的方程式或方程组，就是建立简单的数学模型。建立线性规划问题数学模型的步骤如下：

1. 确定决策变量

以后我们将会看到，在一些复杂的线性规划问题中，确定合适的决策变量是能否成功地建立数学模型的关键。但是在例 1 中，我们很容易设：

x_1 = 产品甲的产量，

x_2 = 产品乙的产量。

2. 确定目标函数

就是将题目要追求的目标列成函数形式。很明显，例 1 中的目标函数是：

使 $z = 6x_1 + 4x_2$ 最大。一般写成：

$$\max z = 6x_1 + 4x_2. \quad (1-1)$$

3. 确定约束条件方程

因为车间 A 和车间 B 的可用工时是有限的，我们不能使 x_1 和 x_2 无限制增加使利润最大。因此， x_1 和 x_2 的取值分别受两个车间工时的限制， x_2 还受市场的限制。将限制条件列成代数方程式，就是约束条件方程。此外，产品的产量必须是正数，这也是约束条件。例 1 的约束条件是：

$$\text{满足} \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, & (1-2) \\ x_1 + x_2 \leq 8, & (1-3) \\ x_2 \leq 7, & (1-4) \\ x_j \geq 0, \text{ 对一切 } j. & (1-5) \end{cases}$$

例 2 某工厂用钢与橡胶生产 3 种产品 A、B、C，有关资料如表 1-2。

表 1-2

产 品	单位产品钢消耗量	单位产品橡胶消耗量	单位产品利润
A	2	3	40
B	3	3	45
C	1	2	24

已知每天可获得 100 单位的钢和 120 单位橡胶，问每天生产 A、B、C 各多少使总利润最大？

这个问题的数学模型是：

设： $x_1 = A$ 的日产量，
 $x_2 = B$ 的日产量，
 $x_3 = C$ 的日产量，

$$\max z = 40x_1 + 45x_2 + 24x_3; \quad (1-6)$$

$$\text{满足} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 100, & (1-7) \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 120, & (1-8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_j \geq 0, \text{ 对一切 } j. & (1-9) \end{cases}$$

从以上两个例题，我们看到：

1. 每个问题都追求一个目标，这个目标可表示为一组变量的线性函数。
2. 问题中有若干约束条件，这些约束条件可用线性等式或线性不等式表达。
3. 在满足约束条件方程的情况下，如果变量取连续值，问题有无穷组解，在例题中就是工厂有无穷组生产方案可供选择。

$$j=1, 2, \dots, n,$$

$$X=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T,$$

$$b=(b_1, b_2, \dots, b_m)^T.$$

由上可见，线性规划的目标函数，可以是求最大值（例如追求利润最大），也可以是求最小值（例如追求成本最小）；约束条件方程（不包括 $x_j \geq 0$ 的非负约束），有“ \leq ”、“ $=$ ”和“ \geq ”三种型式。用“ \leq ”号的，其经济意义是可用的资源（如劳动力、资金、机器小时、原材料等等）有数量上的限制，消耗数量不能超过右端值 b_i ；用“ \geq ”号的经济意义是在混合问题中，某种成份至少必须达到右端值 b_i 的水平；用“ $=$ ”号表示等式左边的物恰好满足等式右边的要求。

线性规划目标函数和约束条件方程的这种多样性会给讨论带来不便，为了便于以后单纯形法的讨论，本书规定线性规划的标准型为：

$$\max z = \sum_{j=1}^n c_j x_j;$$

满足

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, & i=1, 2, \dots, m, \\ x_j \geq 0, & j=1, 2, \dots, n. \end{cases}$$

我们还规定上式中的 $b_i \geq 0$ 。若问题中有 $b_i < 0$ ，可对等式两端乘以 -1 。

如果根据实际问题建立起来的线性规划模型不是标准型的，可以用下述方法将它化成标准型。

1. 若目标函数是

$$\min z = \sum c_j x_j;$$

可令 $z = -z'$ ，将目标函数转化为：

$$\max z' = -\sum c_j x_j.$$

2. 若约束条件方程是“ \leq ”，可在方程左边加上非负变量，将方程转化为等式方程。如式(1-2)可转化为：

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 10, \quad x_2 \geq 0.$$

这里 x_3 的经济意义是A车间没有用完的工时。我们称 x_3 为松弛变量。

3. 若约束条件方程是“ \geq ”，可在方程左边减去非负变量，将方程转化为等式方程。这个非负变量称为多余变量。

一般说来，松弛变量和多余变量的目标函数系数 $c_j = 0$ 。

4. 若有一个变量 x_i 没有非负约束（称为自由变量），为了满足标准型对变量的非负要求，可令 $x_i = x_i - x_m$ ，其中 $x_i \geq 0$ ， $x_m \geq 0$ 。由于 x_i 可能大于 x_m ，也可能小于 x_m ，所以 x_i 可能为正，也可能为负。

例3 将下列线性规划问题化为标准型。

$$\begin{aligned} \min \quad & z = x_1 + 2x_2; \\ \text{满足} \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 - x_2 = 3, \\ x_1 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

解 对自由变量 x_2 作替换，令 $x_2 = x_3 - x_4$ ，其中 $x_3 \geq 0$ ， $x_4 \geq 0$ ，再引入松弛变量 x_5 ，多余变量 x_6 ，得：

$$\begin{aligned} \max \quad & z' = -x_1 - 2x_3 + 2x_4; \\ \text{满足} \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 6, \\ x_1 + x_3 - x_4 - x_6 = 4, \\ x_1 - x_3 + x_4 = 3, \\ x_j \geq 0, \quad j=1, 3, 4, 5, 6. \end{cases} \end{aligned}$$

在继续深入讨论之前，有必要说一下线性规划问题明显的或暗含的假定，这就是成比例性、独立性、可分性和确定性。所谓成比例性，就是在同一问题的同一活动范围内 c_j 值和 a_{ij} 值都不随变量大小而变动，这样，目标函数和约束条件方程才能保证是线性的。但在实际生产活动中， c_j 和 a_{ij} 值并不总是常数，这时仍可用线性规划模型近似地描述实际情况，否则，就要建立复杂得多的数学模型，求解的费用会大得多。所谓独立性，就是任一变量 x_j

的参数 c_j 和 a_{ij} 对其它变量不产生影响,例如,例1中生产甲得到的利润不影响产品乙的数量,如果没有这个假定,问题就复杂化了。所谓可分性就是允许变量取带小数的数值,对小数解不符合实际情况的问题(如不能生产0.3架飞机)可以用整数规划来解决。最后,所谓确定性就是假定所有的参数 c_j , a_{ij} , b_i 都是确定性的,遇到不确定的情况,可以用灵敏度分析、参数规划和随机性线性规划来帮助解决。

第三节 线性规划问题的图解法

只有两个或三个变量的线性规划问题,可以画成平面图或立体图用图解法求解,它虽然没有多大实用价值,但简单直观,有助于初学者了解线性规划问题求解的基本原理。从对简单问题的直观认识扩展加深到较大问题的一般数学理论,将在第二章第一节讨论。

例4 现在对两个变量问题的例1用图解法求解。

例1的数学模型是:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 6x_1 + 4x_2; \\ \text{满足} \quad & \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_2 \leq 7, \\ x_j \geq 0, \text{对一切} j. \end{cases} \end{aligned}$$

解 如图1-1,以 x_1 , x_2 为坐标轴的直角坐标系第一象限(包括坐标轴)是满足 $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$ 的一切点的集合。将题目中3条不等式约束条件方程改成等式方程,画出直线,这3条直线左下方(包括直线本身)和两条坐标轴围成的平面,是满足所有约束条件的一切点的集合,称为**可行域**。

目标函数 $z = 6x_1 + 4x_2$ 在坐标平面上,表示以 z 为参数的一族平行直线。其中的任一直线,是产生相同利润的点的集合,