

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本

理論力學習題集

П. Н. БУХГОЛЬЦ 等著
北京航空學院理論力學教研室譯



商務印書館

0
12

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本



理論力學習題集

H. H. 蒲赫哥爾茨等著
北京航空學院理論力學教研室譯

商務印書館

本書係根據蘇聯技術理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的蒲赫哥爾茨 (Н. Н. Бухгольц)、伏龍科夫 (И. М. Воронков) 與米納科夫 (А. П. Минаков) 合編的“理論力學習題集”1949年第三版增訂本譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為綜合大學教學參考書。

本書由北京航空學院理論力學教研室譯出，全書校訂者為鄭元駟同志。

理 論 力 學 習 題 集

北京航空學院理論力學教研室譯

★版權所有★

商 務 印 書 館 出 版

上海河南中路二一號

中國圖書發行公司 總經售

北京萃斌閣印刷廠 印 刷

(51041·1)

1953年12月初版 版面字數224,000

印數1—10,000 定價¥12,500

中央人民政府高等教育部推薦 高等學校教材試用本的說明

充分學習蘇聯的先進經驗，根據國家建設需要，設置專業，培養幹部，是全國高等學校院系調整後的一項重大工作。在我國高等學校裏，按照所設置的專業試用蘇聯教材，而不再使用以英美資產階級教育內容為基礎的教材，是進一步改革教學內容和提高教學質量的正確方向。

一九五二年九月二十四日人民日報社論已經指出：‘蘇聯各種專業的教學計劃和教材，基本上對我們是適用的。它是真正科學的和密切聯系實際的。至於與中國實際結合的問題，則可在今後教學實踐中逐漸求得解決。’我們現在就是本着這種認識來組織人力，依照需要的緩急，有計劃地大量翻譯蘇聯高等學校的各科教材，並將繼續向全國推薦，作為現階段我國高等學校教材的試用本。

我們希望：使用這一試用本及今後由我們繼續推薦的每一種試用本的教師和同學們，特別是各有關教研組的同志們，在教學過程中，對譯本的內容和譯文廣泛地認真地提出修正意見，作為該書再版時的參考。我們並希望各有關教研組在此基礎上逐步加以改進，使能結合中國實際，最後能編出完全適合我國需要的新教材來。

中央人民政府高等教育部

原書第三版序

“理論力學習題集”第三版比起舊版有了顯著的增添和補充。在靜力學中加添了柔輻而不可伸長的繩纜之平衡一節。在運動學中增添了具有定點之剛體運動一節。在點之運動學中增添了關於質點振動、中心力、及質點之相對運動等新的章節。在質點系及剛體動力學中增加了關於具有定點之剛體運動，第二類蘭格倫日方程式，在平衡位置附近質點系的一自由度及二自由度之微小振動撞擊等節。舊版中的章節大部份都已改寫過，除了有些習題刪去了換上其他的以外，還增添了新的習題。

作者對指出前版的錯誤和缺點的各位同志謹致深深的謝意。

目 錄

原書第三版序

靜 力 學

§ 1 力的合成和分解	1
§ 2 交於一點諸力的平衡	9
§ 3 平行力	16
§ 4 力偶與力矩之理論	20
§ 5 簡化力系成爲最簡單的形式	26
§ 6 平衡力系的平衡	30
§ 7 空間力系的平衡	54
§ 8 有摩擦力存在時的平衡	59
§ 9 重心	69
§ 10 柔纜而不可伸長的繩纜	76

運 動 學

I. 點的運動	83
§ 11 等速及等變速直綫運動	83
§ 12 直綫變速運動	88
§ 13 從直座標運動方程式求點的軌跡、速度與加速度	95
§ 14 從極座標運動方程式求點的軌跡、速度與加速度	102
§ 15 加速度在自然軸(切綫、主法綫、副法綫)上的投影	106
§ 16 點的複雜運動	111
II. 絕對剛體的運動	121
§ 17 剛體繞定軸的轉動	121
§ 18 具有一固定點的剛體的運動	124
§ 19 剛體平面平行運動	127

§ 20 剛體的螺旋運動	136
§ 21 剛體運動的合成	139

動力學

I. 質點動力學	149
§ 22 質點直線運動	149
§ 23 質點振動	158
§ 24 自由質點的曲線運動	164
§ 25 中心力	171
§ 26 不自由質點的運動	175
§ 27 質點的相對運動	187
II. 系動力學	193
§ 28 虛位移原理	193
§ 29 達倫培爾原理	199
§ 30 系的動量定理及質量中心運動定理	208
§ 31 系的動量矩定理	213
§ 32 功與功率	218
§ 33 動能定理	221
§ 34 剛體繞定軸的轉動	228
§ 35 剛體平面平行運動	235
§ 36 具有定點的剛體的運動	243
§ 37 撞擊	247
§ 38 拉格倫日方程式(第二類)	252
§ 39 在穩定平衡位置附近系的微振動	259
§ 40 轉動慣量	266

理論力學習題集

靜力學

§ 1 力的合成和分解

1. 作用於O點的兩個力 P, Q 其合力(圖1)可以用以力之向量構成的平行四邊形的對角線來表示, 即

$$R = P + Q,$$

因此, 合力的大小由下式決定:

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos(P, Q)}.$$

而向量 P, Q, R 間的角度則由以下關係式求得

$$\frac{P}{\sin(Q, R)} = \frac{Q}{\sin(P, R)} = \frac{R}{\sin(P, Q)}.$$

此外,

$$R = P \cos(P, R) + Q \cos(Q, R).$$

2. 知力 P 在座標軸上的投影 X, Y, Z 為已知, 則

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}; \cos(P, x) = \frac{X}{P}, \cos(P, y) = \frac{Y}{P}, \cos(P, z) = \frac{Z}{P}.$$

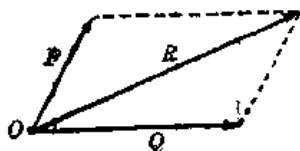


圖 1

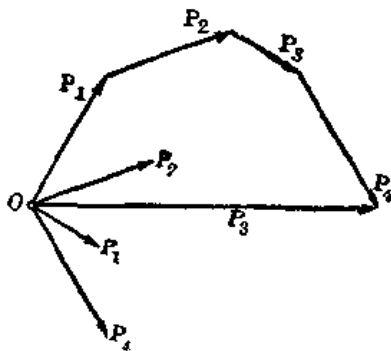


圖 2

3. 如有數力作用於 O 點, 則其合力可用諸力向量所構成的多邊形的封閉邊來表示 (圖 2), 即

$$R = \Sigma P,$$

此合力在任意方向 l 的投影等於分力在此方向的投影之代數和, 即

$$R_l = \Sigma P_l.$$

4. 如諸力 $P_1(X_1, Y_1, Z_1), P_2(X_2, Y_2, Z_2), \dots, P_n(X_n, Y_n, Z_n)$ 在座標軸上的投影為已知, 則其合力的大小和方向可由下列式子決定:

$$R_x = \Sigma X, R_y = \Sigma Y, R_z = \Sigma Z,$$

$$R = \sqrt{(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2 + (\Sigma Z)^2},$$

$$\cos(R, x) = \frac{\Sigma X}{R}, \cos(R, y) = \frac{\Sigma Y}{R}, \cos(R, z) = \frac{\Sigma Z}{R}.$$

1. 二力 F_1, F_2 , 其大小為 $F_1 = 30$ 公斤, $F_2 = 40$ 公斤, 如其合力大小為 50 公斤, 求二力的夾角。

答: $\alpha = 90^\circ$.

2. 二力的大小為 5 公斤及 16 公斤, 其夾角為 60° , 求合力之大小及其與二分力所成的角度。

答: 19 公斤; $13^\circ 10' 25''$ 與 $46^\circ 49' 35''$.

3. 如 F_1, F_2 二力的夾角為 135° , 而其合力等於較小的一力 F_2 , 問 F_1, F_2 二力大小的比是多少?

答: $F_1 : F_2 = \sqrt{2}$.

4. 求二力間的夾角, 如此二力及其合力三者互等。

答: 120° .

5. 二力的夾角為 50° ; 其大小比值為 2:3. 求合力與此二力所成的角度。

答: $30^\circ 19' 41''$ 與 $19^\circ 40' 19''$.

6. 力 P 分解成兩個力, 其中一力大小與力 P 相等並與力 P 成 α 角. 求另一分力的大小及其與力 P 所成的角 β .

答: $2P \sin \frac{\alpha}{2}$; $\beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

7. 在莫斯科地磁場強度的水平分量為 0.182 單位, 懸磁針於其中

心時，其傾斜度即磁針與水平方向所成角度為 $68^{\circ}30'$ 。求地磁場強度 I 的值。

答： $I=0.497$ 單位。

8. 一樑固定在牆上，有一與樑成 40° 角的力 P 作用於其上。求使樑彎曲及使樑伸長的力，如已知力 P 的大小為 1000 公斤。

答： 642.79 公斤與 766.04 公斤。

9. 力 F 的大小為 $F=14$ 公斤，試分解成二力 F_1, F_2 ，使能同時滿足下列條件：1. $F_1 + F_2 = 16$ 公斤；2. 兩分力的夾角為 60° 。

答： $F_1=6$ 公斤， $F_2=10$ 公斤。

10. 大小為 50 公斤的力 P 分解為兩個分力，其中一分力與 P 所成的角度為 35° ，另一分力的大小為 30 公斤。求第一分力的大小及第二分力與 P 的夾角。

答： 49.76 公斤， $72^{\circ}4'$ ；或 32.15 公斤， $37^{\circ}56'$ 。

11. 試分解力 R 為二力 P 及 Q ，此二力互相垂直，其比值 $P:Q=m:n$ 。

答： $P = \frac{mR}{\sqrt{m^2+n^2}}$ ； $Q = \frac{nR}{\sqrt{m^2+n^2}}$ 。

12. 力 P 分解成二分力，其大小比率為 2:1。求第一分力端點的幾何位置。

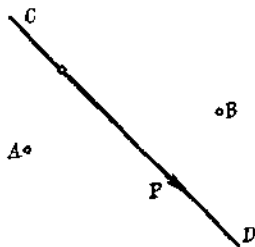
答： 半徑為 $\frac{2}{3}P$ 的圓，圓心在力 P 的作用線上離作用點的距離為 $\frac{4}{3}P$ 。

13. 兩個力通過二已知點 A, B ；其夾角已知，其合力方向沿已知線 CD ，大小為 P 。用圖解法求此二力。

14. 三力大小相等，邊上兩力與中間一力所成的角度為已知，而



第 8 題圖



第 13 題圖

它們的合力可用已知綫段 AB 表示。試用圖解法求出這幾個力。

15. 用一根長度為 l 的繩，拉一塊木料等速前進。如拉力為 P ，繩的端點到地面的距離為 h 米，求木料與地面之間摩擦力 F 的大小。

答：作等速運動時，摩擦力 F 的方向與運動方向相反，其大小應與 P 的水平分力相等；由此得：

$$F = P \sqrt{\frac{l^2 - h^2}{l^2}}$$

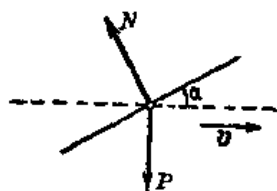


第 15 題圖

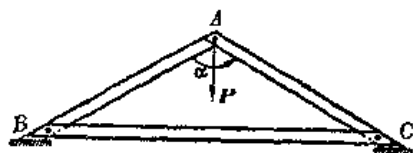
16. 一架飛機作等速水平飛行。空氣對機翼的壓力 N 垂直於翼面，其大小可以用以下式子表示： $N = 0.42 s v^2 \sin \alpha$ ，其中， s ——翼面積， α ——機翼與運動方向所成的角度， v ——飛機速度。已知 s, α 與飛機重量 P ，求力 N 及速度 v 的值。

答：當飛機作水平飛行時，力 N 的垂直分力大小與飛機重量 P 相等；由此得：

$$N = \frac{P}{\cos \alpha}; \quad v = \sqrt{\frac{P}{0.42 s \sin \alpha}}$$



第 16 題圖



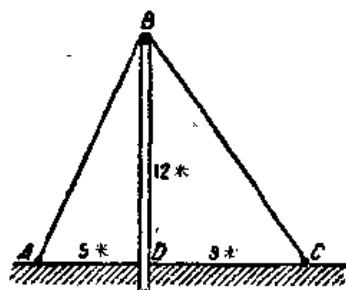
第 17 題圖

17. 相同的兩根桁架支桿 AB 及 AC ，其嵌接處 A 上掛一重物 P ，試求水平橫樑 BC 的張力 S 的值。設 $\angle BAC = \alpha$ 。

答： $S = \frac{P}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

18. 天綫竿 DB 用兩根拉繩 AB、BC 支持着，求拉繩 AB 及 BC 的張力 T_1 與 T_2 ，假定竿子不彎曲。已知：AD=5 米，DC=3 米，DB=12 米。

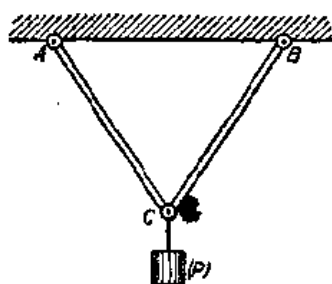
答： $T_1 = \frac{39}{25}$ ， $T_2 = \frac{39}{25}$ 。



第 18 題圖

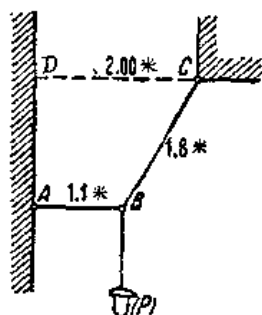
19. 兩根相同的支桿 AC 及 BC 的鉸鏈接點 C 上掛一重物 P。求鉸鏈 A 及 B 上的反作用力。設 $\angle ACB = \alpha$ 。

答： $R_A = R_B = \frac{P}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$ 。



第 19 題圖

20. 兩根繩子 AB 及 BC 掛重 $P=3$ 公斤的燈一盞，繩 AB 為水平。求二繩的張力 T_1 及 T_2 ，設 AB=1.1 米，BC=1.8 米，DC=2 米。

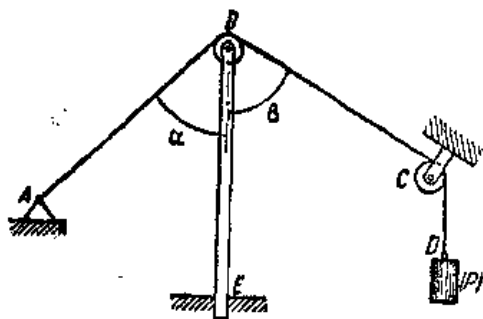


第 20 題圖

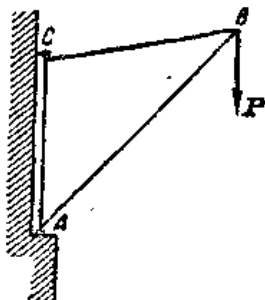
T_1 及 T_2 ，設 AB=1.1 米，BC=1.8 米，DC=2 米。

答： $T_1 = \sqrt{3}$ 公斤； $T_2 = 2\sqrt{3}$ 公斤。

21. 固定於 A 點的繩子 ABC 繞過滑輪 B 及 C 後，於繩的 D 端懸一重物 $P=100$ 公斤。求柱 BE 所擔負的垂直壓力，設 $\angle \alpha = 45^\circ$ ， $\angle \beta = 60^\circ$ 。



第 21 題圖



第 22 題圖

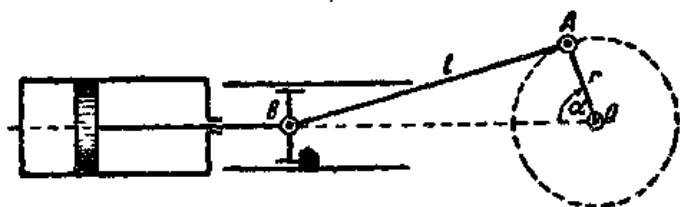
答: $50(1 + \sqrt{2})$ 公斤。

22. 重物 $P = 100$ 公斤掛在起重機懸臂 ABC 上。求支桿 AB 及 BC 的內力 S_1 與 S_2 , 設 $AB = 3.8$ 米, $AC = 2$ 米, $BC = 2.6$ 米。

答: $S_1 = -190$ 公斤; $S_2 = 130$ 公斤。(負號表示壓力)。✓

23. 蒸汽機活塞直徑為 d 厘米。蒸汽壓力在活塞的一邊為 p 大氣壓, 在另一邊為 p_0 大氣壓 (1 大氣壓等於每平方厘米 1 公斤的壓力)。求轉動曲柄 OA 的力 T 之值, 設曲柄長 $OA = r$, 聯桿長 $AB = l$, 曲柄轉角 $AOB = \alpha$ 。

答: $T = \frac{\pi d^2}{4} (p - p_0) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$ 公斤, 其中 $\sin \beta = \frac{r \sin \alpha}{l}$ 。



第 23 題圖

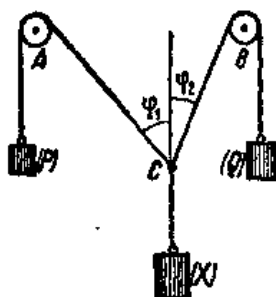
24. 三根繩聯結於節點 C , 其中兩根繞過滑輪 A 與 B , 其兩端分別掛二重物 $P = 3$ 公斤及 $Q = 5$ 公斤。第三根繩末端掛一重物 X 。求 X 值及繩 AC 、 BC 與垂直方向所成的角度 φ_1 、 φ_2 , 假定整個系統處於平衡狀態且 $\angle ACB = 60^\circ$ 。

答: $X = 7$ 公斤,

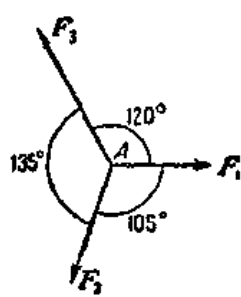
$\varphi_1 = 38^\circ 13'$,

$\varphi_2 = 21^\circ 47'$ 。

25. 在同一平面內的三力 F_1 、 F_2 及 F_3 作用在物體上的 A 點, 該三力間的夾角各為 105° , 135° 及 120° 。求合力的值和方向, 設 $F_1 = 18$ 公斤, $F_2 = 24$ 公斤, $F_3 = 30$ 公斤。



第 24 題圖



第 25 題圖

答: $R=4.26$ 公斤, 該力在 F_1 與 F_2 二力之間並與後者成 $18^\circ 54'$ 的角度。

26. 三力 F_1 、 F_2 、 F_3 作用於一點, 其大小比例為 $1:2:3$, 如三力同在一平面內且其間三夾角互等, 求三力之值及其合力的方向。已知合力 $R=10$ 公斤。

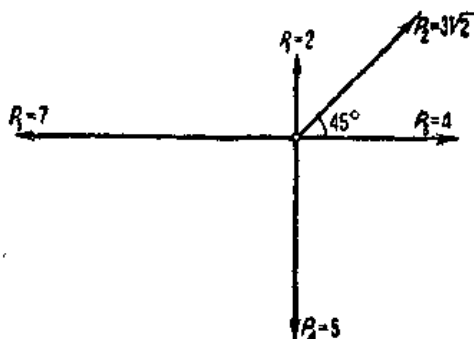
答: $F_1 = \frac{10}{\sqrt{3}}$ 公斤, $F_2 = \frac{20}{\sqrt{3}}$ 公斤, $F_3 = 10\sqrt{3}$ 公斤。 R 及 F_3 間夾角為 30° 。

27. 與一已知三角形三邊成比例的三力, 作用於該三角形相應邊的中點, 其方向垂直於相應邊並指向三角形內。證明該三力自相平衡即其合力為零。試推論到多邊形的一般情況。

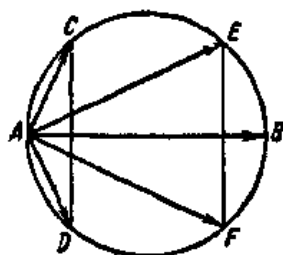
28. 給定四力所組成的平面滙交力系, 試以與此力系相當的兩個力替換該力系, 該二力作用於同一點並平行於二已知直線或已知其大小(圖解法)。

29. 一質點位於正方形內距中心距離為 a 處, 正方形的各頂點以與距離成正比的力吸引該質點(比例常數為 k)。求這些吸力的合力。

答: 合力的大小等於 $4ka$, 指向正方形之中心。



第 30 題圖



第 31 題圖

30. 給定五力, 其大小為 $P_1=2$ 公斤, $P_2=3\sqrt{2}$ 公斤, $P_3=4$ 公斤, $P_4=5$ 公斤, $P_5=7$ 公斤, 其方向如圖示; 求其合力。

答: $R=0$

31. 在圓上畫一直徑 AB 及與此直徑垂直的等長的二弦 CD 和 EF 。求以向量 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ 及 $\overrightarrow{AF}$ 表示的諸力之合力 R 。

答: $R=3\overrightarrow{AB}$ 。

32. 在正 n 邊形的中心作用着 $n-1$ 個力, 各力指向其頂點; 其中每一力之大小均為 P 。求其合力之大小。

答: $R=P$ 。

33. 根據下列數據, 畫出共面向量 A, P, V, Q 並求每一向量的模及其與軸 Ox 所成的角度。

答: $A=2\sqrt{5}$,

$\operatorname{tg}(A, x) = -2$

(第二象限);

$P=\sqrt{10}$, $\operatorname{tg}(P, x) = \frac{1}{3}$

(第一象限);

$V=\sqrt{10}$, $\operatorname{tg}(V, x) = -3$

(第四象限);

$Q=5$, $\operatorname{tg}(Q, x) = \frac{3}{4}$ (第三象限)。

向量在座標
軸上的投影

向量作用點
的座標

	A	P	V	Q
X=	-2	3	1	-4
Y=	4	1	-3	-3
x=	1	-3	0	2
y=	-3	2	1	1

34. 力 P 大小為 26 公斤, 分解成相互垂直的三分力, 其大小比值為 3:4:12。求分力的大小及其與力 P 所成的角度 α, β, γ 。

答: 6 公斤, 8 公斤, 24 公斤; $\cos \alpha = \frac{3}{13}$, $\cos \beta = \frac{4}{13}$, $\cos \gamma = \frac{12}{13}$ 。

35. 四力作用於一點。它們在直座標軸 $Oxyz$ 的投影列表如下:

	I	II	III	IV
X=	1	2	0	2
Y=	10	15	-5	10
Z=	3	4	1	-2

求合力的大小及其與座標軸所成的角度。

答: $R=31$, $\alpha=80^{\circ}43'$, $\beta=15^{\circ}35'$, $\gamma=78^{\circ}50'$.

36. 三力作用於一點, 它們在直座標軸的投影列表如下:

	I	II	III
$X=$	2	1	2
$Y=$	10	4	-2
$Z=$	6	-4	-2

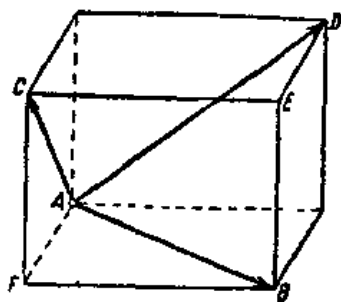
求合力的大小及其與每一分力的夾角 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

答: $R=13$; $\cos \varphi_1 = \frac{5}{\sqrt{35}}$, $\cos \varphi_2 = \frac{53}{13\sqrt{33}}$, $\cos \varphi_3 = -\frac{7}{13\sqrt{3}}$.

37. 作用於正平行六面體 $ABCDEF$ 的頂點 A 上的三力, 用向量 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 和 $\overline{AD}$ 表示. 求它們的合力.

答: $R=2\overline{AE}$.

38. 力 $P_1=3i$, $P_2=-7j$, $P_3=4k$ 作用於座標軸的原點, 其作用綫沿座標軸 x, y, z . 力 P 的模等於 3, 其與以上三軸所成的三夾角相等. 求合力的大小及其與座標軸所成的角度.



第 37 題圖

答: $R=\sqrt{83}\approx 9.1104$, $\alpha=58^{\circ}40'$, $\beta=125^{\circ}30'$, $\gamma=51^{\circ}$.

§ 2 交於一點諸力的平衡

1. 作用交錯於一點的力系 $P_1, P_2, \dots, P_n$, 其平衡的充分與必要的條件可以用一個向量等式表示

$$R = \Sigma P = 0, \quad (1)$$

也可以用三個數量式子表示:

$$\Sigma X = 0, \quad \Sigma Y = 0, \quad \Sigma Z = 0, \quad (2)$$

式中 X, Y, Z 為力 P 在座標軸上的投影。

設若力系在一座標面內, 則等式 (2) 中有一式可以除去。

解靜力學問題時，可以用分析法〔式(2)〕，也可以用圖解法〔式(1)〕。

如反作用力的方向預先不知道（例如絞鏈的情況），用分析法解題時應將未知反作用力沿座標軸分解，然後在平衡方程式中列入此未知反作用力在座標軸上的投影。

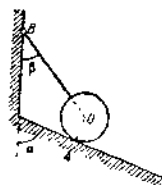
如方程式解出的結果中，反作用力的某一投影為負，這表示該向分力是沿負軸的方向。

根據方程式(1)，圖解法就是畫封閉的力多邊形的問題。在解不平行的三力之平衡問題時，常應用平衡三力交於一點的定理預先決定反作用力的方向。

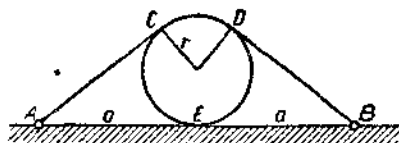
39. 重 P 的球用繩子固定於定點 B ，球靠在斜面上 A 點，如果已知 α 及 β 角，求 A 點的反作用力 N 及繩子的張力 T 。研究下列兩種情況：

1. $\alpha = \beta$; 2. $\alpha = 0$.

答: $N = \frac{P \sin \beta}{\cos (\alpha - \beta)}$; $T = \frac{P \cos \alpha}{\cos (\alpha - \beta)}$.



第 39 題圖



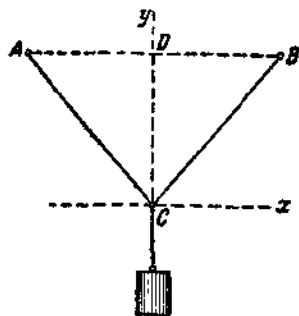
第 40 題圖

40. 半徑為 r ，重為 P 的球以繩子 $\triangle CDB$ 固定於水平面上，繩子的張力為 T ，如 $AE = EB = a$ ，求 E 點的反作用力之大小。

答: $N = P + \frac{4ar}{a^2 + r^2} T$.

41. 在固定於同在一水平面上的兩點 A 、 B 的兩根等長繩子上，懸一重 P 的物體，如 $AB = 2a$ ，繩子可承受的最大張力為 T_0 ，問繩子應為多長？

答: $l \geq \frac{2aT_0}{\sqrt{4T_0^2 - P^2}}$.



第 41 題圖

42. 一位於光滑斜面上的質點，可以在沿着有最大斜度之線的力 P_1 之作用下平衡，也可以在水平力 P_2 之