

电机工程手册

第5篇 自动控制理论

(试用本)

机械工程手册 编辑委员会
电机工程手册



机械工业出版社

73.21073
210
2:1

电机工程手册

第5篇 自动控制理论 (试用本)

机械工程手册 编辑委员会
电机工程手册



机 械 工 业 出 版 社

本篇叙述了自动控制技术的理论基础，重点介绍了工业自动化常用的线性反馈控制理论和逻辑控制理论；对非线性反馈控制理论、采样控制理论、用统计学方法测定动态特性的理论作了简要介绍；同时也对现代控制理论中状态变量法的基本概念及其应用作了简明概括。

本书可供从事工业自动控制的工人、工程技术人员查阅使用，也可供高等学校有关专业的师生参考。

电机工程手册

第5篇 自动控制理论

(试用本)

天津大学 主编

*
机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

上海商务印刷厂印刷

新华书店上海发行所发行·新华书店经售

*
开本 787×1092 1/16 · 印张 5 6/8 · 字数 157 千字

1979 年 3 月上海第一版 · 1979 年 3 月上海第一次印刷

印数 00,001—68,000 · 定价 0.46 元

*
统一书号: 15033 · 4606

常用符号表

c	线性多项式各系数相除后之系数；输出变量，或作 $C(t)$	$P(\omega)$	实频特性函数或曲线
e	反馈控制系统的误差，或作 $e(t)$ ；元件的输入信号	$Q(\omega)$	虚频特性函数或曲线
$e^*(t)$	对 $e(t)$ 采样后得到的采样值，即在各采样瞬间的 $e(t)$ 之值	$Q(z)$	z 的多项式
$e_1(t)$	对 $e^*(t)$ 用零阶保持器后所得之值	$R(s)$	输入变量 $r(t)$ 的拉氏变换
$e^{**}(nT)$	在 $(n-1)T$ 到 nT 时刻间信号之平均变化率	S	逻辑加法器中的和数
$g(t)$	脉冲过渡函数(脉冲反应函数)；控制通道的脉冲过渡函数	T	一段时间；采样间隔；采样周期
$i(t)$	脉冲序列	T_1	时间常数；
$k(Y)$	单位脉冲序列	Z	Z 变换运算符号
$\ell(t)$	干扰通道脉冲过渡函数	X	x 之拉氏变换； x 之脉冲序列；正弦波输入之幅值
$n(t)$	干扰输入	Y	y 之拉氏变换； y 之脉冲序列
p	传递函数的极点	$\mathbf{A}(t)$	系数矩阵
$r(t)$	反馈控制系统输入变量	$\mathbf{B}(t)$	系数矩阵
s	拉氏变换变量的符号；传递函数的极点	$\mathbf{C}(t)$	系数矩阵
t_s	调整时间；或称过渡过程时间	$\mathbf{H}(t)$	测量矩阵
$u(t)$	控制作用；输入变量	\mathbf{K}	鉴别线性定常系统可控性的矩阵
v	测量误差，或作 $v(t)$	\mathbf{L}	鉴别线性定常系统可测性的矩阵
w	干扰变量，或作 $w(t)$	\mathbf{F}	表示线性状态(或外输出)反馈调节器的输入输出关系的矩阵
x	位移；系统或元件的输入变量或输出变量	\mathbf{R}	权矩阵
$x(t)$	常用变量；输入变量或输出变量	\mathbf{x}	状态向量
$y(t)$	常用变量；输出变量	\mathbf{u}	控制向量
z	Z 变换中的变量符号；输出变量，或作 $z(t)$ ；传递函数的零点	\mathbf{w}	干扰向量
C	逻辑加法器的进位	\mathbf{z}	观测向量
$C(s)$	输出变量 $C(t)$ 的拉氏变换	$\phi(t-t_0)$	状态转移矩阵
D	延迟一拍的运算符号	$\delta(\tau)$	单位脉冲函数；单位脉冲
$E(s)$	$e(t)$ 的拉氏变换	$\varphi(\tau)$	相关函数
$E(z)$	$e(t)$ 的 Z 变换	$\varphi_{xx}(\tau)$	x 的自相关函数
$E'(z)$	单位脉冲函数的 Z 变换	$\varphi_{yz}(\tau)$	x 对 y 的互相关函数
F	逻辑函数式	$\varphi(\omega)$	相频特性(曲线)
$G(s)$	具有脉冲过渡函数 $g(t)$ 的对象或系统的传递函数	λ	时间代换量；矩阵的特征值
$G(j\omega)$	具有脉冲过渡函数 $g(t)$ 的对象或系统的频率特性；控制通道频率特性	ν	积分总和的近似计算中计算点的序数；控制系统的无差度
$H(s)$	保持器的传递函数；反馈网络传递函数	μ	积分总和的近似计算中估计 τ 的序数
J	逻辑加法器前一位的进位数	γ	相位裕量
K	系统的放大系数，或叫增益	σ	均方根误差；极点之实部；百分率超调量
K_g	增益裕量的倒数	τ	延迟时间；时间代换值；元件的时间常数
\mathcal{L}	拉氏变换运算符号	ξ	二阶系统中的阻尼系数；阻尼比
M_p	谐振峰值	ω	角频率
$M(\omega)$	幅频特性(曲线)	ω_a	信号频谱中的最大频率；增益交界频率
N	次数；个数；总格(步)数；非线性描述函数	ω_c	截止频率；系统的带宽
		ω_r	谐振频率
		ω_s	采样频率
		ω_n	无阻尼自振频率
		ω_σ	相位交界频率
		ϕ	相位移；逻辑式中的多余组合
		$\varphi_{xx}(\omega)$	变量 $x(t)$ 的频谱密度
		ψ	衰减率

编 辑 说 明

(一) 我国自建国以来，机械工业在毛主席的革命路线指引下，贯彻“独立自主、自力更生”和“洋为中用”的方针，取得了巨大的成就。为了总结广大群众在生产和科学方面的经验，同时采用国外先进技术，加强机械工业科学技术的基础建设，适应实现“四个现代化”的需要，我们组织编写了《机械工程手册》和《电机工程手册》。

(二) 这两部手册主要供广大机电工人、工程技术人员和干部在设计、制造和技术革新中查阅使用，也可供教学及其他有关人员参考。

(三) 这两部手册是综合性技术工具书，着重介绍各专业的基础理论，常用计算公式，数据、资料，关键问题以及发展趋向。在编写中，力求做到立足全局，勾划概貌，反映共性，突出重点。在内容和表达方式上，力求做到深入浅出，简明扼要，直观易懂，归类便查。读者在综合研究和处理技术问题时，《手册》可起备查、提示和启发的作用。它与各类专业技术手册相辅相成，构成一套比较完整的技术工具书。《机械工程手册》包括基础理论、机械工程材料、机械设计、机械制造工艺、机械制造过程的机械化与自动化、机械产品六个部分，共七十九篇；《电机工程手册》包括基础理论、电工材料、电力系统与电源、电机、输变电设备、工业电气设备、仪器仪表与自动化七个部分，共五十篇。

(四) 参加这两部手册编写工作的，有全国许多地区和部门的工厂、科研单位、大专院校等五百多个单位、两千多人。提供资料和参加审定稿件的单位和人员，更为广泛。许多地区的科技交流部门，为审定稿件做了大量的工作。各篇在编写、协调、

审查、定稿各个环节中，广泛征求意见，发挥了广大群众的智慧和力量。

(五)为了使手册早日与读者见面，广泛征求意见，先分篇出版试用本。由于我们缺乏编辑出版综合性技术工具书的经验，试用本在内容和形式方面，一定会存在不少遗漏、缺点和错误。我们热忱希望读者在试用中进一步审查、验证，提出批评和建议，以便今后出版合订本时加以修订。

(六)本篇是《电机工程手册》第5篇，由天津大学主编。许多有关单位对编审工作给予大力支持和帮助，在此特表致谢。

机械工程手册 编辑委员会编辑组
电机工程手册

目 录

编辑说明

常用符号表

概 论

第1章 线性连续反馈控制系统

1 基本知识	5-3
1.1 名词术语	5-3
1.2 反馈的概念	5-3
1.3 反馈控制系统的工作原理	5-3
1.4 反馈控制系统的组成部件	5-4
1.5 反馈控制系统的分类	5-4
1.6 反馈控制系统的设计要点	5-4
2 拉氏(拉普拉斯)变换	5-5
3 动态特性的数学描述	5-9
3.1 微分方程	5-9
3.2 传递函数	5-9
3.3 频率特性	5-10
3.4 脉冲过渡函数(脉冲反应函数、脉冲响应函数)	5-15
3.5 阶跃过渡函数(阶跃反应函数、阶跃响应函数)	5-16
3.6 任意输入作用下的过渡函数	5-17
4 组成系统的典型环节及其组合	5-17
4.1 典型动态环节	5-17
4.2 方框图	5-21
4.3 串联的传递函数	5-21
4.4 并联的传递函数	5-22
4.5 闭环系统的传递函数	5-22
4.6 方框图的计算	5-22
5 稳定性	5-23
5.1 定义	5-23
5.2 造成闭环系统不稳定的物理原因	5-23
5.3 稳定性准则(稳定性判据)	5-23
5.4 稳定裕量	5-26
6 静态误差(又称稳态误差)	5-27
7 动态品质分析	5-28
7.1 品质指标	5-28

7.2 分析方法 5-29

8 系统的校正 5-33

 8.1 串联校正 5-33

 8.2 并联校正(又称反馈校正) 5-35

第2章 非线性反馈控制系统

1 概述	5-36
2 用描述函数确定非线性控制系统 的自振荡	5-40
2.1 描述函数的物理意义	5-40
2.2 用描述函数法分析非线性控制系统 的稳定性	5-40
3 消除自持振荡的方法	5-41
4 利用非线性特性改善系统动态品质的方法	5-42

第3章 统计学方法测定动态 特性的理论基础

1 随机过程及其统计学特性	5-42
2 测量动态特性的统计学方法	5-45
3 伪随机噪音	5-46

第4章 线性采样控制理论简介

1 概述	5-48
2 信号的采样及其复现	5-49
2.1 信号的采样过程	5-49
2.2 信号的复原和实用保持线路	5-50
3 线性采样系统的数学表达方法	5-50
3.1 Z 变换法	5-50
3.2 Z 的逆变换及差分方程	5-52
4 采样系统的稳定性	5-52
5 关于采样系统的动态特性校正装置的设计方法	5-53

第5章 状态变量法的基本概念

1 状态变量和状态空间表达式	5-54
----------------	------

1.1 状态变量的选取和状态空间表达式 的列写方法	5-54	3.2 最大项形式	5-70		
1.2 定常系统状态方程的解	5-56	3.3 最小项和最大项的表示法	5-70		
1.3 连续时间状态方程的离散化	5-57	3.4 最小项和最大项形式的性质	5-70		
2 可控性和可测性	5-58	3.5 逻辑式的其他不同形式	5-71		
3 状态变量的应用概述	5-59	4 真值表	5-71		
3.1 最优控制问题	5-59	5 真值图(卡诺图)	5-72		
3.2 最优状态估计(最优滤波问题)	5-60	5.1 真值图的画法	5-72		
3.3 对象的辨识和参数估计问题	5-61	5.2 用真值图表示逻辑式	5-73		
第 6 章 逻辑控制中数的表示					
1 二进制数、八进制数	5-62	5.3 用真值图简化逻辑式	5-73		
2 各种进制数间的转换	5-63	6 多余组合——任选情况的处理	5-74		
2.1 二进制数(或八进制数)转换成十进 制数	5-63	7 逻辑式的简化	5-75		
2.2 十进制数转换成二进制数	5-63	7.1 公式简化法	5-75		
2.3 十进制数转换成八进制数	5-64	7.2 表格简化法	5-75		
2.4 八进制数与二进制数间的转换	5-64	第 8 章 组合逻辑电路的设计			
3 用二进编码表示的十进制数和	5-64	1 概述	5-77		
八进制数	5-64	2 按给定电路列写逻辑式	5-77		
3.1 二-十进制数	5-64	2.1 “与非”组件的等效逻辑关系	5-77		
3.2 二-八进制数	5-65	2.2 “或非”组件的等效逻辑关系	5-78		
4 数的定点与浮点表示	5-65	2.3 按“与非”电路列写其逻辑式	5-78		
5 原码、反码、补码的表示法	5-66	3 用“与非”组件实现逻辑式	5-78		
第 7 章 逻辑代数(布尔代数)					
1 逻辑代数中的变量及运算	5-66	3.1 原变量和反变量的输入都可以提供 的情况	5-78		
1.1 逻辑代数中的变量	5-66	3.2 输入没有反变量提供的情况	5-79		
1.2 逻辑代数中的基本运算	5-67	3.3 多输出的情况	5-80		
1.3 其他逻辑运算	5-67	4 用“与或非”门实现逻辑式	5-80		
2 逻辑代数的基本公式	5-68	5 用有接点电器实现逻辑式	5-81		
3 逻辑式的几种表示形式	5-70	6 用二极管矩阵实现逻辑式	5-81		
3.1 最小项形式	5-70	6.1 基本电路及原理	5-83		

概 论

自动控制就是用各类自动装置和仪表(包括控制计算机)代替帮助人去控制生产机器或设备。生产愈发展,生产机器和设备的运行要求(如单位时间内必需处理的物料量、工艺条件的允许变化范围、物料的反应速度、产品的质量……等)就愈高,也就愈需要以自动控制去代替人工操作。在简单生产过程中,需要加以控制的生产变量(化工反应中的温度、压力、成分、流量;机械加工中的位移、转速等)数目较少、变化缓慢、允许波动范围较宽,这时自动控制的主要作用是减轻劳动强度、保证安全生产和提高劳动生产率。但随着生产过程发展,需要加以检测的变量大大增多,它们的变化速度也大大提高,允许波动的范围也大大缩小,在这种情况下,不用自动控制就根本无法进行生产。因而,自动控制就成了现代化生产的必要条件之一。

用自动控制的生产过程系统,就是生产过程自动化系统,它是自动控制系统中最广泛的一类。其他还有许多非生产性的自动控制系统,如雷达搜索系统、武器的自动瞄准系统、射电望远镜的跟踪系统等。此外,用以实现自动化的许多自动装置和仪表本身也是一种小型的自动控制系统。

自动控制系统就其控制的对象或控制的具体过程来说种类繁多,不胜枚举,但就其所控制的变量的性质来说,不外乎连续和断续的两大类。连续控制系统是指被控制变量(被控量)不管干扰多大,都紧跟给定值连续变动的系统。如系统给定值经常改变,这就是随动系统;如给定值基本不变,这就是定值调节系统;如给定值按预先安排的程序变化,这就是程序控制系统。连续系统的变量也可以采样测取成为时间的离散量,也可以再进一步量化成数字量,前者构成了采样控制系统;后者则形成数字控制系统。断续控制系统的变量是开关量,例如电量的有或无、大或小;机械部件的进或退、动或停。如果控制系统是纯然按若干事件的逻辑关系而决定其各输出变量的有或无的,这系统就是组合逻辑控制系统;如果控制系统还进一步同时考虑若干事件发生的顺序来决定输出变量的有或无,则为顺序控制系统。

自动控制理论是研究自动控制系统运动规律的理论,运用这些理论可以正确地分析、综合和设计自动控制系统。对上述两大类自动控制系统的研究形成了相应的两类自动控制理论。或更确切地说,研究连续自动控制系统运动规律的理论,一般都叫反馈控制理论,包括近十多年来提出的所谓近代控制理论。研究断续自动控制系统运动规律的理论叫继电或开关控制理论或逻辑控制理论。

反馈控制理论以数学方法(包括解析法和图解法)研究不同特性元部件以不同方式构成闭环系统条件下,系统的输出变量(往往就是被控变量)和各类输入变量间随时间变化的关系,并且按实际工程需要研究并指定某些表示系统动静态品质的指标。在确定的元件和系统构成方式下,计算或寻找输出输入变量间的关系,并从这些关系说明系统的品质,这就是系统的“分析”工作。在一定品质指标要求下,反过来选取构成系统的可调元件的参数及其构成方式,这就是调节器参数“整定”及系统的“综合”工作。在一定品质指标要求下,确定全系统的结构,并选取不同类型元部件的构成方式及其具体参数,这是自动控制系统的设计工作。

逻辑控制理论研究实现一定逻辑动作时各种逻辑元件的组成规律,并从工程角度提出和研究构成逻辑动作的典型门电路线路及其最简化和可靠性问题。已知逻辑线路求其输出动作规律是分析;反之,按一定动作规律的要求来构成相应的逻辑控制线路就是综合或设计。

反馈控制理论的内容相当丰富,它的基础是“线性连续反馈控制理论”。第一,反馈控制理论其他部分不少是在线性理论的基础上发展起来的,例如采样控制系统,是将变量在数学上作某些处理后,仍用线性反馈控制理论的基本方法运算分析的。第二,线性反馈控制理论的分析方法多、运算方便、实用价值大。在某些特定条件下,往往可以把实际的非线性系统化成线性系统来运算;或在牺牲一定精度的代价下,用准线性化方法把非线性系统当作线性系统来处理。线性反馈控制理论(包括近代控制理论

部分)在目前是自动控制理论中实用价值最大的部分,用它可以解决自动控制系统中大量的分析、综合和设计问题。

在“经典”线性反馈控制理论中目前最通用的两种方法是频率法和根轨迹法。在本世纪四十年代后期,线性控制理论中的频率方法已十分完善,它的特点是可以从实验结果得到系统元部件或整个系统的动态表达式(频率特性曲线),从而可以在实验基础上来综合自动控制系统。这对于设计随动系统是特别方便的。此外,频率法直接给出了一定系统上输入输出变量的频率范围,对系统能通过的信号频带的概念十分明确,有利于一些自动测试仪表和随动系统的设计。本世纪四十年代末提出了根轨迹法,它的着眼点是系统的动态特性(稳定性、稳定余量、阻尼比等)和系统零极点的分布密切有关,而在系统大部分元部件已确定,只能调整校正装置部分几个参数时,这些参数对零极点分布的影响用根轨迹表示最直接而方便。这种方法无论从分析和综合角度来说都很简便明了,而且在分析采样控制系统和研究系统灵敏度时都有可取之处。

对于具有严重非线性特性的系统,例如两位调节系统,就一定要用非线性方法。非线性特性往往是系统产生自振的根源,在分析一个反馈控制系统的自振现象时,应当从非线性观点着手。非线性特性对改善系统动态特性是有特殊功用的。上述这些问题都需用非线性控制理论来解决。

采样控制理论是研究多点控制和计算机控制系统动作规律的理论。如果只着眼于变量在采样点上的变化关系,那么只要用Z变换代替拉氏变换,全部线性反馈控制理论的结论都可以应用。

反馈控制理论从四十年代发展到现在,已有“经典”和“现代”两大类之分。所谓“经典”自动控制理论是指在五十年代前期已得到充分发展的主要是解决单变量线性反馈系统分析和设计问题的自动控制原理。到六十年代,由于空间技术和武器控制系统的发展,要求精确地处理各种多变量非线性系统的控制问题。这些系统往往要考虑到许多随机信息,为了能够迅速及时地处理大量运算数据,一定要用计算机工作,所以必须考虑到采样问题。这样就形

成了现代控制理论。它的特点是以状态变量表示系统的动态变量,以连续或离散形式用矩阵方法作为运算的基础,以便于直接应用计算机。现代控制理论在设计系统时往往以某些指标最优(极大或极小)为依据,因而最优控制是它的主要内容之一。设计计算的结果是一个能满足一定指标和某些约束条件的最优控制向量。这一最优控制向量可以在系统之外用计算机算出后再加到系统的输入端去,更实用的是以在线控制计算机直接作最优控制。用计算机进行最优控制的首要条件是要知道被控制对象的数学模型,在现代控制理论中寻找对象数学模型的方法——“辨识和参数估计”正在发展。在运行中有些对象的数学模型是会随工作条件而改变的,这时可以随时辨识对象的数学模型,并随时按最优指标计算最优控制,使控制系统自己适应条件随时保持最优,这就是自适应控制系统的概念。自适应系统是根据现代控制理论用辨识和参数估计方法设计计算的。现代控制理论在生产过程自动化系统中的应用研究工作正在展开,它的工业应用在不久将会得到普遍推广。

逻辑控制从最初采用有接点继电器元件开始,经历了无接点的电子管、晶体管元件的时期直到数字集成电路的出现,它在自动控制领域也是一个重要方面,尽管逻辑元件的结构性能、技术指标在不断改进,集成度在不断增加,但逻辑控制理论仍然是普遍适用的。现代逻辑控制系统日趋复杂庞大,对逻辑电路的快速性、可靠性和经济性等方面提出了更高要求。不运用逻辑控制理论就难以作出好的设计,即使是多功能的集成元件,如全加器、触发器、译码器等也是基本门电路的不同组合,它也完全服从门电路的逻辑规律。

逻辑控制理论近十年来随着大规模数字集成电路的出现而进一步发展着。在设计大型逻辑控制电路时,主要问题不在于如何用最少数元件构成线路,而是如何更方便地选用标准逻辑电路。同时要研究更简炼的表达逻辑关系的方式。然而,对于中小型逻辑控制电路的设计,最简化逻辑电路的设计仍然是一种实用的方法。

第1章 线性连续反馈控制系统

1 基本知识

1.1 名词术语

a. 被控(或被调)对象 系指要求实现自动控制的机器、设备或生产过程,例如飞机发动机、锅炉、加热炉、反应器、机床以及石油化工生产过程等。

b. 输入量(或称输入变量、输入信号) 是指作用于一个元件、装置或系统输入端的物理量,它可以是电量,也可以是非电量,但它们一般都是时间的函数(已知或未知规律的确定函数或随机函数)。这里指的不是物料或能量,而是信息或信号(包括各种干扰及有用的信号)。

c. 输出量(或称输出变量、输出信号) 输出量是指被控制的元件、装置或系统运动状态的物理变量,它是在元件或系统输出端出现的电量(电压、电流或频率)或非电量(温度、压力、成分或位移等)。在自动控制系统中,对象的被控量就是要求控制的输出量。它是系统初始状态和输入量的函数。

d. 被控量 系指被控对象内要求保持给定数值或按一定规律变化的物理量,它通常是决定对象工作状态的主要变量,如水槽的水位、加热炉的温度、电机的转速等。被控量亦称对象或系统的输出量。

e. 控制量 也称调节量。系指调节器的输出量,它通过执行器改变输入于被控对象的物料或能量(如温度对象的进出物料、加热蒸汽或燃料的流量、电动机转速控制系统中发电机激磁电流等),从而对被控对象进行控制。

f. 干扰 在自动控制中干扰又称扰动。被控对象及自动控制系统各个环节都存在着干扰。除控制量之外引起被控量变化的所有变量以及影响各环节输出量变化的因素都可视为干扰,如电源电压的振幅和频率的变化,环境温度、湿度、气压的变化以及负载的变化等。合理的自动控制系统应具有补偿和克服内外干扰变化的能力,使被控量与给定值的偏差尽可能地小。

1.2 反馈的概念

所谓反馈是通过某种方式把系统的输出信号送回到输入端和输入信号相减(或加)的过程。凡使输出信号减弱者,称负反馈;凡使输出信号增强者称正反馈。

负反馈能增加系统的稳定性,减少畸变与失真,改善频率特性,减小元件参数或特性的变化对系统品质的影响以及减小某些非线性因素的影响等。正反馈能提高系统的灵敏度和选择性,但它是产生振荡的主要原因。在自动控制系统中,偏差信号的产生和被控量的控制都是由负反馈实现的,这种反馈称为主反馈。为了改善系统的品质,常常把某一部件的输出量反馈到它的输入端,形成局部反馈。若反馈信号与输出量成比例,则称为硬反馈或刚性反馈。若反馈信号与输出量的变化速度有关,则称为软反馈或柔性反馈。软反馈只是在过渡过程中起作用,而在稳定状态下,反馈作用就消失了。而硬反馈不仅在过渡过程中,而且在稳定状态下也起作用。

1.3 反馈控制系统的工作原理

反馈控制系统是利用自动装置将被控对象的输出信号(被控量)送回到输入端,并与给定值进行比较,形成偏差信号,调节器对偏差信号进行运算,根据运算结果发出信号去控制被控对象的输出量,使输出量与给定量的偏差保持在容许的范围之内。

图 5.1-1 所示的电子自动平衡电位差计是反馈控制系统的一例。它的输入信号是电压 U_x (毫伏),输出信号是指针的位移 x ,通过反馈补偿桥路将 x 转换成电压 U_{ab} ,并与输入电压 U_x 比较,当 $U_x = U_{ab}$ 时,偏差电压 $\Delta u = 0$,可逆电机的控制电压为零,可逆电机停转,指针指示 U_x 的值。当系统中出现干扰(如放大器的漂移、电源电压波动、电机负载的变动等)而引起指针位置的变动时, U_{ab} 也变动了, U_x 与 U_{ab} 之间出现了偏差 Δu ,经放大器放大后成 U_k 加到可逆电机的控制绕组上,可逆电机向 U_{ab} 趋于 U_x 的方向转动,直至 $U_{ab} = U_x$ 时为止。

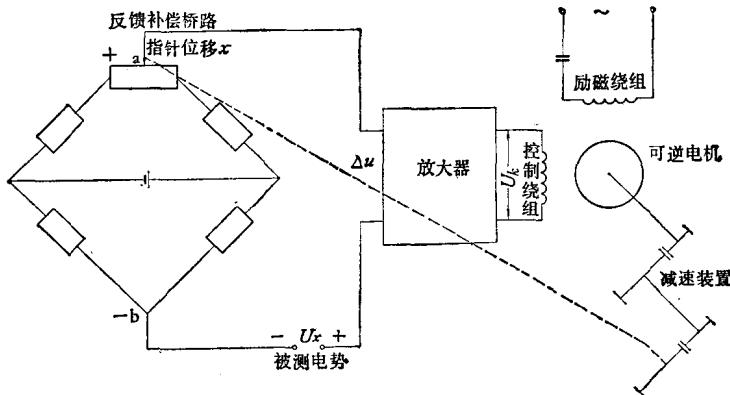


图 5-1-1 反馈控制系统实例——电子自动平衡电位差计原理图

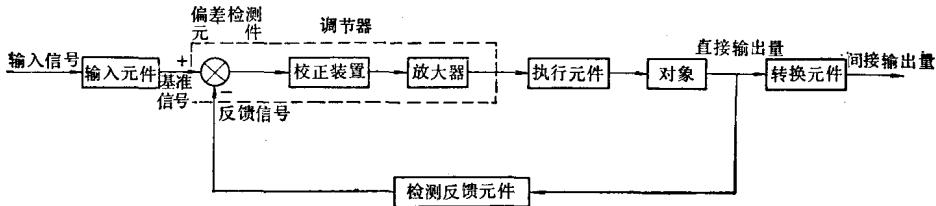


图 5-1-2 反馈控制系统的组成方框图

基于反馈原理构成的闭环控制方式在电力传动控制系统石油化工、冶金、电力、轻工等连续生产工艺过程的自动控制系统；各种自动检测仪表、自动显示仪表、调节仪表、执行器中以及仿型机床中得到了广泛的应用。

反馈控制系统的优点是利用负反馈原理按偏差进行控制的，因此，由于不可预测的内外干扰而引起的偏差均能得到及时的纠正。

1.4 反馈控制系统的组成部件

一个反馈控制系统通常有以下几部分按图 5-1-2 组成。

- (1) 对象；
- (2) 输入元件；
- (3) 误差检测元件；
- (4) 放大器；
- (5) 校正装置；
- (6) 执行元件(或称执行器)；
- (7) 检测反馈元件。

1.5 反馈控制系统的分类

按给定信号的特点可以分成定值控制系统；程序控制系统；随动系统三类。

定值控制系统的任务是在干扰作用下，实际的输出信号能控制在希望的给定值上。例如连续生产过程中的温度、压力、流量、液面、pH 值等工艺参数要求保持不变，轧钢中的厚度、电站的电流频率也要求保持在某个常数值上。

程序控制系统的任务是被控量的给定值不是一个固定不变的常数，而是一个已知的时间函数，或是某个变量的给定函数，例如加热炉及热处理炉的温度控制，要求温度按一定的时间程序和规律变化(自动升温、保温及降温等)。

随动系统(又称跟踪系统、伺服系统)是指给定值为未知的时间函数，要求输出量精确地随着给定值变化而变化。例如自动检测仪表是一个随动系统，它要求仪表或变送器的输出能精确地反应输入物理量的变化。

1.6 反馈控制系统的要点

一个性能良好的反馈控制系统至少必须符合：

- (1) 稳定的要求，并且有一定稳定裕量。
- (2) 静态精度(又称稳态精度)要求。它是指系统处于平衡状态时输出量与给定值之间的偏差。
- (3) 动态性能要求。通常是要求过渡过程曲线的形状满足一定要求，或者与过渡过程有关的特征

参数能满足一定要求。

所谓过渡过程是指系统受到输入信号作用后，输出量从一个平衡状态变化到另一个平衡状态之间的变化过程。

在设计一个自动控制系统时，确定了控制方案，选择了元部件之后，求取各部分的数学模型，有了这些原始资料之后就可以进行分析、综合和设计，包括：

1. 稳定性的分析；
2. 静态精度的分析计算；
3. 动态品质的分析计算；
4. 校正装置的选择及参数计算。

2 拉氏(拉普拉斯)变换

拉氏变换是一种解线性微分方程的简便运算方法。利用拉氏变换能将线性微分方程转换成复变量的代数方程。微分方程的解可用拉氏变换表(表5·1·1)或者用部分分式展开式(表5·1·3)求出。获得的解是瞬态分量和稳态分量两部分。

利用拉氏变换再引进传递函数的方法，就无需直接去解系统的微分方程，而只要用图解法就能设

计分析系统。

我们规定

$f(t)$ ——时间 t 的函数，而且当 $t < 0$ 时 $f(t) = 0$ ；

s ——复变量， $s = \sigma + j\omega$ ， σ 为实部， $j\omega$ 为虚部；

\mathcal{L} ——运算符号，放在某量之前，表示对该量进行拉氏变换；

$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$ —— $f(t)$ 的拉氏变换。

于是， $f(t)$ 的拉氏变换被定义为：

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

由复变量表达式 $F(s)$ 求对应的时间函数 $f(t)$ 的数学运算称做拉氏反变换，用符号 \mathcal{L}^{-1} 表示

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t)$$

表5·1·1 给出常用函数的拉氏变换对照表，应用这个表可以得到给定时间函数的拉氏变换，或者由拉氏变换找到对应的时间函数。

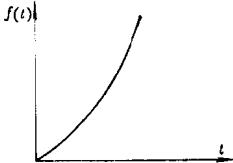
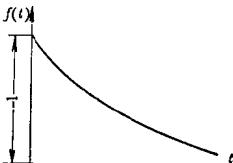
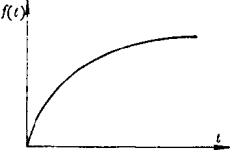
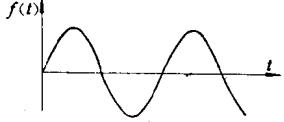
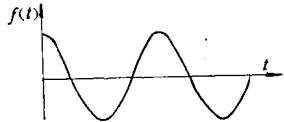
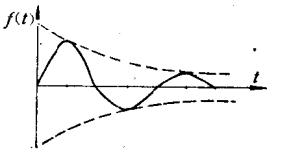
表5·1·2 是拉氏变换的基本定理，在线性系统的分析计算中很有用处。

表5·1·3 是由一般的 $F(s)$ 求 $f(t)$ 的计算式。

表5·1·1 常用函数的拉氏变换和Z变换

序号	原函数 $f(t)$	$f(t)$ 的波形图	象函数 $F(s)$	Z变换 $F(z)$
1	$\delta(t)$ 单位脉冲函数		1	1 或 z^0
2	$1(t) = 1 \quad t \geq 0$ $1(t) = 0 \quad t < 0$ 单位阶跃函数		$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
3	t		$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T_1 z}{(z-1)^2}$

(续)

序号	原函数 $f(t)$	$f(t)$ 的 波 形 图	象函数 $F(s)$	Z 变 换 $F(z)$
4	$\frac{1}{2} t^2$		$\frac{1}{s^3}$	$\frac{T_1^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
5	e^{-at}		$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT_1}}$
6	$1-e^{-\frac{t}{T}}$		$\frac{1}{s(Ts+1)}$	$\frac{(1-e^{-\frac{T}{T_1}})z}{(z-1)(z-e^{-\frac{T}{T_1}})}$
7	$\sin \omega t$		$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z \sin \omega T_1}{z^2-2z \cos \omega T_1+1}$
8	$\cos \omega t$		$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z(z-\cos \omega T_1)}{z^2-2z \cos \omega T_1+1}$
9	$e^{-at} \sin \omega t$		$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{ze^{-aT_1} \sin \omega T_1}{z^2-2e^{-aT_1} \cos \omega T_1+e^{-2aT_1}}$

(续)

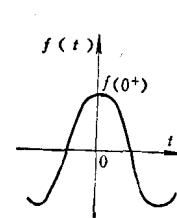
序号	原函数 $f(t)$	$f(t)$ 的 波 形 图	象 函 数 $F(s)$	Z 变 换 $F(z)$
10	$e^{-at} \cos \omega t$		$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$\frac{z^2 - ze^{-aT_1} \cos \omega T_1}{z^2 - 2ze^{-aT_1} \cos \omega T_1 + e^{-2aT_1}}$
11	te^{-at}		$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{T_1 e^{-aT_1}}{(z - e^{-aT_1})^2}$
12	t^n		$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\lim_{a \rightarrow 0} (-1)^n \frac{\partial}{\partial a^n} \left(\frac{z}{z - e^{-aT_1}} \right)$
13	$\frac{1}{\gamma - \alpha} (e^{-at} - e^{-\gamma t})$		$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\gamma)}$	$\frac{1}{\gamma - \alpha} \left[\frac{z}{z - e^{-aT_1}} - \frac{z}{z - e^{-\gamma T_1}} \right]$

注: 1. Z 变换用于采样控制系统。式中 T_1 是采样函数的采样周期, 详见第 4 章。较详细的 Z 变换表可查阅有关采样控制理论书籍, 例如, 后列参考文献[4]。

2. 较详细的拉氏变换表可查阅专门手册。

表 5·1·2 拉氏变换的基本定理

定理	原函数 $f(t)$	象函数 $F(s)$	备注
线性	$Af_1(t) \pm Bf_2(t)$	$AF_1(s) \pm BF_2(s)$	
微分	$\frac{df(t)}{dt}$	$SF(s) - f(0^+)$	
	$\frac{d^2f(t)}{dt^2}$	$S^2F(s) - Sf(0^+) - f'(0^+)$	
	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$S^n F(s) - S^{(n-1)}f(0^+) - S^{(n-2)}f'(0^+) - \dots - f^{(n-1)}(0^+)$	
积分	$\int f(t)dt$	$\frac{F(s)}{S} + \frac{1}{S} \left[\int f(t)dt \right]_{t=0^+}$	
	$\iint f(t)dtdt$	$\frac{F(s)}{S^2} + \frac{\left[\int f(t)dt \right]_{t=0^+}}{S^2}$ $+ \frac{\left[\iint f(t)dtdt \right]_{t=0^+}}{S}$	
延滞	$f(t-\tau) = 0, \quad 0 < t < \tau$ $f(t-\tau) = f(t), \quad t \geq \tau$	$e^{-\tau s} F(s)$	
时间比例尺	$f\left(\frac{t}{a}\right)$	$aF(as)$	
初值	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} SF(s)$	
终值	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} SF(s)$	
位移	$e^{\pm at} f(t)$	$F(s \mp a)$	
卷积	$\int_0^t f_1(t-\tau) f_2(\tau) d\tau$ $= \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$	$F_1(s) F_2(s)$	

表 5·1·3 由一般的 $F(s)$ 求 $f(t)$ 的计算式

$F(s)$ 分母多项式根的类型	象函数 $F(s)$	原函数 $f(t)$	系数 c 的计算式
单根	$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)}$ $= \frac{A(s)}{(s-r_1)(s-r_2)\dots(s-r_n)}$ $= \frac{C_1}{s-r_1} + \frac{C_2}{s-r_2} + \dots + \frac{C_n}{s-r_n}$	$f(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} + \dots + c_n e^{r_n t}$	$c_1 = \lim_{s \rightarrow r_1} [(s-r_1)F(s)]$ $c_2 = \lim_{s \rightarrow r_2} [(s-r_2)F(s)]$ \vdots $c_n = \lim_{s \rightarrow r_n} [(s-r_n)F(s)]$
重根	$F(s) = \frac{A(s)}{B(s)}$ $= \frac{A(s)}{(s-r_1)(s-r_2)\dots(s-r_n)(s-r_j)^k}$ $= \frac{C_1}{s-r_1} + \frac{C_2}{s-r_2} + \dots + \frac{C_n}{s-r_n} + \left[\frac{c_{k1}}{(k-1)!} + \frac{c_{k2}}{(k-2)!} + \dots + \frac{c_{kk}}{(s-r_j)^k} \right] e^{r_j t}$	$f(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} + \dots + c_n e^{r_n t} + \left[\frac{c_{k1}}{(k-1)!} t^{(k-1)} + \frac{c_{k2}}{(k-2)!} t^{(k-2)} + \dots + c_{kk} \right] e^{r_j t}$	c_1, c_2, \dots, c_n 按单根确定 $c_{k1} = [F(s)(s-r_j)^k]_{s=r_j}$ $c_{k2} = \frac{d}{ds} [F(s)(s-r_j)^k]_{s=r_j}$ \vdots $c_{kk} = \frac{1}{(k-1)!} \left\{ \frac{d^{k-1}}{ds^{k-1}} [F(s)(s-r_j)^k] \right\}_{s=r_j}$

3 动态特性的数学描述

系统(或元件)的输入端受输入作用后，输出量会从一个平衡状态变化到另一个平衡状态，两个平衡状态之间的变化过程，即过渡过程的情况反映了系统(或元件)的动态特性。

线性元件或系统的动态特性可以用微分方程、脉冲过渡函数、阶跃过渡函数、传递函数、频率特性表示。

3.1 微分方程

控制系统可能由各种类型的元件或装置组成的，如电的、气动的、液压的、机械的、热力的、或者是混合式的，这些都可以用微分方程来加以描述。元件或装置以及系统的微分方程可以根据支配着具体系统的物理学定律列出，例如，机械系统中的牛顿定律；电系统中的克希霍夫定律和欧姆定律；气动、液压、热力系统中物料平衡定律和能量守恒定律等。

列出的若是常系数线性微分方程，则它所描述的系统称做线性系统。

[例] 列写自动控制系统中作功率放大用的直流发电机的微分方程。原理线路如图 5-1-3 所示，符号 R_f 、 L_f 、 R_g 、 L_g 分别表示励磁和电枢回路的电阻和电感。

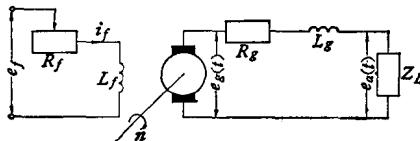


图 5-1-3 直流发电机原理线路图

根据电学的基本定律，列出励磁回路的微分方程，励磁电压 $e_f(t)$ 和励磁电流 $i_f(t)$ 有如下关系

$$e_f(t) = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \quad (5-1-1)$$

感生的电枢电压 $e_g(t)$ 和励磁电流 i_f 有如下关系

$$e_g(t) = K_g i_f \quad (5-1-2)$$

式中 K_g 是发电机常数。

如取励磁电压 $e_f(t)$ 作输入，发电机电枢电压 $e_g(t)$ 作输出，把(5-1-2)代入(5-1-1)消去中间变量 i_f ，可得励磁电压 $e_f(t)$ 和发电机电枢电压 $e_g(t)$ 的关系式：

$$\frac{L_f}{R_f} \frac{de_g(t)}{dt} + e_g = \frac{K_g}{R_f} e_f(t) \quad (5-1-3)$$

实际系统中经常存在一些非线性因素，如两相交流可逆电动机转速 n 和转矩 T 的关系如图 5-1-4，它是非线性的。

若电动机在额定转速 n_0 附近变动很小，这样，

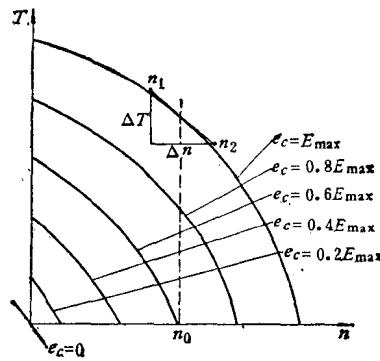


图 5-1-4 两相交流可逆电动机转速 n 和转矩 T 的关系曲线

在额定点附近的曲线可用过额定点的切线 n_1n_2 来近似。数学方法就是在额定工作点附近展开成泰劳级数并忽略高阶项，得到的就是线性方程。这是非线性系统线性化的方法。关于一般线性化的方法，可查后列参考文献[1]。

3.2 传递函数

适用于描述单输入单输出线性常系数系统或元件的动态特性。

3.2.1 定义

初始条件为零时，元件或系统的输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比称为传递函数。用符号 $G(s)$ 表示。

3.2.2 求取的方法

a. 由描述运动规律的微分方程来求取 设线性系统的运动方程有如下 n 阶常系数线性微分方程的形式：

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x \\ = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u \end{aligned}$$

对等式两边各项进行拉氏变换，考虑到初始条件为零，经过整理可得：

$$\begin{aligned} (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) X(s) \\ = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0) U(s) \end{aligned}$$

就可得系统的传递函数是

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

[例] 求直流发电机的传递函数(5-1-3)式是它的微分方程。