

Contact mechanics

接触角力学

- [英] K. L. Johnson 著
- 徐秉业 罗学富 刘信声 宋国华 孙学伟 译
- 高等教育出版社

52.523

418

接 触 力 学

[英] K.L.Johnson 著
徐秉业 罗学富 刘信声 译
宋国华 孙学伟

科学教育出版社

(京)112号

图字:01-97-0724号

内 容 简 介

本书系根据英国剑桥大学出版社(Combridge University Press)出版的 K.L.Johnson 著的“接触力学”(Contact Mechanics)1985 年版译出的。本书可供高等院校师生及有关科研和工程技术人员使用。

Johnson, K. L.

CONTACT MECHANICS

Published by the Press Syndicate of the University of Cambridge

© Cambridge University Press 1985

First published 1985

接 触 力 学

〔英〕K.L.Johnson 著

徐秉业 罗学富 刘信声 译
宋国华 孙学伟

*

高等 教育 出 版 社 出 版

新华书店总店北京科技发行所发行

民族印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 16.5 字数 410 000

1992年5月第1版 1992年5月第1次印刷

印数 0001—1 320

ISBN 7-04-003061-6/TB·174

定 价 10.05 元

中文版序言

我很感谢徐秉业教授和他的同事们将我的专著翻译介绍给中国科学界与工程界的广大读者朋友。我与应用力学和摩擦学方面的很多中国研究人员已有了良好的关系，我希望通过本书的翻译进一步增进这些交往。

在我 1950 年开始进行这一领域的研究之前，除了 Cattaneo-Mindlin 关于切向接触的工作以及 Muskhelishvili 对弹性“冲模”问题的分析之外，赫兹理论几乎是唯一的理论。从那以后，接触力学学科得到了发展，并仍继续发展着。在应用力学和摩擦学方面的大型会议上，通常要举行专门针对接触力学的会议，作为大会的一部分。当前的发展集中于开发关于接触问题（即带有单向约束的问题）的功能强的、有可靠根据的数值算法。接触力学的这一方面不是现在这本书的特色。但是如果数值算法要对工程师有用的话，它们必须以已经建立的经典解答和物理现实基础为后盾。

这本书在全世界很多国家中所激起的兴趣鼓励了我。俄文版已于 1989 年出版（莫斯科“Mir”出版社）。我也很感谢指出了印刷错误的那些读者们，现在这一译本得益于这些订正。

K.L. Johnson



剑桥, 1992

44059

译者的话

接触力学是在工程实际中经常遇到的课题。然而，系统阐述这一问题的书籍尚不多见。本书比较全面地总结了近年来这一领域中的研究成就，系统地介绍了 Hertz 接触理论及非 Hertz 接触理论、非弹性体接触、滑动接触、滚动接触、碾压与润滑以及粗糙表面、动力效应与撞击、热弹性接触等常见的工程实际问题。在讨论中利用了弹性力学、粘弹性力学和塑性力学中的基本理论和方法，给出了简明的分析结果。分析中采用了常用的数学工具，因而比较便于理解和应用。书中还介绍了许多有实际应用价值的实验结果。我们殷切地期望，这本书的翻译能对我国从事接触力学研究的科研工作者和与接触问题有关的工程技术人员有所启发和帮助。

本书翻译的分工是：第一、二、十、十一章由罗学富同志负责，第三、四、五章由宋国华同志负责，第六、九章由徐秉业同志负责，第七、八章由刘信声同志负责，第十二、十三章及附录由孙学伟同志负责。

译稿经过互校，全书由徐秉业和罗学富同志共同负责统稿。

译稿虽然反复校订，错误和不妥之处在所难免，欢迎读者批评指正。

译者

于 1987 年 4 月

序　　言

接触力学这门学科可以说是于 1882 年,由 H.Hertz 发表了他的经典论文《论弹性固体的接触》而开始的。当时 Hertz 年仅 24 岁,在柏林大学作 Helmholtz 的研究助手。他对这个问题的兴趣起因于对玻璃透镜间光学干涉的实验。所提出的问题是,透镜在使它们相互接触的力作用下所发生的弹性变形是否对干涉条纹图有显著的影响。通过观察如图 4.1 所示的那些干涉条纹,就很容易想象椭圆接触面的假设是怎样提出来的。接着,他在静电位理论方面的知识使他通过比拟法证明,接触压力的椭球—Hertz 分布将在两个物体中产生与所提出的椭圆接触面相协调的弹性位移。

Hertz 于 1881 年 1 月向柏林物理学会报告了他的理论。当时与会成员很快就察觉到它在技术上的重要性,并劝说 Hertz 在专业杂志上发表第二篇论文。然而直到本世纪初,由于受到在铁路、船用减速齿轮及滚动接触轴承工业方面的工程发展的促进,理论方面的进展才在文献中出现。

Hertz 理论局限于无摩擦表面及理想弹性固体。本世纪后半叶,在接触力学方面的进展主要与消除这些限制有关。适当处理接触物体交界面处的摩擦,就能将弹性理论以更符合实际的方式推广到滑动接触及滚动接触。同时,塑性理论及线性粘弹性理论的进展使我们能够研究非弹性物体接触处的应力和变形。

多少有点令人惊奇的是,接触力学在技术上很重要,但关于它的书却不多。1953 年由 Galin 写的《弹性理论中的接触问题》用俄文出版了。该书归纳了 Muskhelishvili 在弹性接触力学方面的先驱性工作。在这同一领域中由 Gladwell 所作的新近的、详尽的论

述,《经典弹性理论中的接触问题》于 1980 年出版了。这些书不包括滚动接触,并局限于理想弹性固体。非弹性固体接触的分析分散发表在专门杂志中,或在塑性理论的书中作了简单的论述。然而,本书的目的是对非协调表面间接触力学的大多数问题作一介绍。表面互相不协调的物体最初在一个点或一条线上接触,甚至在载荷作用下,与物体本身的尺寸相比,接触面的尺寸通常也很小。在这些情况中,接触应力构成局部应力集中,对它的研究与两个物体体内的应力无关。Hertz 很清楚地意识到这一事实。他写道:“我们能够将我们的注意力限制于每一个物体中非常接近接触点的那一部分,因为这里的应力与发生在其他各处的应力相比非常大,因而它们依赖于作用在物体其他部分上的力的程度最小。”另一方面,表面相互协调一致的物体可能会在一块面积上接触,这个接触面的大小可以与这两个物体的有效尺寸相比。于是,接触应力就变成整个物体内一般应力分布的一部分,而不能从中分离出来。我们将不涉及这类协调的接触问题。

本书是工程师写的,主要为职业工程师使用。数学处理方法尽可能地适合工程学学士的水平。所采用的分析方法是,通过基本“点力”解的简单叠加来得出应力分布,即 Green 函数法。复势及积分变换在弹性接触应力理论的现代进展中起了重要作用,本书中仅附带地提到。在这方面,有数学修养的读者将会发现 Gladwell 的书是对第二至第五章的有价值的补充。

这是一本使用者的书,而不是一本教科书。材料按照应用分为:静态接触、滑动、滚动及撞击。而不是按通常的学科分为弹性、塑性及粘弹性问题。在表面力作用下弹性半空间中的应力及变形是求解弹性接触问题的理论基础,在第二章及第三章中对这些问题作了论述,并将所得出的结果用在全书中。对于定性理解以后各章来说这几章并不是必要的,可以作为附录看待。

在我自己对接触力学的研究中(这些研究导致了这本书),我

特别感激 R.D.Mindlin。他在切向力对弹性接触的影响方面所作的先驱性工作激起了我对这个题目的早期兴趣。我也很感激 D. Tabor，他的揭示实验及对表面相互作用的物理理解引出了很多复杂的接触问题。

同事们阅读并改进了本书的好几章，他们在这些领域中的知识及经验大大超过了我自己。他们是：J. R. Barber 博士，J. Duffy 教授，G.M.Gladwell 教授，J. A. Greenwood 博士，J. J. Kalker 教授，S.R.Reid 教授，W.J.Stronge 博士及 T.R.Thomas 博士。S.L.Grassie 博士阅读了全部手稿，并对改进叙述作了很多有价值的建议。然而，只有我对所有的错误负责。并且如果读者将他所发现的错误通知我的话，我将非常感谢。

图是由 A. Bailey 先生细心绘制的，手稿是由 Rosalie Orriss 夫人及 Sarah Cook 夫人高效率打字的。最后，我的妻子在各方面作了帮助，没有她的耐心和鼓励，这本书是决不会完成的。

K. J. Johnson

剑桥 1984

目 录

译者的话	1
序言	1
第一章 接触点处的运动及力	1
§ 1.1 参考标架	1
§ 1.2 表面的相对运动——滑动、滚动及自旋	3
§ 1.3 在接触点处传递的力	4
§ 1.4 表面力	6
§ 1.5 例(1) 滚珠轴承	6
(2) 向心推力滚珠轴承	8
第二章 弹性半空间的线载荷	12
§ 2.1 弹性半空间	12
§ 2.2 法向集中力	16
§ 2.3 切向集中力	19
§ 2.4 分布的法向及切向力	20
§ 2.5 均匀分布力	23
§ 2.6 三角形分布力	29
§ 2.7 在受载区上给定的位移	32
§ 2.8 由刚性平冲头引起的压入	40
§ 2.9 平行于 y 轴的力	48
第三章 弹性半空间的点载荷	51
§ 3.1 Boussinesq 及 Cerruti 势函数	51
§ 3.2 法向集中力	56
§ 3.3 作用在多边形域上的压力	60
§ 3.4 作用在圆形域上的压力	63
§ 3.5 作用在椭圆域上的压力	72
§ 3.6 切向集中力	78

§ 3.7 在椭圆及圆形域上的单方向切向力	80
§ 3.8 轴对称力	87
§ 3.9 扭转加载	92
第四章 弹性固体的法向接触——Hertz 理论①	96
§ 4.1 光滑的非协调接触表面的几何学	96
§ 4.2 弹性接触的 Hertz 理论	103
§ 4.3 弹性基础模型	119
第五章 弹性物体的非 Hertz 法向接触	123
§ 5.1 在接触边界上的应力条件	123
§ 5.2 钝楔及圆锥	128
§ 5.3 协调表面	132
§ 5.4 界面摩擦的影响	136
§ 5.5 弹性物体间的粘连	143
§ 5.6 圆柱物体的接触	148
§ 5.7 各向异性及非均质材料	154
§ 5.8 层状固体、板及壳	156
§ 5.9 数值方法	165
第六章 非弹性体的法向接触	175
§ 6.1 塑性屈服的开始	175
§ 6.2 理想刚塑性固体的接触	179
§ 6.3 弹塑性压入	195
§ 6.4 塑性压入的卸载、循环加载及残余应力	206
§ 6.5 线性粘弹性材料	210
§ 6.6 非线性弹性及蠕变	223
第七章 切向加载和滑动接触	230
§ 7.1 非协调弹性体的滑动	230
§ 7.2 弹性体的初始滑动	239
§ 7.3 法向力和切向力的同时变化	251
§ 7.4 振荡力	255
§ 7.5 弹性球接触时的扭转	263

§ 7.6 理想刚塑性体的滑动	266
第八章 弹性体的滚动接触	275
§ 8.1 微滑和打滑	275
§ 8.2 具有不同弹性性质的自由滚动体	280
§ 8.3 弹性圆柱体的牵引滚动	287
§ 8.4 三维物体的牵引滚动和自旋	292
§ 8.5 在协调的沟槽中滚动的球	305
§ 8.6 滚动中的瞬态特性	309
§ 8.7 滚动接触的弹性基础模型	312
§ 8.8 充气轮胎	316
第九章 非弹性体的滚动接触	324
§ 9.1 弹性滞后	324
§ 9.2 弹塑性材料、安定	326
§ 9.3 刚性圆柱在理想塑性半空间上的滚压	336
§ 9.4 粘弹性体的滚压接触	343
§ 9.5 滚压摩擦	349
第十章 辊压及润滑	355
§ 10.1 在轧辊之间的弹性板条	355
§ 10.2 薄板条中塑性流动的开始	361
§ 10.3 板条的塑性辊压	364
§ 10.4 轧辊的润滑	373
第十一章 动力效应及撞击	386
§ 11.1 固体中的应力波	386
§ 11.2 弹性半空间的动力加载	390
§ 11.3 接触共振	396
§ 11.4 弹性撞击	399
§ 11.5 非弹性撞击	409
§ 11.6 移动载荷——高速滑动及滚动	419
第十二章 热弹性接触	425
§ 12.1 引言	425

§ 12.2 传导半空间中的温度分布	426
§ 12.3 半空间的定常热弹性变形	431
§ 12.4 不同温度物体间的接触	436
§ 12.5 摩擦发热和热弹性失稳	444
第十三章 粗糙表面	451
§ 13.1 真实接触和表观接触	451
§ 13.2 规则波状表面的接触	452
§ 13.3 随机粗糙表面的特点	461
§ 13.4 名义平坦粗糙表面间的接触	467
§ 13.5 粗糙曲面的弹性接触	473
附录一 某些常用积分的Cauchy 主值.....	482
附录二 光滑非协调接触表面的几何特性	483
附录三 Hertz 弹性接触应力公式一览	485
附录四 线接触中表面下的应力	487
附录五 线性打滑系数	489
参考文献	490

第一章 接触点处的运动及力

§ 1.1 参考标架

本书研究当两个固体的表面接触时所产生的应力及变形。我们区别协调接触与非协调接触。如果两个固体的表面在无变形时精确地或者相当接近地“贴合”在一起，那么称这种接触是协调的。平的滑动轴承及轴颈轴承是协调接触的例子。具有不相似外形的物体称为非协调的，当无变形地接触时，它们将首先在一个点或沿一条线相碰，分别称为“点接触”及“线接触”。例如在滚珠轴承中，滚珠与座圈为点接触；而在滚柱轴承中，滚柱与座圈为线接触。当物体的外形在一个方向是协调的，但在其垂直方向上不协调时，就会发生线接触。与物体本身的尺寸相比，非协调物体之间的接触面积通常是很小的。应力高度集中在靠近接触面的区域中，并且不大受远离接触面的物体形状的影响。这些就是我们在本书中将主要考虑的情况。

工程实际中所遇到的表面接触点常常经历复杂的运动，并要传递力及力矩。例如在一对齿轮齿之间的接触点，它本身在空间中运动，与此同时在该点上，两个表面还以滚动和滑动相结合的方式作相对运动。在这预备性的一章中，我们首先定义一个参考标架，出现在任何特殊情况中的运动及力都可用此参考标架进行描述。这种方法使得接触力学的问题公式化，并能与技术细节无关地进行研究。进而，它很便于将这种研究的结果广泛应用于各类工程问题中。

由小得可以忽略的力导致接触的非协调表面在一个单独的点处相碰。我们取该点 O 为直角坐标系 $Oxyz$ 的原点。图 1.1 所示

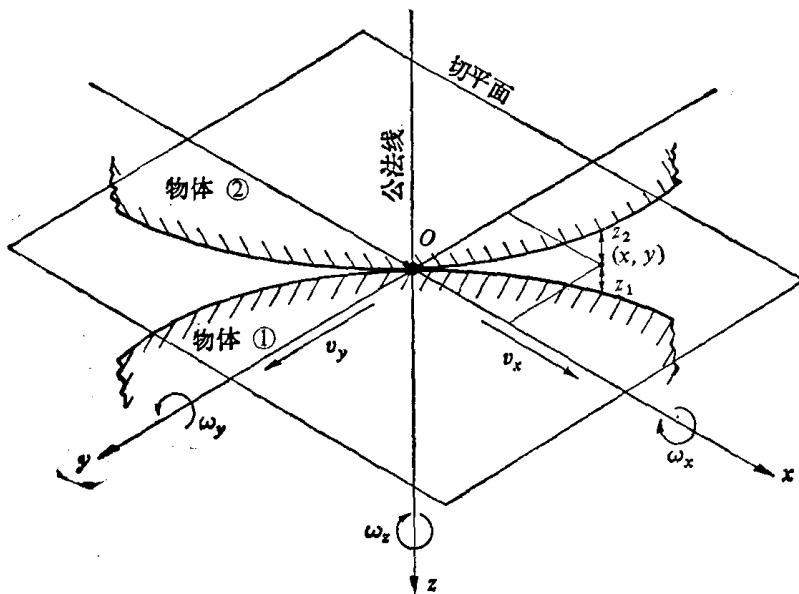


图 1.1 在O点接触中的非协调表面

的下、上两物体分别以下标 1 和 2 表示。选 Oz 轴与两表面在 O 处的公法线一致，于是 $x-y$ 平面是两表面的切平面，有时称为密切面。为了方便，如果可能的话选 Ox 轴及 Oy 轴的方向与表面轮廓的对称轴一致。

当两圆柱形物体轴线平行地接触时，就产生线接触。它似乎构成了一种特殊情况。在横截面中，它们的外形是非协调的；但在包含圆柱轴线的平面中，沿着接触线它们是协调的。然而，这种重要情况包括在如下的一般性分析中：我们选择 x 轴位于横截面内，选 y 轴平行于圆柱的轴。

在此标架中，两表面的未变形形状由以下函数确定

$$z_1 = f_1(x, y)$$

$$z_2 = f_2(x, y)$$

因而，在加载之前它们之间的间隔由下式给出

$$\dot{h} = z_1 + z_2 = f(x, y) \quad (1.1)$$

§ 1.2 表面的相对运动——滑动、滚动及自旋

物体在任一瞬时的运动可以用物体中任意选择的参考点的线速度矢量与物体的角速度矢量一起来确定。如果我们现在取每一物体中的参考点与给定瞬时的接触点 O 一致,那么物体(1)有线速度 \mathbf{V}_1 及角速度 $\boldsymbol{\Omega}_1$,物体(2)有线速度 \mathbf{V}_2 及角速度 $\boldsymbol{\Omega}_2$ 。上面确定的参考标架以接触点的线速度 \mathbf{V}_o 移动,并且以角速度 $\boldsymbol{\Omega}_o$ 旋转,以便维持它相对于接触点处公法线及切平面的方位。

在参考标架内,两个物体在 O 点的线速度为

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_1 &= \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_o \\ \mathbf{v}_2 &= \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_o\end{aligned}\quad (1.2)$$

角速度为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_1 &= \boldsymbol{\Omega}_1 - \boldsymbol{\Omega}_o \\ \boldsymbol{\omega}_2 &= \boldsymbol{\Omega}_2 - \boldsymbol{\Omega}_o\end{aligned}\quad (1.3)$$

我们现在考虑 \mathbf{v}_1 、 \mathbf{v}_2 、 $\boldsymbol{\omega}_1$ 及 $\boldsymbol{\omega}_2$ 的笛卡儿分量。如果接触是连续的,则表面既不会分离也不会重叠。它们沿公法线的速度分量必须相等,即

$$V_{z1} = V_{z2} = V_{zo}$$

亦即

$$v_{z1} = v_{z2} = 0 \quad (1.4)$$

现在定义滑动为在 O 点处两表面之间的相对线速度,并用 $\Delta\mathbf{v}$ 表示

$$\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2$$

滑动速度的分量为

$$\Delta v_x = v_{x1} - v_{x2}$$

及

$$\Delta v_y = v_{y1} - v_{y2} \quad (1.5)$$

定义滚动为两物体绕位于切平面内的轴的相对角速度。滚动角速度的分量为

$$\Delta\omega_x = \omega_{x_1} - \omega_{x_2} = \Omega_{x_1} - \Omega_{x_2}$$

及

$$\Delta\omega_y = \omega_{y_1} - \omega_{y_2} = \Omega_{y_1} - \Omega_{y_2} \quad (1.6)$$

最后, 定义自旋运动为绕公法线的相对角速度, 即

$$\Delta\omega_z = \omega_{z_1} - \omega_{z_2} = \Omega_{z_1} - \Omega_{z_2} \quad (1.7)$$

接触表面的任何运动必须满足连续接触的条件(1.4), 并看作是滑动、滚动及自旋的组合。例如, 车辆的轮子通常作无滑动或自旋的滚动。当它拐弯时就会引起自旋。如果它因轮子被制动而滑行, 它就作无滚动的滑动。

§ 1.3 在接触点处传递的力

通过接触点由一个表面传向另一个表面的合力可分解为沿公法线作用的法向力 P (通常必须是压力) 及在切平面内由摩擦所维持的切向力 Q 。 Q 的数值必须小于, 或在极限情况下, 等于极限摩擦力。即

$$Q \leq \mu P \quad (1.8)$$

式中 μ 为极限摩擦系数。将 Q 分解为平行于 Ox 轴及 Oy 轴的分量 Q_x 及 Q_y 。在纯滑动接触中, 切向力在与滑动速度相反的方向上达到它的极限值。由此得

$$\begin{aligned} Q_x &= -\frac{\Delta v_x}{|\Delta v|} \mu P \\ Q_y &= -\frac{\Delta v_y}{|\Delta v|} \mu P \end{aligned} \quad (1.9)$$

在名义接触点上传递的力具有压缩可变形固体的效果, 因而它们造成在有限大面积上的接触。于是除了传递力之外, 通过接触还可能传递合力矩(图 1.2)。定义该力矩的分量 M_x 及 M_y 为滚

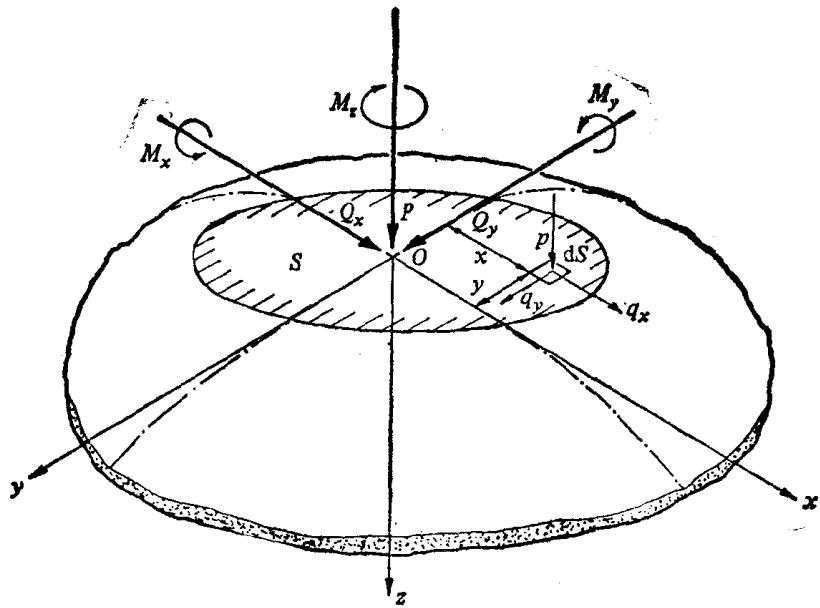


图 1.2 作用在接触面 S 上的力及力矩

滚动阻力矩。它们提供了对滚动的阻力，通常称为“滚动摩擦”。在大多数实际问题中，它们小得可以忽略。

第三个分量 M_z 绕公法线作用。它是由接触面内的摩擦引起的，称为**自旋力矩**。当旋转伴随着滚动时，由自旋力矩所消耗的能量与由滚动力矩所消耗的能量结合在一起形成了总的滚动阻力。

此时，定义“**自由滚动**”（在俄文文献中称为“惯性滚动”）是恰当的。我们将用这一术语来描述没有自旋、并且在接触点处切向力 Q 为零的滚动。如果忽略滚动阻力及轴承摩擦，这就是无动力及无刹车的车轮的情况。与驱动轮或制动轮相反，驱动轮和制动轮在它们与道路或轨道的接触点处传递相当大的切向力。