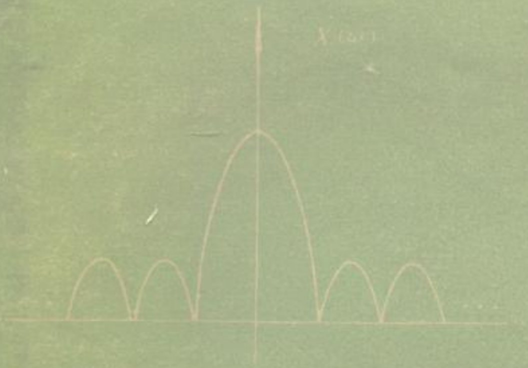
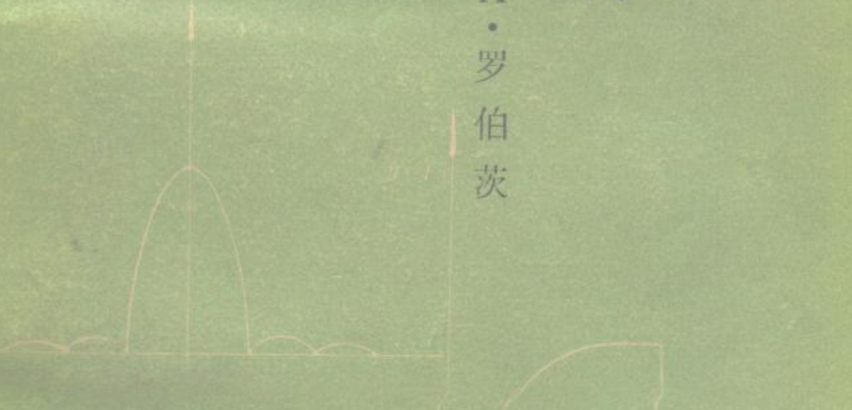
信号和綫性系統

【美】罗伯特 A·加贝尔 理查德 A·罗伯茨





石油工业出版社

信号和线性系统

〔美〕罗伯特A·加贝尔
理查德A·罗伯茨 著

狄其中 魏景琳 蔡永和 张昌义 译

石油工业出版社

内 容 简 介

本书是美国科罗拉多大学线性系统分析选修课程的教科书。全书分两部分。第一部分时间域方法包括：线性系统，褶积，状态变量。第二部分变换域方法包括：Z 变换，傅里叶变换，拉普拉斯变换，利用数字滤波实现连续时间滤波函数。本书理论叙述比较精练，为了便于掌握有关理论，各章还列举了内容广泛的大量实例，并在每章最后都附有问题，可供有关大学生和从事通讯、控制、地震资料数字处理的同志参考。

ROBERT A.GABEL
RICHARD A.ROBERTS
Signals and Linear Systems

*

信号和线性系统

〔美〕罗伯特 A·加贝尔
理查德 A·罗伯茨 著

狄其中 魏景琳 蔡永和 张昌义 译

*

石油工业出版社出版
（北京和平里七区十六号楼）
北京顺义县后营印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行

*

开本850×1168 1/32 印张13 3/8 字数350千字 印数1—3500
1980年11月北京第1版 1980年11月北京第1次印刷
书号15037·2161 定价1.75元

序　言

适合于教师和学生用的线性系统教科书出版很多了，如果再要写这类书的话，就有必要说明写这本书的理由。这本书是在科罗拉多大学开设中等水平课程时，使用过多次的教学笔记基础上改写成的。组织这个课程的时候，我们发现还没有一本单独的教科书能够包括那些我们认为是重要的、具有一定水平的而又适合于大学生程度的材料。特别是离散系统，材料太分散了，并且大多数教科书，不是偏重某个特殊系统（例如电路、控制系统或者通讯系统）就是按专题编排。这样阅读起来，学生就会感到困难。

写这本书的时候，我们按照学生的实际水平，对编排方式作了恰当的安排。既处理了连续时间系统又处理了在现代通讯和控制系统中得到广泛应用的离散时间系统。这本书的安排顺序以使论题得到互相加强和补充为原则。学生自然地从时域分析的基本方法被引导到更加抽象的变换域方法(虽然计算简单一些)。我们用这些方法在各领域中的实例来说明它的广泛应用。为了帮助学生比较和联系不同的解法，有些例子用了两种以上的方法去处理。材料是通用的，如果愿意的话，可以把它选作第二学期通讯系统、控制系统或者其他深入应用这些基本方法的课程的导引。

假定学生已经具备大学三年级水平，也就是已经具备包括微分方程在内的数学基础知识和另一门用来推导实际问题数学模型的主要课程（如电路或力学）的基础知识，也希望学生具备概率课程的基础知识。但在本书中，有关概率论方面的例题和问题都加上了“*”号。不具备这方面基础的读者，可以略去不看。

本书是科罗拉多大学一学期的线性系统分析选修课程的教科书。这个课程总共讲授40学时。在这段时间中，讲授了第一章到

第六章的大部分内容；如果时间允许的话，再讲授一些第七章的内容。这本书有足够的材料供教师选择。下面说一说各章材料是怎样安排的。

因为对大多数读者说来，第一章是复习，因而一提而过。用ce^{rt}类型函数的求和解线性常系数微分方程的经典解法，可容易地推广到用cr^k类型序列的求和解线性差分方程。

第二章叙述方式与大多数线性系统教科书的顺序不同。同时讲述了离散时间系统与连续时间系统的褶积概念，并有一定的深度。我们认为褶积方法非常重要，在应用变换方法时也不应该回避它。离散时间系统中的褶积和与连续时间系统中的褶积积分给学生提供了描述线性系统作用的简单而又有效的方法。我们先通过离散时间系统来介绍褶积方法，因为脉冲序列$\{\delta_k\}$是容易定义和理解的。在介绍了离散时间系统褶积方法之后，进一步介绍连续时间系统的褶积方法。在应用褶积方法分析线性系统的过程中，必须知道脉冲响应序列或系统函数。我们介绍了一种直接用模拟系统的差分方程或微分方程计算脉冲响应序列或脉冲响应函数的方法。比起相应的变换方法来，它是更一般的，有时也是更简单的方法。

本书在第三章中介绍状态变量方法，有两条理由：(1)控制、动力、通讯工程师们现在所处理的大而复杂的系统要求这种更为紧凑的一般描述；(2)矩阵运算更适合计算机解法。由于离散时间系统的解法更直接更简单，因此首先处理离散时间系统。自然，连续时间系统的解法放在它的后面。

经过仔细考虑，在第四章中给学生介绍变换域解法。因为学生也许最不熟悉Z变换，他们不会被机械技巧所分心，象以前他们在拉普拉斯变换中已经用过的那样，而能把注意力集中在从一个域变换到另一个域的中心思想上。在这一点上，本章引言中讨论的与对数类比的办法是有用的。

第五章介绍连续时间系统的变换方法。由于考虑了把傅里叶级数和傅里叶积分当作描述连续时间函数的方法，为了说明为什

么要用别的合适的函数表示法的原因，广义傅里叶级数涉及较深。例如，用沃希函数表示矩形波就比用一般正弦函数表示矩形波“自然”得多。傅里叶变换是作为指数形式傅里叶级数的一种推广来介绍的。傅里叶变换的性质是在指出它与Z变换的性质很相似之后介绍的。利用这些性质得到了“能量信号”的变换，和所谓的“功率信号”的变换。功率信号是时间的函数，它不是绝对可积的，但是具有有限功率。利用脉冲函数的定义和变换性质可以容易地产生非常有用的变换对，而且只需极少论证就行了。本章末尾把离散傅里叶变换作为利用数字计算机计算傅里叶变换的数值计算方法加以讨论。整个这一章，强调了实际性质，主要是从通讯理论应用中选取实例来达到这一点的。

第六章通过研究拉普拉斯变换继续讨论连续时间变换。拉普拉斯变换作为傅里叶变换的一种推广。我们既讲了双边拉普拉斯变换，也讲了单边拉普拉斯变换。为了强调变换方法固有的统一性，有些例子同时用傅里叶变换和拉普拉斯变换来解。这些例子足以说明，虽说在某些情况下，用拉普拉斯变换作数值计算比较简单，但是在多数实际应用中，我们不用拉普拉斯变换。通过抽样时间函数的讨论，把Z变换、傅里叶变换和拉普拉斯变换统一起来了。

第七章的主要目的是进一步说明连续时间系统和离散时间系统之间的关系。应用离散时间系统（一个数字滤波器）来求一个预期的连续时间传输函数时，尤其是这样。除非在前六章中略去某些材料，否则第七章就不可能包括在一学期的课程之中。但是在讲完了等价传输函数之后，学生自学余下各节是不会感到十分困难的。换句话说，这一章可以放到下学期或研究阶段中去讲。（下略）。

罗伯特A·加贝尔

理查德A·罗伯茨

第 一 部 分

时 间 域 方 法

目　录

第一部分　时间域方法

第一章　线性系统

§1.1　引　　言

线性系统的研究，多年来已是训练正规大学生必不可少的一部分。线性系统分析之所以重要，主要是因为它很有用处。尽管完全线性的物理系统从来没有过，但是线性模型常常适用于某些应用领域。另外，在分析这类系统时还有大量的数学理论可供科学家和工程师使用。相反，非线性系统的分析基本上是个别进行的，也就是说对非线性系统必须逐类逐个地进行研究，这里没有一般的分析方法，也没有一般的解法。

我们常常用特殊类型的输入信号或特殊的信号表示法，使给定的线性系统易于分析。因此，在线性系统的研究中自然要包括信号及其性质的研究。在后边几章里，会看到这种研究是很有成效的。

和工程师一样，我们不仅对系统的分析感兴趣，而且对系统的综合也很关心。事实上，系统的综合设计才是工程师富有创造性的工作部分。然而，和许多其它创造性的工作一样，在进行系统设计以前，必须先学习如何分析系统。虽然本书主要是针对某几类线性系统进行分析的，但由于设计和分析是紧密相联系的，所以这些内容为简单的设计工作将打下一个基础。

我们可把系统的分析分成三个方面：

（1）对所关心的实际问题建立合适的数学模型。这要涉及到求运动方程以及边界条件、初始条件和参数值等等。这是一个把判断、经验及实验结合起来建立模型的过程。从某种意义上讲，这一步是研究模型的最困难之处。

（2）合适的数学模型建立以后，要进一步解方程，得到各

种形式的解。

（3）对数学模型的解进行实际解释。我们希望在（1）中建立的数学模型有足够的准确性，以致对实际系统能够做出有意义的解释和推断。

本书侧重于上述的（2）、（3）两个方面。第一步固然很重要，但把模型的建立放到具体的学科中去研究会更完善些。因此，化学工程师要学习针对化学变化过程写运动方程，电气工程师针对电路写运动方程等等。当模型建立以后，还要研究解模型的各种方法，为模型的数学解释提供基础。

因为在工程科学技术的一切学科中，线性系统要经常用到，所以这个教材是很有用的。为了说明这个事实，大概最好的方法就是一一列举各式各样的实例。当然这个方法是有缺陷的，其唯一的缺陷就是读者不一定具备实现分析的第一步（写运动方程）所需要的基础知识。但是，可以预料当我们熟悉某一学科时，那么第一步就是很自然的事情了。因此无需进一步申述理由，这里我们只打算从各方面列举实例，不想为推导系统的运动方程而叙述全面的基础知识。

本教材是把用来分析各种物理现象的方法和概念汇集起来做为概括性的著作而介绍的。概括出的统一性是相当有用的，是能令人满意的。

§1.2 定　　义

在开始接触线性系统时，我们先不谈其本来的实际结构。因此，常常用图1.1所示的具有输入$x_1(t)$、$x_2(t)$、……、$x_n(t)$和输出$y_1(t)$、$y_2(t)$、……、$y_m(t)$的方框图表示线性系统。输入的

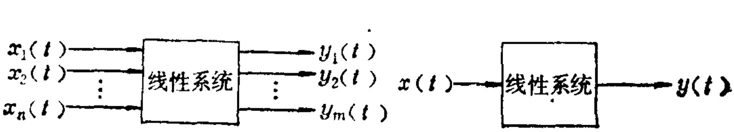


图 1.1

$x_i(t)$，$i=1,2,\cdots\cdots,n$和输出 $y_j(t)$，$j=1,2,\cdots\cdots,m$，一般是时间信号，也就是说我们所讨论的任何一个物理变量是随时间而变化的。现在先着重于讨论单道输入和单道输出的线性系统，在第三章再详细研究多道输入输出系统。

1．线性系统的定义

顾名思义线性这个词意味着有些事物与直线关系有关。因此我们可以认为线性系统是这样的一种系统：从某种意义上说，系统中的输出与输入是成比例的。这就是说，若输入为$x(t)$时输出为$y(t)$，那么输入为 $\alpha x(t)$ 时输出为 $\alpha y(t)$，α是任意常数。用符号表示，若

$$x(t)\rightarrow y(t)$$

则

$$\alpha x(t)\rightarrow \alpha y(t) \tag{1.1}$$

这个性质叫做齐次性。它是所有线性系统都具备的一个性质。然而线性系统包含的性质还不只是(1.1)，它还必须具备叠加性。所谓叠加性就是对某类输入$\{x(t)\}$，如果

$$x_1(t)\rightarrow y_1(t)$$

$$x_2(t)\rightarrow y_2(t)$$

那么

$$x_1(t)+x_2(t)\rightarrow y_1(t)+y_2(t) \tag{1.2}$$

一个系统当且仅当具备了齐次性和叠加性就是线性系统。我们可以把（1.1）和（1.2）合并为一个方程。一个系统当且仅当

$$\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)\rightarrow \alpha y_1(t)+\beta y_2(t) \tag{1.3}$$

我们就把这个系统定义为线性系统。其中 α 和 β 是常数。(1.1)～(1.3) 式中的箭头也可换成函数的符号来表示，即用

$$y(t)=H[x(t)] \tag{1.4}$$

表示输入到输出的关系。当且仅当H是线性变换时，即$H[\alpha x_1(t)+\beta x_2(t)]=\alpha H[x_1(t)]+\beta H[x_2(t)]$，用（1.4）表示的系统就是线性的。虽然当 α 是一个有理数时齐次性可由叠加性推出，但是却存在着满足叠加性而不满足齐次性的数学变换。不过，这是些畸

形的例子，在实际应用中是不会出现的。因此只凭检验叠加性来证实输入输出关系是不是满足线性关系就够了。

例1.1　假定一个系统的输入输出关系是由线性方程

$$y(t)=ax(t)+b \tag{1.5}$$

所给定。其图象如图1.2所示。它代表一个线性系统吗？我们考虑叠加性。如果输入一个信号$x_1(t)$，相应的输出是$y_1(t)=ax_1(t)+b$。相仿，输入的是$x_2(t)$，相应的输出是$y_2(t)=ax_2(t)+b$。如果输入信号为 $x_1(t)+x_2(t)$，相应的输出是 $a(x_1(t)+x_2(t))+b$，它是不等于 $y_1(t)+y_2(t)=a(x_1(t)+x_2(t))+2b$ 的，除非 $b=0$。这就是说，虽然$x(t)$和$y(t)$的关系是用直线方程表示的，但图 1.2 所示的系统并不是线性系统。用线性方程描述的系统又不能用线性分析来分析它，这不免使人感到有点别扭。在第 1.5 节将指出如何处理这个问题，使线性分析能用于这个系统。

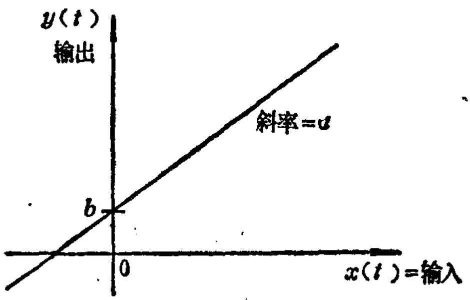


图 1.2

例1.2　考虑图1.3所示的电路。在这个系统中假定$x(t)$是输入电压，$y(t)$是输出电压。只要A点电位小于 3 伏，那么

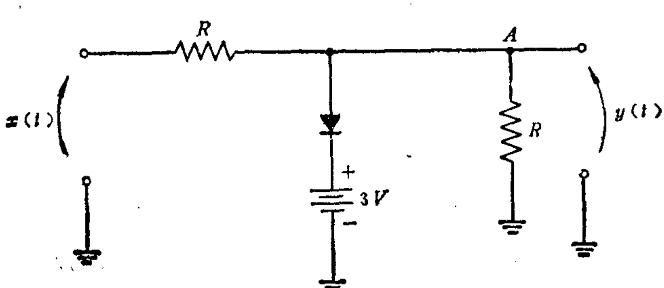


图 1.3

$$y(t)=x(t)/2 \tag{1.6}$$

因此，输入为$x_1(t)$时输出为$y_1(t)=x_1(t)/2$，输入为$x_2(t)$时输出为$y_2(t)=x_2(t)/2$。这就是说当输入为$x_1(t)+x_2(t)$时输出为$y_3(t)=(x_1(t)+x_2(t))/2$，它就是$y_1(t)+y_2(t)$（只要$x_1(t)+x_2(t)<3$）。所以只要二极管是不导通的，系统就是线性的。不言而喻，这里的A点电位必须小于3伏，也就是说这个系统对于这类信号族$\{x(t)\}$是线性的，其中的$x(t)$或$x(t)$的任意组合总是小于3伏。如果在信号族$\{x(t)\}$中的任意一个信号或几个信号的组合做为输入超过了3伏，那么系统就是非线性的。注意，我们不仅要详细说明系统，而且要详细说明输入信号族，这是很严格的。但通常后者没有明确的说明。

2. 连续时间系统和离散时间系统

前面已含蓄指出，我们对于随时间而变的输入及其响应是感兴趣的。如果系统的输入或输出能够在任意瞬间变化，我们就称这个系统为连续时间系统。输入$x(t)$和输出$y(t)$是连续时间变量t的函数。但要注意，这里的输入和输出本身不一定是连续函数。

还有另外一种系统，和它有关的信号只在离散的瞬间变化。例如数字计算机运算单元的内容或发自动物感觉器官的神经脉冲。离散的时间间隔可以变化也可以是常数。从一个时间间隔点到下一个时间间隔点，信号的值可以变化。间隔点之间，信号是没有定义的或者是个常数。这种系统叫做离散时间系统。在时间间隔t_k时刻的信号值用符号x_{t_k}、x_k或$x(k)$表示。

连续时间系统通常用微分方程来模拟，而离散时间系统用通常所说的差分方程来模拟。

例1.3 图1.4所示的系统，输入是取值为$x_1, x_2, x_3, \cdots\cdots$的序列，经过变换输出是取值为$y_1$，$y_2$，$y_3$，……的序列。在$t=k$时刻的输出用$y_k=Gx_k+x_{k-1}$给出，其中$G$是常数。假定我们有两个输入序列$\{x_k\}$和$\{x'_k\}$，两个相应的输出序列是$\{y_k\}$和$\{y'_k\}$，其中

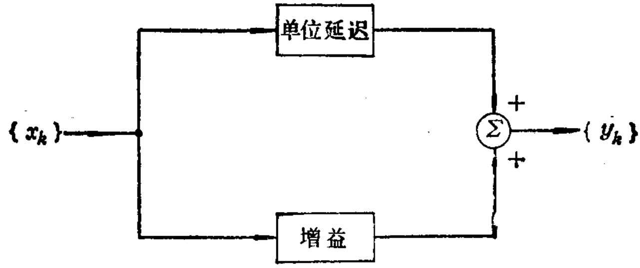


图 1.4

$$y_k = Gx_k + x_{k-1}$$
$$y'_k = Gx'_k + x'_{k-1}$$

如果有一个输入$\{x_k\}+\{x'_k\}$，便得到输出

$$G(x_k + x'_k) + (x_{k-1} + x'_{k-1}) = Gx_k + x_{k-1} + Gx'_k + x'_{k-1}$$

可见系统满足叠加性，所以是线性的。

3. 时不变系统和时变系统

各类线性系统均可再细分，例如可以分为时不变系统和时变系统。具有随时间而变的参数的系统称为时变系统。这种系统通常总是可用带时变系数的微分方程或差分方程来模拟。对于这种系统我们只简要地提一下。时不变或常参数系统通常总是可用常系数线性微分方程或线性差分方程来模拟。

时不变系统的简单特性可以通过输入信号做时域平移而给出。假定输入$x(t)$时输出为$y(t)$，现在考虑由$x(t-T)$所导致的输出，这里原始的信号延迟了时间T。如果系统是时不变的，那么$x(t-T)$所导致的输出是$y(t-T)$。对于时不变系统，我们采取以下符号。如果

$$x(t) \to y(t)$$

那么对t和T的任意值皆有

$$x(t-T) \to y(t-T) \tag{1.7}$$

和（1.7）类似，离散的情况采取以下符号。如果

$$x(n) \to y(n)$$

那么对于n和k的任意值皆有