电路计算机辅助设计

王豪行　编著

上海交通大学出版社

电路计算机辅助设计

王豪行 编著

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书是叙述和讨论电路计算机辅助分析和设计的理论、方法和程序设计的基础教材。全书内容包括节点法、改进节点法、线性电路的直流和交流稳态分析、非线性电路的直流分析、电路的瞬态分析、灵敏度计算和电路最优化设计。本书着重原理的阐述，强调专用程序的设计方法和实际问题的处理方法。本书还突出了伴随模型的优点和作用， 由此使节点法和改进节点法成为电路计算机辅助分析的核心。本书共提供了11个专用程序，均附有程序框图以及实例的输出数据， 对提高读者的程序设计水平和解决实际问题的能力有一定的帮助。

本书可作为大专院校电子、通信、自控和计算机等专业的必修课或选修课的教材，也可供相关专业的技术人员参考。

电路计算机辅助设计

出版：上海交通大学出版社

（上海市番禺路875号 邮政编码：200030）

发行：新华书店上海发行所　　印刷：上海交通大学印刷厂

开本：787×1092（毫米）1/16　　印张：15　字数：368,000

版次：1995年1月　第1版　　印次：1996年11月　第2次

印数1001—1800

ISBN7-313-01535-6/TP·284　　**定价：15.00元**

序　言

计算机辅助设计（CAD—Computer-Aided Design)是从60年代开始迅速发展的一门新技术，它是使用计算机帮助设计人员进行设计、把计算机与分析和设计过程紧密结合的一种很有效的设计手段。在工程技术领域中，采用计算机辅助设计技术对提高工作效率和保证设计质量起着重要作用。由于计算机辅助设计这门技术在推动计算机应用和对社会产生经济效益上所作出的巨大贡献，所以三十多年来始终在蓬勃地发展，已深入到电子、通信、国防、航天、航空、舰船、机械、核工程和土木建筑等设计领域，并在今后将继续得到广泛的应用。

用传统的方法设计一个电路，首先是根据这个电路的实际应用，提出对这个电路的指标要求，依靠电路设计者的经验，通过资料的查阅和理论计算，初步确定电路方案和元件参数；然后把元件安装成一个实际电路，用仪器进行测试，检查是否符合设计指标；如果不符合，则反复修改，直至满意为止。这种方法对于设计只有几个或几十个节点的电路来说是可以胜任的。随着科学技术的发展，当电路的规模扩大，系统较复杂以及对电路的性能和指标要求越来越高时，这种传统的电路设计方法就难以满足实际要求，必须借助新的设计手段。在电路的分析和设计过程中使用计算机以后，可以在较短的时间内完成大量的计算，选择较好的设计方案，提高工作效率和设计质量。在分析和设计电路时，经常还要把有源器件用等效电路(模型)来代替。若为人工设计，往往要对模型作些简化，用了计算机后，模型就可以复杂一些，使计算的结果可以更精确些。

世界上第一台电子计算机是在1946年制成的。早在50年代初，由于电路理论的成熟，就有人想到用计算机来对电路进行分析。但由于受到当时第一代计算机性能上的限制，这一个新设想的火花没有燃起熊熊烈火。60年代初，随着第二代计算机的发展，存储器容量较高的计算机的出现，以及在数值计算领域内的进展，早先被搁置下来的设想有了可以实现的物质和技术基础，于是相继出现了许多电路分析用的程序，如美国IBM公司的晶体管电路通用分析程序TAP(Transistor Analysis Program，1962年)、ECAP(Electronic Circuit Analysis Program，1964年)，美国Cornell大学的网络分析程序CORNAP(Cornell Analysis Program，1965年)，IBM公司的ASTAP(Advanced Statistic Analysis Program，1973年)和California大学的SPICE(Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis)，其中比较流行的是ASTAP和SPICE电路分析程序。

1956年，美国的Aaron首先建议用最小二乘法误差判别式（目标函数)作为逼近措施改进经典的网络综合方法来解决滤波器的设计问题。从此，优化设计技术就开始应用于电路设计，使电路性能大大得以改善。在应用数学领域内，最优化方法的研究也从50年代后期开始取得了很多成就，出现了不少行之有效的方法，这也推动了电子和其他领域内计算机辅助设计技术的发展。

电路计算机辅助设计已迅速发展成电子技术的重要分支，它也是计算机辅助设计中发展最早、比较完整和成熟的一个部分，因而也成为电子技术领域内其他各种计算机辅助设计特别是集成电路计算机辅助设计的基础。在集成电路设计的各个阶段，其精度要求之高和工作量

之大，人工是绝对无法完成的，必须用集成电路计算机辅助设计技术来完成。

我国的电路计算机辅助设计的教学和研究工作是在70年代前期开始的，至80年代中期的十余年中，各高等院校在电子类专业中相继开设了这门课程。这段时期，广大教师和工程技术人员为普及、推广和应用电路计算机辅助设计技术作出了很多的努力，取得了不少应用成果。这十余年，是我国电路计算机辅助设计技术蓬勃发展的时期，奠定了电路计算机辅助设计在我国电子技术领域中的地位。从80年代中期至今，我国高等院校电子类专业教学计划中开始重视和加强计算机课程的建设，原先在计算机专业中设置的程序设计方法、数据结构、操作系统、数据库和软件工程等课程则在继算法语言和微机原理与应用课程之后陆续在电子类专业中开设，使电子类专业学生的计算机知识和应用能力有了很大的提高。因此，在电路计算机辅助设计技术已经成熟和普及、学生的计算机基础和能力比80年代前期普遍提高的情况下，电路计算机辅助设计课程设置的目标就要使学生掌握这一门技术的理论、方法和程序设计，在课程的教学中强调学生必须能够有独立编制专用程序的能力。专用程序也称为实用程序，它的特点是灵活方便，能针对电路的设计要求较快地解决实际问题，它占用内存很少，运行速度有时比通用程序快。一系列专用程序组成了电路分析和设计的程序包，可以成为从事电路设计人员经常使用的设计工具。所以本书不讲述与数据结构密切有关的稀疏矩阵技术以及大型通用电路分析程序，但学了本课程后，在看了有关资料后，能够较快地理解和使用这些技术和程序(如SPICE)。

本书包括以下内容：节点法、线性电路的直流和交流稳态分析、改进节点法、非线性电路的直流分析、电路的瞬态分析、灵敏度计算和电路最优化设计。在习惯上，人们往往把上述不包含“电路最优化设计”的内容称之为“电路计算机辅助分析” (CAA—Computer-Aided Analysis)。考虑到电子类各专业教学计划要求的不同，本书可以以“电路最优化设计”内容的取舍，作为“电路计算机辅助设计”(CAD)和“电路计算机辅助分析”(CAA)两门课程来安排。此外，就“电路最优化设计”内容而言，本书的第七章仅适用于大学本科，全面和系统地研究和讨论“电路最优化设计”将涉及到更多的内容，除了无约束优化设计外，还需有约束优化设计、全域最优化设计和多目标优化设计方法等，因此“电路最优化设计方法”已发展成一门独立的课程。上海交通大学电子工程系从1984年开始，已把“电路最优化设计方法”作为电路与系统专业硕士研究生的学位课程。

本书除了可以作课堂教学的教材之用外，也适用于自学，以使没有学习过电路计算机辅助设计的读者能够按实际工作的需要掌握这门技术。

本书的出版得到了上海交通大学教材建设委员会、上海交通大学出版社和电子工程系领导的大力支持，在此表示深切的谢意。

本书在编写过程中，还得到了教研室不少老师的鼓励、关心和帮助，青年教师周斌协助我做了大量程序设计计算方面的工作，谨在此表示感谢。

本书有不妥之处，期望读者指正。

王豪行　　于上海交通大学

1995年3月

目　录

第一章 节 点 法

电路计算机辅助设计是各个领域计算机辅助设计中发展最早、也是比较完整和成熟的，原因主要有两个：一是它有一百多年发展历史的成熟的电路理论的支撑；二是从电子管出现到晶体三极管发明直至各种规模集成电路的问世，中间的时间间隔越来越短，电子器件的迅速更新带动了电子工业的发展，大量的电子新产品不断涌现，这些都为电路计算机辅助设计技术的发展提供了一个极好的条件。

节点法，又称节点电位法或节点分析法，是电路理论中广泛使用的一种方法。由于它容易程序实现，所以在电路计算机辅助分析中最早被用来列出节点方程，所列出的节点方程是电路计算机辅助分析中的重要的数学模型之一。但节点法不能处理所有的理想元件，在应用上有时感到不太方便，所以在1975年又出现了改进节点法。

无论是节点法还是改进节点法(见第三章)，它们都是电路计算机辅助分析的核心。

第一节 电路计算机辅助分析及其核心

为了了解电路计算机辅助分析的核心，可以先从图 1-1 熟悉电路计算机辅助设计的工作流程。图中的“调整电路参数”（也可以允许修改电路方案)一环有两种方式：一种是人工调整电路参数，即当电路的技术指标不符合要求时，电路设计者可以凭经验和资料调整某些电路参数，反复进行计算机辅助分析，直至完成设计；另一种是自动调整电路参数，这就需要用最优化设计方法。在优化设计过程中，调整电路参数也是逐步（自动）进行的，在电路参数每一次被调整后，还是要利用计算机辅助分析方法。如此循环反复直至得到满意的电路设计方案为止。图 1-1 说明了计算机辅助分析在电路计算机辅助设计工作中的作用和关系，图1-2则叙述在电路计算机辅助分析中节点法和改进节点法的广泛应用。由图可知无论是线性电路的直流分析、交流分析、瞬态分析和灵敏度计算，还是非线性电路的直流分析、瞬态分析和灵敏度计算都可以应用节点法和改进节点法。

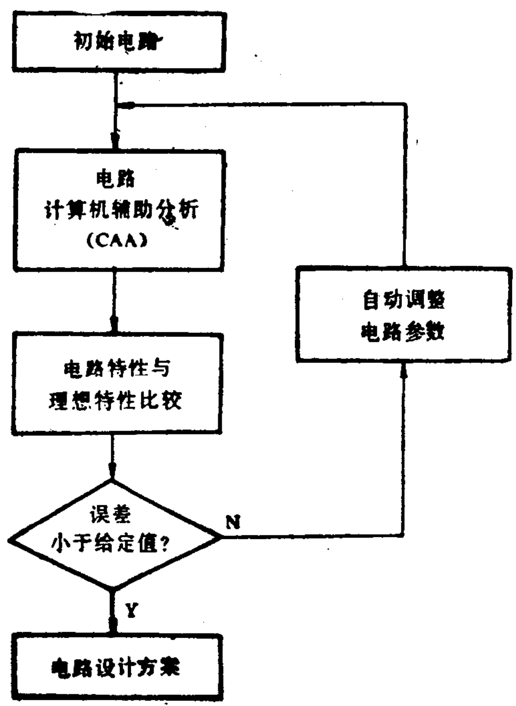

图1-1 电路计算机辅助设计工作流程图

在电路计算机辅助分析过程中，针对不同的分析要求，经常使用三种数值计算方法：线性代数方程组的数值解、非线性代数方程的数值解和常微分方程初值问题的数值解。线性代数

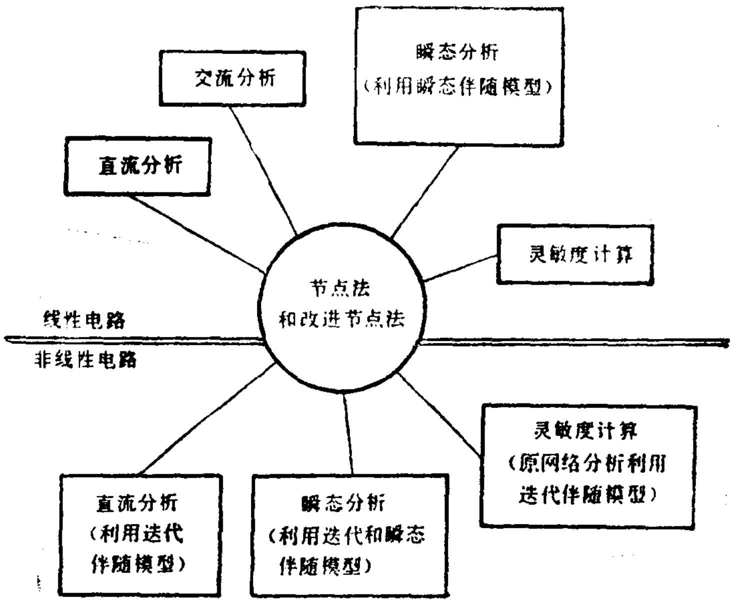

图1-2 在电路计算机辅助分析中,节点法和改进节点法的广泛应用

方程组数值解用得最多的是Gauss消去法,尤其是主元素Gauss消去法;非线性代数方程数值解经常使用 Newton-Raphson 迭代法;常微分方程初值问题数值解则主要用多步隐式积分法。充分利用电子元件的物理特性,可以得到一类在电路计算机辅助分析中特有的简便的分析工具——伴随模型(Companion model)。

伴随模型是以某些数值计算方法(如Newton-Raphson迭代法或低阶多步隐式积分法)与被分析的电路元件(如二极管或电容、电感)的特性相组合而成的一种电路分析模型。这种模型既保留了电路元件的物理特性,又含有所用的某种数值计算方法的迭代计算式,使这些电路元件等效成一个仅含电阻性元件和独立电流源(或电压源)的支路,于是可以用直流分析的方法来分析含这些电路元件的整个电路。

伴随模型的应用,使电路设计者在分析非线性电路和对含有动态元件(线性或非线性)的电路进行瞬态分析时,可以使用节点法或改进节点法。由此可以看到,这一章叙述的节点法和在第三章介绍的改进节点法成了电路计算机辅助分析的核心。

第二节 节 点 法

一、网络拓扑

读者可能在电路理论课程中已熟悉了图论和网络拓扑内容,由于节点法是与网络拓扑有关,所以这里再简单地回顾一下在节点法中必需用到的网络拓扑知识。

1. 图(graph)

三维空间中有限个点和连接这些点的有限条线组成的集合,称为图或拓扑图。

对任何一个电网络，不管它的具体组成，都可以把它抽象成一个由线段和点所组成的几何图形。在这种图中，主要是考虑点和线之间的连接关系，而点的位置、线的长度及弯曲程度则不予考虑。图1-3就是一个电网络和它的拓扑图。

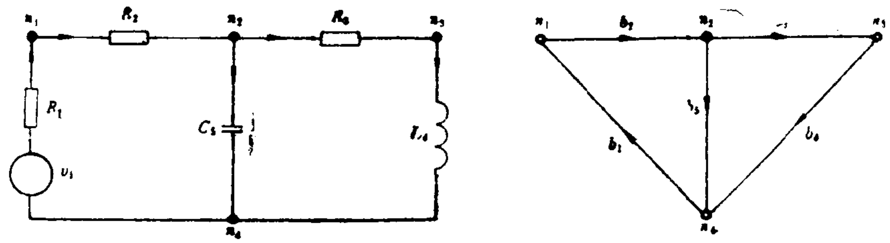

图1-3　电网络和拓扑图

拓扑图中各线段的端点称为节点(node)。

连接两个节点之间的线段称为支路(branch)。

构成闭合路径的一组支路称为回路(loop)。

拓扑图中的支路可以标有方向或不标方向，具有方向的拓扑图称为有向图 (oriented graph或directed graph)。

有向图中的支路是有方向的，每一条支路所连接的两个节点就分别成为这一条支路的起点和终点。

拓扑图中的任意一个节点通过支路可以到达另一个节点，则这个图就称为连通图(connected graph)，如图1-4所示就是两个连通图。

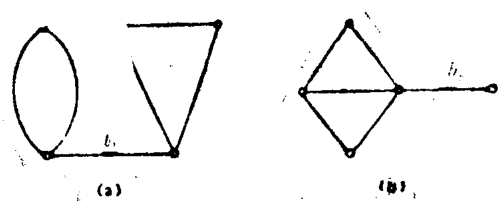

图1-4　连通图

如果把图1-4中的两个连通图的支路b_1和b_2去除，则就成了两个非连通图 (unconnected graph)。

2. 关联矩阵(incidence matrix)

虽然一个电网络可以用有向图来表示，但是把有向图输入计算机中去很不方便。我们必须采用一种能使计算机存储电网络或有向图信息的方法，这就要用到矩阵。

关联矩阵是反映拓扑图中各节点与支路之间相互结合关系的矩阵，用$\boldsymbol{A}_a$表示。

设一个有向图有$n+1$个节点，m条支路，则$\boldsymbol{A}_a$是一个$(n+1)\times m$阶矩阵：

$$\boldsymbol{A}_a=[a_{ij}]$$

它的行对应于节点，列对应于支路，其中元素a_{ij}定义为：

$a_{ij}=1$　如果支路j与节点i关联，且支路j的方向离开节点i；

$a_{ij}=-1$　如果支路j与节点i关联，且支路j的方向指向节点i；

$a_{ij}=0$　如果支路j与节点i无关联。

图1-3所示的拓扑图就是一个有向图，它的节点与支路的结合关系是

$$
\boldsymbol{A}_a=[a_{ij}]=\begin{array}{c} \\ n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{array}
$$

在矩阵$\boldsymbol{A}_a$中，每一列相加的结果都是零。所以，如果去掉某一行，即把对应的节点作为参考节点，照样可以把这一行中的数推算出来。

现在取n_4为参考节点，则关联矩阵$\boldsymbol{A}$是

$$
\boldsymbol{A}=[a_{ij}]=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}
$$

为区别起见，矩阵$\boldsymbol{A}_a$称为完全关联矩阵(complete incidence matrix)；矩阵$\boldsymbol{A}$称为去行关联矩阵(reduced incidence matrix)，通常就把$\boldsymbol{A}$称为关联矩阵。

3. Kirchhoff 定律的矩阵表达式

这里讨论的是用关联矩阵$\boldsymbol{A}$表示的KCL和KVL表达式。

i) KCL 的矩阵表达式

对图1-3所示的拓扑图，如果用i_{b_1}、i_{b_2}…i_{b_5}表示支路电流（见图1-5），并设向量

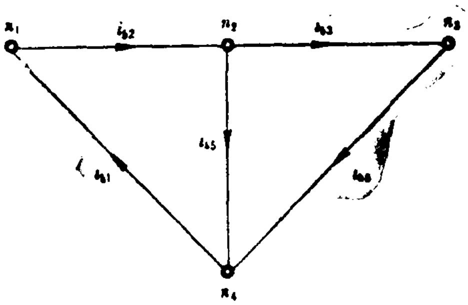

图1-5 标有电流方向的拓扑图

$$
\boldsymbol{I}_b=\begin{bmatrix} i_{b_1} \\ i_{b_2} \\ i_{b_3} \\ i_{b_4} \\ i_{b_5} \end{bmatrix}
$$

KCL是：

$$
\sum i_b=0
$$

即任一节点所关联的所有支路电流的代数和为零。

现在把关联矩阵$\boldsymbol{A}$和向量$\boldsymbol{I}_b$相乘，有

$$
\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_b=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{b_1} \\ i_{b_2} \\ i_{b_3} \\ i_{b_4} \\ i_{b_5} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -i_{b_1}+i_{b_2} \\ -i_{b_2}+i_{b_3}+i_{b_5} \\ -i_{b_3}+i_{b_4} \end{bmatrix}=\boldsymbol{0}
$$

由KCL可知，图1-5中三个节点n_1、n_2和n_3上的电流代数和为零。所以，KCL可用

$$
\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_b=\boldsymbol{0} \tag{1-1}
$$

来表示。

ii) KVL的矩阵表达式

对图1-3所示的拓扑图，用v_{b_1}、v_{b_2}…v_{b_5}表示支路电压，（支路电压方向与支路电流方向一致），用v_{n_1}、v_{n_2}和v_{n_3}表示节点对参考节点的电压（见图 1-6），并设支路电压向量和节点电压向量分别为

$$\boldsymbol{V}_b=\begin{bmatrix} v_{b_1} \\ v_{b_2} \\ v_{b_3} \\ v_{b_4} \\ v_{b_5} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{V}_n=\begin{bmatrix} v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \end{bmatrix}$$

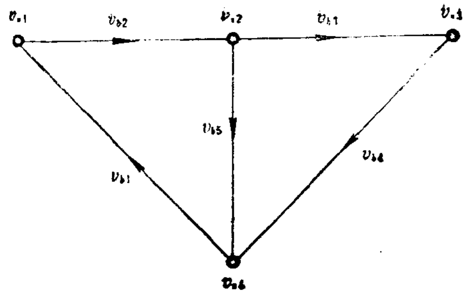

图 1-6　标有电压的拓扑图

现在取关联矩阵$\boldsymbol{A}$的转置矩阵$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$，把它与向量$\boldsymbol{V}_n$相乘，得

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_n=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} -v_{n_1} \\ v_{n_1}-v_{n_2} \\ v_{n_2}-v_{n_3} \\ v_{n_3} \\ v_{n_2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_{b_1} \\ v_{b_2} \\ v_{b_3} \\ v_{b_4} \\ v_{b_5} \end{bmatrix}=\boldsymbol{V}_b$$

所以，用关联矩阵$\boldsymbol{A}$表示的KVL表达式为

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_n=\boldsymbol{V}_b \tag{1-2}$$

或

$$\boldsymbol{V}_b-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_n=0 \tag{1-3}$$

二、节　点　法

线性电路的分析方法有节点法(节点电位法)和回路电流法等几种，但使用最广泛的是节点法。一般电路的节点数总是远小于支路数，并且在参考节点决定后，其他节点所列出的节点方程都是独立的。在回路电流法中，一旦遇到比较复杂的电路时，要选择独立的回路是比较困难的，从由计算机自动建立电路方程来看，节点法最为简便。为以后讨论方便，对节点法的叙述可以分两步来进行。第一步是熟悉含有独立电源的标准支路和节点方程；第二步扩展到含有非独立电源的标准支路和导出节点方程。[1]

1. 含有独立电源的标准支路

电路中的每一条支路都有它的实际内容，即有电导或电阻、电容和电感等，还有外加的独立电压源和电流源。为了便于分析，必须规定出一种标准的支路结构，见图1-7，图中的独立电源与支路电流(方向)的关系表明在该支路中的 v_g和i_g 为正值。

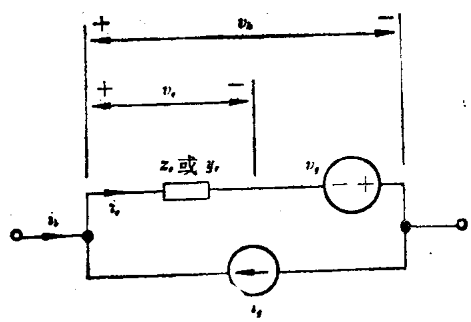

图1-7　含有独立电源的标准支路

在标准支路图中，必须有无源元件 (R、C、L)，如果没有，则必须把v_g或i_g的内阻看作是z_e或 y_e。

对图1-3所示的电网络，在交流稳态和不考虑互感的情况下，列出各无源元件上的电压方程：

$$R_1 i_{R_1}=v_{R_1}$$

$$R_2 i_{R_2} = v_{R_2}$$
$$R_3 i_{R_3} = v_{R_3}$$
$$j\omega L_4 i_{L_4} = v_{L_4}$$
$$(1/j\omega C_5) i_{C_5} = v_{C_5}$$

写成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j\omega L_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega C_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R_1} \\ i_{R_2} \\ i_{R_3} \\ i_{L_4} \\ i_{C_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{R_1} \\ v_{R_2} \\ v_{R_3} \\ v_{L} \\ v_{C_5} \end{bmatrix}$$

设

$$\boldsymbol{Z}_e = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j\omega L_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega C_5 \end{bmatrix}, \boldsymbol{I}_e = \begin{bmatrix} i_{R_1} \\ i_{R_2} \\ i_{R_3} \\ i_{L_4} \\ i_{C_5} \end{bmatrix}, \boldsymbol{V}_e = \begin{bmatrix} v_{R_1} \\ v_{R_2} \\ v_{R_3} \\ v_{L_4} \\ v_{C_5} \end{bmatrix}$$

分别为元件阻抗矩阵、元件电流向量和元件电压向量，则

$$\boldsymbol{Z}_e \boldsymbol{I}_e = \boldsymbol{V}_e \tag{1-4}$$

或 $$\boldsymbol{I}_e = \boldsymbol{Z}_e^{-1} \boldsymbol{V}_e$$

得 $$\boldsymbol{I}_e = \boldsymbol{Y}_e \boldsymbol{V}_e \tag{1-5}$$

式中 $$\boldsymbol{Y}_e = \boldsymbol{Z}_e^{-1}$$

称为元件导纳矩阵。由于图1-3中不存在互感，所以$\boldsymbol{Z}_e$与$\boldsymbol{Y}_e$都是对角线矩阵，而$\boldsymbol{Y}_e$中各元素分别是$\boldsymbol{Z}_e$中对应元素的倒数。

$$\boldsymbol{Y}_e = \begin{bmatrix} 1/R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/R_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/R_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/j\omega L_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega C_5 \end{bmatrix}$$

在直流情况下，电容C相当于开路，电感L相当于短路，因此在计算时电容就用它的损耗电阻（约10MΩ）来代替，电感也用它的损耗电阻（约0.1Ω）来代替。

2。含有独立电源的节点方程

根据标准支路的结构可以导出含有独立电源的节点方程。由于一个电路中总有m条支路，所以用向量和矩阵形式来实施这个工作。

从标准支路的电压关系：

$$\boldsymbol{V}_b = \boldsymbol{V}_e - \boldsymbol{V}_g$$

由式(1-2) $$\boldsymbol{V}_b = \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{V}_n$$

得 $$\boldsymbol{V}_e - \boldsymbol{V}_g = \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{V}_n$$

即 $$\boldsymbol{V}_e = \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{V}_n + \boldsymbol{V}_g$$

从标准支路的电流关系：

$$\boldsymbol{I}_b=\boldsymbol{I}_e-\boldsymbol{I}_g$$

可以有
$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_b=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{I}_e-\boldsymbol{I}_g)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_e-\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_g$$

由式(1-1)
$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_b=0$$

得
$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_e=\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_g \tag{1-7}$$

由式(1-5)
$$\boldsymbol{I}_e=\boldsymbol{Y}_e\boldsymbol{V}_e$$

由于只含有独立电源，并且一条支路只含一个无源元件，所以有

$$\boldsymbol{I}_e=\boldsymbol{Y}_e\boldsymbol{V}_e=\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{V}_e \tag{1-8}$$

将上式代入式(1-7)，得

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{V}_e=\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_g \tag{1-9}$$

现在把上面得到的式(1-6)代入式(1-9)，得

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_b(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_n+\boldsymbol{V}_g)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_g$$

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_n=\boldsymbol{A}\boldsymbol{I}_g-\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{V}_g \tag{1-10}$$

令
$$\boldsymbol{Y}_n=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \tag{1-11}$$

和
$$\boldsymbol{I}_s=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{I}_g-\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{V}_g) \tag{1-12}$$

其中，$\boldsymbol{Y}_n$称为节点导纳矩阵，$\boldsymbol{I}_s$称为等效电流向量，$\boldsymbol{Y}_b$称为支路导纳矩阵。于是，式(1-10)可写成

$$\boldsymbol{Y}_n\boldsymbol{V}_n=\boldsymbol{I}_s \tag{1-13}$$

上式称为电路的节点方程，是电路计算机辅助分析中的一个重要的数学模型。这个方程是一个代数方程组，在直流情况下是实数，在交流情况下是复数。可以用 Gauss 消去法来解式(1-13)求得$\boldsymbol{V}_n$；也可以用$\boldsymbol{Y}_n$的逆矩阵来求解，即

$$\boldsymbol{V}_n=\boldsymbol{Y}_n^{-1}\boldsymbol{I}_s \tag{1-14}$$

用式(1-13)求得节点电压 $\boldsymbol{V}_n$ 的方法称为节点分析法，简称节点法。一旦节点电压向量$\boldsymbol{V}_n$求出后，就可以继续计算出

$$\boldsymbol{V}_b=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}_n \tag{1-15}$$

$$\boldsymbol{I}_b=\boldsymbol{I}_e-\boldsymbol{I}_g=\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{V}_e-\boldsymbol{I}_g=\boldsymbol{Y}_b(\boldsymbol{V}_b+\boldsymbol{V}_g)-\boldsymbol{I}_g \tag{1-16}$$

$$\boldsymbol{V}_e=\boldsymbol{V}_b+\boldsymbol{V}_g \tag{1-17}$$

$$\boldsymbol{I}_e=\boldsymbol{I}_b+\boldsymbol{I}_g \tag{1-18}$$

$$\boldsymbol{P}_e=\boldsymbol{V}_e\boldsymbol{I}_e \tag{1-19}$$

其中，$\boldsymbol{P}_e$称为元件功率向量。

现在举一个例子，说明用节点法分析电路的具体过程。

例1-1 用节点法分析图1-8所示的电路。图中电阻的单位是欧姆。

① 求出关联矩阵$\boldsymbol{A}$，支路导纳矩阵$\boldsymbol{Y}_b$，独立电流源向量$\boldsymbol{I}_g$和独立电压源向量$\boldsymbol{V}_g$。

选n_0为参考节点，得关联矩阵为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

支路导纳矩阵$\boldsymbol{Y}_b$(为表达方便，电路中的电阻均用电导$G=1/R$来表示)。

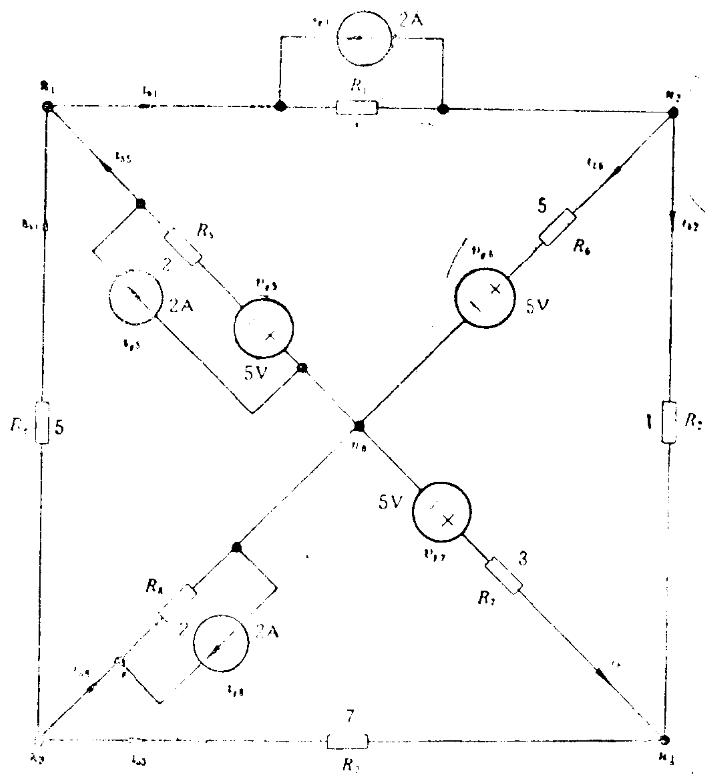

图1-8 例1-1的电路

$$
\boldsymbol{G}_b=\begin{pmatrix}
G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & G_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & G_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & G_4 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & G_5 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_6 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_7 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_8
\end{pmatrix}
$$

$$
=\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0.143 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.333 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5
\end{pmatrix}
$$

独立电流源向量$\boldsymbol{I}_g$和独立电压源向量$\boldsymbol{V}_g$

$$
\boldsymbol{I}_g=\begin{pmatrix} i_{g_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -i_{g_5} \\ 0 \\ 0 \\ i_{g_8} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{V}_g=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -v_{g_5} \\ -v_{g_6} \\ v_{g_7} \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -5 \\ -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}
$$

② 计算节点导纳矩阵$\boldsymbol{Y}_n$

$$
\boldsymbol{Y}_n=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{A}^T=\begin{bmatrix} G_1+G_4+G_5 & -G_1 & -G_4 & 0 \\ -G_1 & G_1+G_2+G_6 & 0 & -G_2 \\ -G_4 & 0 & G_3+G_4+G_8 & -G_3 \\ 0 & -G_2 & -G_3 & G_2+G_3+G_7 \end{bmatrix}
$$

$$
=\begin{bmatrix} 1.7 & -1 & -0.2 & 0 \\ -1 & 2.2 & 0 & -1 \\ -0.2 & 0 & 0.843 & -0.143 \\ 0 & -1 & -0.143 & 1.476 \end{bmatrix}
$$

③ 计算等效电流向量$\boldsymbol{I}_s$

$$
\boldsymbol{I}_s=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{I}_g-\boldsymbol{Y}_b\boldsymbol{V}_g)=\begin{bmatrix} i_{g_1}+i_{g_5}-G_5v_{g_5} \\ -i_{g_1}+G_6v_{g_6} \\ i_{g_8} \\ G_7v_{g_7} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1.5 \\ -1 \\ 2 \\ 1.665 \end{bmatrix}
$$

④ 计算节点电压向量$\boldsymbol{V}_n$

$$
\boldsymbol{Y}_n\boldsymbol{V}_n=\boldsymbol{I}_s
$$

这是一个线性代数方程组，在求得$\boldsymbol{Y}_n$和$\boldsymbol{I}_s$以后，可以用本章第三节中叙述的Gauss消去法来解出$\boldsymbol{V}_n$。采用增广矩阵形式

$$
[\boldsymbol{Y}_n \mid \boldsymbol{I}_s]=\left[\begin{array}{cccc|c} 1.7 & -1 & -0.2 & 0 & 1.5 \\ -1 & 2.2 & 0 & -1 & -1 \\ -0.2 & 0 & 0.843 & -0.143 & 2 \\ 0 & -1 & -0.143 & 1.476 & 1.665 \end{array}\right]
$$

用Gauss消去法计算后的结果是

$$
\boldsymbol{V}_n=\begin{bmatrix} 2.37718 \\ 1.86168 \\ 3.39761 \\ 2.71852 \end{bmatrix}(\mathrm{V})
$$

⑤ 计算支路电压向量$\boldsymbol{V}_b$和支路电流向量$\boldsymbol{I}_b$