高等学校教材

可靠性及其应用

张训诰 肖德辉 著

兵器工业出版社

可靠性及其应用

张训诰　肖德辉　著

兵器工业出版社

内 容 简 介

本书着重介绍可靠性工程的基本概念、理论、方法和实际应用。内容包括常用寿命分布、寿命分布的检验、确定产品寿命分布的方法、参数估计与非参数估计、可靠性试验及其统计分析、可靠性评定、可靠性设计及可靠性抽样检验等。对每种方法介绍了简单的推理，又举例介绍如何使用该方法，因此，既照顾了初次接触可靠性工作人员的需要，也在一定程度上满足了对可靠性作深入钻研的要求，尤其是对从事可靠性试验和从事可靠性标准的人员提供了必要的统计分析知识，同时还适用于目前在全国推行的全面质量管理（TQC）。本书可作为高等院校工科、专科、应用数学及工程管理专业及短训班的教材，也可作工科研究生和从事可靠性工作的工程技术人员和工程管理人员的参考书。

可靠性及其应用
张训诰 肖德辉 著

兵器工业出版社 出版
（北京市海淀区车道沟10号）
新华书店总店科技发行所发行
各地新华书店经销
顺义县后沙峪印刷厂印装

开本：787×1092 1/16 印张：19.25 字数：472.68千字
1991年8月第1版 1991年8月第1次印刷
印数：1～2000 定价：4.95元
ISBN 7-80038-296-6/TB·16（课）

前　言

可靠性工程是要对产品质量的可靠性进行定量控制，以促进产品质量的提高为主要研究对象的一门综合性的边缘学科。

在我国四个现代化建设中，各行各业对产品可靠性问题愈来愈重视，提出了各种可靠性问题和学习可靠性的要求。为了向国内广大工程技术人员和有关专业大学生介绍可靠性工程及其应用的内容，我们写作了《可靠性及其应用》一书。本书是以精选和更新内容为指导，总结教学经验及科研成果，并参考国内外的有关资料写作而成的，其原理和方法有所创新。本书有如下特点：

理论密切联系实际：本书着重实际应用，许多内容来源于生产、工程管理及科研实际，每章均有实用举例、分析问题、建立模型，推出新方法。

体系新颖、突出重点：全书以加强基本内容及实用方法为主线，重点阐述基本概念、基本方法及实际应用。对一些复杂的数学公式的推导只介绍参考文献，而省略了繁难的演算。

本书内容丰富、精练、概念清晰、模型实用、方法简便。阅读本书只需具备微积分和初等概率论与数理统计的基本知识。

本书共分五章：第一章介绍可靠性的基础知识，可靠性理论中常用的寿命分布和常见系统的可靠性。第二章介绍可靠性试验包括寿命试验和恒定应力加速寿命试验，分布参数的估计与非参数估计，产品寿命分布的检验等。第三章介绍了一种确定总体寿命分布的有效方法及可靠性评估模型与方法。第四章介绍了产品的可靠性设计的基础内容，如可靠性分配、筛选、电子系统的可靠性设计、机械可靠性设计等。第五章介绍了产品的可靠性抽样检验，内容包括：计数抽样检验、小样本可靠性抽样检验、指数分布、威布尔分布、对数正态分布下的可靠性抽样检验。

本书可作为工科、应用数学及工程管理专业的本科生、专科生及短训班的教材，也可作工科研究生和从事可靠性工作的工程技术人员和工程管理人员的参考书。

本书文字通俗易懂，各章配有习题供读者练习，并附有答案便于自学。

全书由中国科学院应用数学研究所曹晋华研究员评审。他对本书原稿提出了许多宝贵意见。作者在此表示衷心感谢。

由于作者水平所限，不妥之处在所难免，欢迎读者批评指正。

作　者

1990年5月于北京理工大学

目　录

第一章　产品质量与可靠性

产品的数量与质量是衡量一个国家工业技术力量与技术水平的主要标志。一个国家的工业技术力量是否强大，经济基础是否牢固，不仅要看产品的产量更要看质量。在我国四个现代化迅速发展的形势下，生产的持续发展，产品市场的开拓，尤其是国际市场的开拓，首先要靠产品的质量。质量低劣的产品是难以占领市场，服务于社会的，也很难产生经济效益。只有确保产品的质量，才能占领市场，获得经济效益，促进我国社会主义四个现代化的迅速发展。所以，产品必须坚持“质量第一”的方针。

可靠性工程就是要对产品质量的可靠性进行定量控制，促进产品质量的提高。

本章将从产品质量出发引入可靠性的基本概念，阐述评定产品可靠性的指标；介绍工程实践中的有关寿命分布；讨论常见系统的可靠性；最后结合实际列举几个案例。

§1.1　评定产品质量的可靠性指标

产品的质量指标主要有两类：产品的性能指标与产品的可靠性指标。什么是产品的性能指标呢？就是指产品完成规定功能的技术指标。以电视机为例，如图象的清晰度、音质优美程度、选择的灵敏度、彩电颜色鲜艳度等。如果只有性能指标是不能完全反映产品的质量水平的。例如电视机出厂时经检验各项性能指标都符合标准，工作1 000h后，电视机是否还能保持原有的各项性能指标？电视机的平均寿命是多少？这些都是用户非常关心的问题。因此，产品应该还有另一类质量指标，即可靠性指标，它是反映产品保持其性能指标的能力。一件产品是否达到其规定的性能指标比较容易检查出来。如电视机其图象很难调整清晰或音质不好噪声大等容易看出。但是，如果一台电视机买时看图象很清晰、声音也很动听，各项性能指标都合格，但是没有使用多长时间就出现噪声越来越大，或图象时好时坏等现象，就是产品的可靠性水平低，即如果产品不可靠就失去了使用价值。所以，产品的功能是否能得到发挥，在很大程度上取决于产品的可靠性水平。

产品在规定的条件下和规定的时间内，完成规定功能的能力，称为产品的可靠性。它是产品的一个重要的质量特征，反映产品在一定的时间内是否能完成规定功能的能力，这种能力随着时间变化而改变，不同的规定时间将有不同程度的可靠性，随着时间的增大，产品的可靠性将逐渐降低。可靠性还与规定的条件有密切的关系，这种规定的条件主要指应力条件，产品完成规定功能的能力是与应力的类型和应力的大小有关的，施加的应力类型越多，应力水平越苛刻，那么产品在规定的时间内完成任务的能力就越低，寿命就越短。在可靠性定义中的“规定的功能”是根据使用的需要和生产的可能，由技术标准来规定的。通常采用产品的各种性能指标来刻划。产品丧失规定功能的状态叫做产品发生“故障”或“失效”，相应的各项性能指标就叫做“故障判据”或“失效判据”。在具体进行可靠性工作中，合理地、明确地给出“失效判据”是很重要的　否则可靠性问题就会有争论。

产品的可靠性是刻划产品具有寿命特性的一种能力，这种能力可以从不同的角度，用不

同的数量指 标来描述，下面将一一介绍。

1.1.1 可靠度、可靠概率

定义1.1　产品在规定的条件下和规定的时间内，完成规定功能的概率称为产品的 可 靠度，记为$R(t)$。

产品的寿命$T\geqslant 0$，若它是一个连续型随机变量，则有

$$R(t)=P(T>t)\qquad t\geqslant 0 \tag{1.1}$$

若已知产品的寿命分布密度为$f(t)$，则有

$$R(t)=\int_t^{\infty}f(t)\mathrm{d}t\qquad t\geqslant 0 \tag{1.2}$$

例如，某类电子元件的寿命分布为指数分布　$f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$，$t\geqslant 0$，即有可靠度

$$R(t)=\int_t^{\infty}\lambda e^{-\lambda t}\mathrm{d}t=e^{-\lambda t}\qquad \lambda>0$$

我们称$F(t)=P(T\leqslant t)$为产品的不可靠度，它表示产品的寿命T比规定的时间 短，也就是产品在时间t以前发生失效的概率。显然有

$$R(t)+F(t)=1\qquad t\geqslant 0 \tag{1.3}$$

$$F(t)=\int_0^{t}f(t)\mathrm{d}t\qquad t\geqslant 0$$

在实际问题中，产品的工作特征和所处的工作状态是各种各样的：有些类型的产品工作时间很长；有些类型产品的工作时间很短，而贮存时间很长，如通用弹药、导弹，它们的工作时间仅十几秒钟、几十秒钟或几分钟，而贮存时间可以是几年或几十年。设T_1为产品的工作寿命，那么称$R(t)=P(T_1>t)$为工作可靠度；设T_2为产品的贮存寿命，那么称$R(t)=P(T_2>t)$为贮存可靠度。如果产品的工作时间很短或有的产品工作状态与时间无关，那么我们可以直接用可靠概率来描述产品的可靠性。

产品在一定的工作条件下，完成规定功能的概率称为产品的可靠概率，记为R，不 可靠概率记为F，$F=1-R$。例如，地对地导弹的可靠概率可以定义如下：

地对地导弹在规定的产品状态及使用环境的条件下发射成功，各段飞行正常且弹头落在规定区域的概率，称为该导弹的可靠概率。

例1.1　由三个开关A、B、C组成的组合开关S_1、S_2 如图1.1（a）、（b）所示，各个开关通断互相独立，其功能是电路通电，已知通电的可靠概率为$R_A=0.80$，$R_B=0.90$，$R_C=0.92$，试比较哪个组合开关质量好？

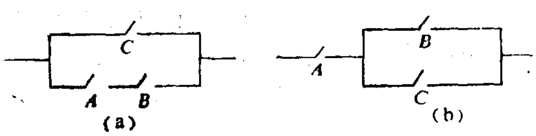


图 1.1

解　S_1的可靠概率

$$R_{s_1}=P(AB\cup C)=R_AR_B+R_C-R_AR_BR_C$$
$$=0.72+0.92-0.6624=0.9776$$

S_2的可靠概率

$$R_{s_2}=P(AB\cup AC)=R_AR_B+R_AR_C-R_AR_BR_C$$
$$=0.72+0.736-0.6624=0.7936$$

有些类型产品的工作寿命是离散型寿命分布，例如电器开关的工作寿命，照相机快门工

作寿命及机械零件的疲劳寿命$T\geqslant 0$是离散型随机变量，其可靠度定义如下：

$$R_K=P(T=K)\qquad K=0,\ 1,\ 2,\ \cdots$$

如某类产品的寿命T服从泊松分布，则有

$$R_K=P(T=K)=\frac{\lambda^K}{K!}e^{-\lambda};\qquad \lambda>0,\qquad K=0,\ 1,\ 2,\ \cdots$$

1.1.2 失效率、更换寿命

通常对不可修产品丧失功能称为失效；对可修产品丧失功能称为故障。为了方便起见，以后我们将“失效”和“故障”看成是同义词。

定义1.2 设产品的寿命T是连续型随机变量，其分布函数为$F(t)$，分布密度为$f(t)$，则称

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{1-F(t)}=\frac{f(t)}{R(t)}\qquad t\geqslant 0 \tag{1.4}$$

为产品的失效率函数，简称失效率。

失效率可以用条件概率来解释。当产品工作到时刻t后，该产品在时间间隔$(t,\ t+\Delta t]$内发生失效的概率（Δt很小）为

$$P\left\{T\leqslant t+\Delta t|T>t\right\}=\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{1-F(t)}\approx\frac{f(t)\Delta t}{R(t)}=\lambda(t)\Delta t \tag{1.5}$$

因此，当Δt很小时，$\lambda(t)\Delta t$表示该产品在t以前工作正常的条件下，在$(t,\ t+\Delta t)$内失效的概率，它是衡量产品在单位时间内失效次数的数量指标。

$\lambda(t)$还有另一个概率解释。让N个一批同型产品同时独立地工作，记$r(t)$为产品在$(0,\ t]$时间内的失效个数，它是一个非负整值随机变量，先令$N\to\infty$，再令$\Delta t\to 0$，依概率1有

$$\frac{r(t+\Delta t)-r(t)}{N-r(t)}\cdot\frac{1}{\Delta t}\longrightarrow\lambda(t) \tag{1.6}$$

这是由于

$$\frac{r(t)}{N}\to F(t),\ \text{当}N\to\infty\text{时}$$

因此，当$N\to\infty$时，有

$$\frac{r(t+t\Delta)-r(t)}{N-r(t)}\cdot\frac{1}{\Delta t}=\frac{\dfrac{r(t+\Delta t)}{N}-\dfrac{r(t)}{N}}{1-\dfrac{r(t)}{N}}\cdot\frac{1}{\Delta t}\longrightarrow$$

$$\frac{F(t+\Delta t)-F(t)}{1-F(t)}\cdot\frac{1}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t\to 0}\lambda(t)$$

在工程应用中，将失效率定义为：“产品工作到某一时刻t，单位时间内发生失效的比例。”

公式(1.5)或(1.6)有助于我们对这个失效率定义的理解。

由(1.4)式，有

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{-R'(t)}{R(t)},\ \text{或}\frac{-dR(t)}{R(t)}=\lambda(t)\,dt$$

故有

$$\int_0^t -\frac{\mathrm{d}R(t)}{R(t)}=\int_0^t \lambda(t)\,\mathrm{d}t$$

所以有

$$R(t)=\mathrm{e}^{-\int_0^t \lambda(t)\mathrm{d}t} \tag{1.7}$$

失效率的单位是1/h，也可以表示为“非特”或Fit（是Failure Unit的缩写），即有

$$1非特=10^{-9}/\mathrm{h}=10^{-6}/10^3\mathrm{h}$$

我国用拉丁文拼音表示产品失效率的等级如表1.1所示。

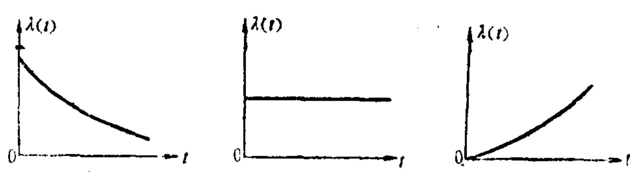
表1.1 失效率等级

名　　称	符　　号	最大失效率（1/h或1/10次）
亚 五 级	Y	3×10^{-5}
五　级	W	1×10^{-5}
六　级	L	1×10^{-6}
七　级	Q	1×10^{-7}
八　级	B	1×10^{-8}
九　级	J	1×10^{-9}
十　级	S	1×10^{-10}

失效率有三种基本类型，早期失效型、偶然失效型和耗损失效型，如图1.2所示。

早期失效型的失效率，是产品使用初期，由于不适应外部环境，因而发生失效的可能性很大，随着时间的延长而逐渐下降，早期失效型多是由于产品内部材料有缺陷，设计不完善，制造中的缺陷，检验疏忽所造成的。早期失效型的失效率函数是非增函数，记为“DFR”类，如图1.2（a）所示。

偶然失效型的失效率是与时间t无关的常数，如图1.2（b）所示。在这一阶段，产品失效是偶然的，其失效状态趋于稳定，它的失效原因是产品在使用过程中，由于环境条件发生随机变化或应力条件不可预测的突然变化，而使产品偶然失效。



（a）　（b）　（c）

图 1.2

耗损失效型的失效率是随时间的延长而逐渐增加，失效率函数是非减函数，记为“IFR”类，如图1.2c所示。这阶段失效的原因主要是由于产品老化、耗损、衰变或退化等。例如，电子管阴极涂覆材料逐渐耗尽，它的失效率就逐渐增大。

产品的失效类型是由产品本身属性和施加的应力条件所决定的，对于某种产品来说，它的整个寿命分布，可以具有早期失效型、偶然失效型或耗损失效型；也可以具有早期失效型和偶然失效型的两类失效率；也可以是其它类型的组合失效率。典型的失效率曲线如图1.3所示。由图1.3可见，它呈现浴盆曲线形状，在t_1以前为早期失效期，在t_1与t_2之间为偶然失效期，在t_2以后为耗损失效期。

在早期失效期初产品的失效率很高，工厂可采用筛选的办法剔除一批不合格品，以减少出厂后产品的早期失效，在偶然失效期中是产品最佳的工作阶段；在耗损失效期中，产品的性能逐渐变劣，工厂应采取维修或更换元部件的手段维持产品正常工作。

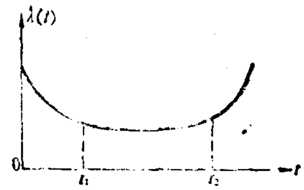


图 1.3

例1.2 某电子元件的寿命T服从指数分布，分布密度为$f(t)=\lambda e^{-\lambda t}$ ($t\geqslant 0$)，可靠度为$R(t)=e^{-\lambda t}$，其失效率为偶然失效型。

$$\lambda(t)=f(t)/R(t)=\lambda$$

例1.3 某产品的寿命T服从极小值分布，其分布密度为

$$f(t)=\frac{1}{\sigma}e^{\frac{t-\mu}{\sigma}}e^{-e^{\frac{t-\mu}{\sigma}}} \qquad (t\geqslant 0,\ \mu-6\sigma\geqslant 0) \tag{1.8}$$

要求$\mu-6\sigma\geqslant 0$这个条件参见1.2.3。寿命分布函数为

$$F(t)=1-e^{-e^{\frac{t-\mu}{\sigma}}}$$

其中μ、σ为常数、$\sigma>0$，$-\infty<\mu<+\infty$，即有失效率

$$\lambda(t)=\frac{1}{\sigma}e^{\frac{t-\mu}{\sigma}} \tag{1.9}$$

为耗损失效型。

若预先给定失效率的值为λ，那么，根据方程

$$\lambda=f(t)/R(t)$$

求其相应的时间解，称为更换寿命，记为t_λ，对于耗损失效型的元器件，当使用到t_λ时，必须加以更换，否则，失效率将会比λ更高；对于早期失效型的元器件，应在t_λ以前进行更换或筛选，在t_λ以后可不必更换，此时，t_λ可称为“筛选寿命”。

例1.4 求例1.3中极小值分布的更换寿命。

预先给定失效率的数值λ，代入(1.9)式左边，两边取对数得

$$\frac{t-\mu}{\sigma}=\ln(\sigma\lambda)$$

求得更换寿命$t(\lambda)$（或记t_λ）

$$t_\lambda=\mu+\sigma\ln(\sigma\lambda)。$$

1.1.3 可靠寿命、平均寿命

预先给定可靠度R为

$$R=P(T>t)$$

再由上式解得t_R，称t_R为相应于可靠度R的可靠寿命。通常预先给定$R=90\%$、95%或99%等，进而确定产品的$t_{0.9}$、$t_{0.95}$或$t_{0.99}$等。只要规定使用的时间小于t_R，那么这个产品的可靠度就不会低于R。可靠寿命在可靠性设计中和确定产品的贮存期时很有用。若知道了元器件的可靠寿命，我们就知道如何选用这些元器件了。如果已给某种弹药的贮存可靠度，那么该弹药的贮存期就可以确定了。

例1.5 某仓库贮存的某种弹药，已知其贮存寿命T服从指数分布，其可靠度为$R(t)=e^{-\lambda t}$，

其中$\lambda=0.0005(1/月)$。试确定该弹药可靠度为$R=0.9, 0.95$时的贮存可靠寿命(即贮存期)。

解　T服从指数分布，则有可靠度$R=e^{-\lambda t}$，两边取对数。化解后得可靠寿命

$$t_R=\frac{1}{\lambda}\ln\frac{1}{R}$$

即有
$$t_{0.9}=\frac{1}{0.0005}0.10536(月)=17.56年$$

$$t_{0.95}=\frac{1}{0.0005}0.05129(月)=8.55年$$

也就是说，如果要求可靠度为0.9时，贮存期可为17年半；如果要求可靠度为0.95时，那么贮存期约为8年半。

当$R=0.5$时，相应的可靠寿命$t_{0.5}$称为产品的中位寿命，例如指数分布的中位寿命为

$$t_{0.5}=\frac{1}{\lambda}\ln 2=0.69315\frac{1}{\lambda}$$

例1.6　已知某种电子产品的寿命分布为极小值分布，其可靠度为$R(t)=e^{-e^{\frac{t-\mu}{\sigma}}}$，试求可靠寿命。

解　预先给定可靠度R,则有$R=\exp\left[-\exp\left(\frac{t_R-\mu}{\sigma}\right)\right]$，两边同时取两次对数，整理后得可靠寿命为

$$t_R=\sigma\ln\ln\frac{1}{R}+\mu\ 。$$

平均寿命是反映产品质量特征的又一个数量指标。例如评价电视机的质量水平的重要指标之一就是平均寿命。如果产品的寿命T的分布密度为$f(t)$，那么，T的期望值$E(T)$称为产品的平均寿命，记为θ。对于不可修产品，平均寿命记为MTTF(Mean Time To Failure)；对于可修产品，平均寿命指平均无故障工作时间，记为MTBF(Mean Time Between Failure)。

$$E(T)=\int_0^\infty tf(t)\mathrm{d}t \tag{1.10}$$

即有
$$E(T)=\int_0^\infty t\mathrm{d}F(t)=-\int_0^\infty t\mathrm{d}R(t)=-tR(t)\Big|_0^\infty+\int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t$$

可以证明：$\lim\limits_{t\to\infty}t\,R(t)=0$，又有$\lim\limits_{t\to\infty}R(t)=0$，所以有

$$\theta=\int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t \tag{1.11}$$

如果产品的寿命T是离散型随机变量，其概率分布为

$$P_K=P(T=K)\qquad K=0，1，2，\cdots$$

那么产品的平均寿命为

$$\theta=E(T)=\sum_{k=0}^{\infty}KP(T=K) \tag{1.12}$$

例1.7　已知某电子元件的寿命T服从指数分布，可靠度$R(t)=e^{-\lambda t}$，其平均寿命

$$\theta=\int_0^{+\infty}R(t)\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}e^{-\lambda t}\mathrm{d}t=\frac{1}{\lambda}$$

寿命分布为指数分布的产品的平均寿命为失效率的倒数。

例1.8　产品的寿命分布服从极值分布，可靠度$R(t)=\exp\left[-e^{\frac{t-\mu}{\sigma}}\right]$，其平均寿命[3]

$$\theta=\int_0^{+\infty}R(t)\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}\exp\left[-e^{\frac{t-\mu}{\sigma}}\right]\mathrm{d}t$$

$$=\mu-\gamma\sigma\approx\mu-0.57722\sigma$$

例1.9　某雷达在正常服役期内出现故障110次，累计工作时间30140h。则雷达有

$$\text{MTBF}=30140/110=274(\text{h})$$

例1.10　有甲、乙两批同型电子设备在规定的服役期中甲批共出现故障341次，累计工作时间为178 640h；乙批共出现故障355次，累计工作时间为200 228h。试比较哪批质量好？

甲批电子设备有

$$\text{MTBF}=178\,640/341=524(\text{h})$$

乙批电子设备有

$$\text{MTBF}=200\,228/355=564(\text{h})$$

故乙批设备的质量比甲批设备的质量好

1.1.4　可用度

不可修产品没有维修问题，而可修产品发生故障后，在允许的时间内，维修完毕后继续工作；若再发生故障再进行维修，修复后再工作，它的状态是正常、故障维修相交替的序列。因此，在可靠度的含意中“规定的功能”，包含产品完成规定的技术性能和维修性能。

对于一个只有正常和故障两种可能状态的可修产品，我们可以用一个二值函数来描述它。对$t\geqslant0$，令

$$S(t)=\begin{cases}1，\text{产品在时刻}t\text{正常工作}\\0，\text{产品在时刻}t\text{处于故障}\end{cases}$$

定义1.3　可修产品在规定条件下，在时刻t处于正常工作状态的概率称为产品的瞬时可用度，记为$A(t)$，即

$$A(t)=P(S(t)=1) \tag{1.13}$$

瞬时可用度$A(t)$只描述产品在时刻t处于正常工作的概率，对t以前产品是否发生过故障并不关心。因此，可用度与可靠度是两个不同的概念。对于不可修产品在t时刻的可靠度就是可用度，称

$$\overline{A(t)}=\frac{1}{t}\int_0^t A(x)\mathrm{d}x \tag{1.14}$$

为在时间$[0,t]$内的平均可用度或任务可用度。

若极限

$$A=\lim_{t\to\infty}A(t)$$

存在，则称此极限为稳态可用度，在一定条件下，稳态可用度可以表示为

$$A=\frac{\text{MTBF}}{\text{MTBF}+\text{MTTR}} \tag{1.15}$$

其中MTTR为平均维修时间。

可用度实质上是一种广义的可靠度，根据不同系统的特点要采用不同的可用度作为其可靠性特征量。对于在任意时刻t都要完成其功能的系统，如数据处理系统，采用瞬时可用度；对于指定在某段时间内使用的系统，如跟踪雷达系统，则采用任务可用度；对于长期连续运行的系统，如预警雷达和通信系统，采用稳态可用度。

§1.2 常用的寿命分布及其实用背景

在可靠性工程研究中，需要给出产品的寿命分布，而可靠性试验是以元件、零件及系统的寿命分布及其统计分布为主要研究对象的，因此，产品的寿命分布为可靠性工程应用研究的基础。寿命分布的类型很多，它与产品的失效机理、失效形式及所施加的应力有关。某种寿命分布类型可以适用于具有同类型的失效机理及承受同类型应力。

50年代，指数分布作为寿命分布的应用和研究的主要对象。Epstein和Sobsl等人于1953年提出了寿命分布为指数分布的数学模型，很快就被可靠性工程师们所采用。1957年美国电子设备可靠性顾问团发表了著名的指数分布MIL-STD-781可靠性试验论文[17]，它对寿命数据的统计模型为指数分布建立了坚实的基础。60、70年代研究威布尔(Weibull)分布尤其普遍，1958年Kao等提出了威布尔分布的统计方法[18]1978年Lawless发表了有关威布尔分布作为寿命分布模型的论文[19]并得到广泛应用。60、70年代人们把极值分布、对数正态分布及伽玛分布在工程技术方面的应用作为研究对象，Nelsen和Schmee于1979年发表了关于(对数)正态模型的文章[21]，我们在研究通用弹药的贮存可靠寿命时发表了Z概率分布的文章[8]。

寿命分布在应用研究中主要应掌握各种分布的物理背景及其特性。

1.2.1 指数分布、无记忆性

指数分布在电子技术可靠性领域中，是一种应用非常广泛的著名分布，指数分布不但在电子元器件方面得到普遍地应用，而在系统和整机方面也得到使用。

1. 单参数指数分布

若产品的寿命T的分布密度为

$$f(t)=\lambda e^{-\lambda t} \qquad t\geqslant 0,\ \lambda>0 \tag{1.16}$$

或写为

$$f(t)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{t}{\theta}} \qquad t\geqslant 0,\ \theta>0 \tag{1.17}$$

则称T服从指数分布，其中参数λ与θ之间有关系：$\lambda=\frac{1}{\theta}$。

寿命服从指数分布的分布函数（即不可靠度）

$$F(t)=\int_0^t \lambda e^{-\lambda t}dt=1-e^{-\lambda t} \qquad t\geqslant 0 \tag{1.18}$$

指数分布的平均寿命（即数学期望）及方差为

$$E(T)=\int_0^\infty t e^{-\lambda t}\mathrm{d}t=\frac{1}{\lambda} \tag{1.19}$$

及

$$Var(T)=\int_0^\infty \lambda t^2 e^{-\lambda t}\mathrm{d}t-\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\lambda^2} \tag{1.20}$$

产品的可靠度及失效率为

$$R(t)=e^{-\lambda t} \qquad t\geqslant 0 \tag{1.21}$$

$$\lambda(t)=\frac{-R'(t)}{R(t)}=\lambda \qquad t\geqslant 0 \tag{1.22}$$

产品的可靠寿命及中位寿命为

$$t_R=\frac{1}{\lambda}\ln\frac{1}{R} \tag{1.23}$$

$$t_{0.5}=\frac{1}{\lambda}\ln 2 \tag{1.24}$$

2．双参数指数分布

双参数指数分布的分布密度为

$$f(t)=\lambda e^{-\lambda(t-t_0)} \qquad t\geqslant t_0,\ \lambda>0 \tag{1.25}$$

或

$$f(t)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{1}{\theta}(t-t_0)} \qquad t\geqslant t_0,\ \theta>0 \tag{1.26}$$

其中$\theta=\frac{1}{\lambda}$，t_0称为最小寿命，当$t_0=0$时，则为单参数指数分布，其分布函数

$$F(t)=\int_{t_0}^{t}\lambda e^{-\lambda(t-t_0)}\mathrm{d}t=1-e^{-\lambda(t-t_0)} \qquad t\geqslant t_0 \tag{1.27}$$

平均寿命、方差、可靠度及失效率为

$$E(T)=t_0+\frac{1}{\lambda}=t_0+\theta \tag{1.28}$$

$$Var(T)=\frac{1}{\lambda^2}=\theta^2 \tag{1.29}$$

$$R(t)=e^{-\lambda(t-t_0)} \qquad t\geqslant t_0,\ \lambda(t)=\lambda \tag{1.30}$$

可靠寿命与中位寿命为

$$t_R=t_0+\frac{1}{\lambda}\ln\frac{1}{R}, \qquad t_{0.5}=t_0+\frac{1}{\lambda}\ln 2 \tag{1.31}$$

若随机变量T的失效密度为

$$f(t)=\frac{\lambda e^{-\lambda t}}{1-e^{-\lambda t_1}} \qquad 0\leqslant t\leqslant t_1 \tag{1.32}$$

称T服从截尾指数分布，其各种可靠性指标的计算公式留给读者作为练习。

例1.11　有某种电子设备，根据以往的试验资料知道：在某种负荷应力下，它的失效时

间服从指数分布。今有两批此种设备，在相同负荷应力下试验，由试验数据分析，第一批设备的最小寿命$t_0=5$h，在工作95h的工作时间内，将有5%失效；第二批设备的最小寿命$t_0=0$，在工作100h的工作时间内，约有5%失效，比较哪批设备质量好？

解　利用（1.27）式，第一批设备$t=95$h时，$F_1(95)=0.05$，所以有　$1-e^{-\lambda_1 90}=0.05$

$$e^{-90\lambda_1}=0.95,\ \lambda_1=0.00057\ (1/\text{h})$$

利用（1.28）式，平均寿命$E(T_1)=t_0+\frac{1}{\lambda_1}=1\,759.4$h

利用（1.30）式，有可靠度$R_1(100)=0.94729$

利用（1.31）式，有中位寿命$t_{0.5}^{(1)}=1\,221.1$h，可靠寿命$t_{0.9}^{(1)}=189.8$h

由此看出第一批设备在给定负荷的应力条件下，在189h以内将有90%以上的可靠度。

第二批设备，利用（1.18）式，有$F_2(100)=0.05$，即有：$1-e^{-100\lambda_2}=0.05$，故得

$$\lambda_2=\frac{1}{100}\ln\frac{1}{0.95}=0.00051$$

利用（1.19）式有平均寿命$E(T_2)=1\,949.6$h

利用（1.24)式有中位寿命$t_{0.5}^{(2)}=1\,359.1$h

利用（1.23)式有可靠寿命$t_{0.9}^{(2)}=206.6$h

可靠度$R_2(100)=0.95$

由此看出第二批设备在给定的相同应力条件下，在206h内将有90%以上的可靠度。从上面两批评定产品质量的可靠性指标知道，第二批设备的质量比第一批设备的质量好。

3．指数分布的实用背景及其特性

若产品的失效率$\lambda(t)$为常数，即

$$\lambda(t)=\lambda\qquad t>0$$

则由（1.4）和（1.7）式，可以算出相应的密度函数为

$$f(t)=\lambda(t)e^{-\int_0^{\infty}\lambda(t)dt}$$

$$=\lambda e^{-\lambda t}\qquad t>0$$

可见产品失效率为常数时，其寿命分布是指数分布。

指数分布在一定的条件下，可以表示大型的复杂系统的故障间隔的时间分布，这在理论上已有证明[22]，[23]。在采用指数分布描述时，要求满足下列条件：系统由大量的电子元器件构成；各个元器件的失效互不影响，相互独立；元件失效后立即更换或修复；任何一个元件失效都会造成整个系统发生故障；所有元件的平均寿命应有一致的下界；元件的失效率属于IFR类型。这样，当系统经过长时间的工作后，该系统的故障间隔时间近似地服从指数分布。例如，电子计算机、大型发射系统及指挥仪系统等在适当的条件下，其失效分布均可近似地采用指数分布。

如果某器件寿命服从指数分布，那么，它具有“无记忆性”的特征。这种器件经过一段时间使用后，若尚未失效，仍然同新的器件一样，不影响以后的寿命长度。即是说，在t_1时刻后的剩余寿命与t_1无关，而与原来的工作寿命具有相同的寿命分布，称此性质为“无记忆性”。“无记忆性”可以用下式表示