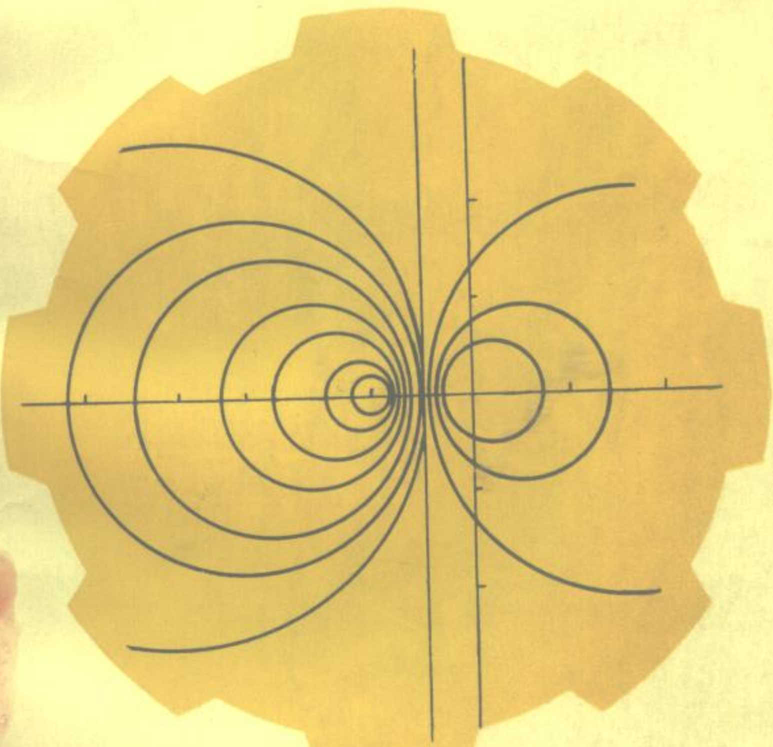
自动控制系统的设计理论

〔日〕市川邦彦 著



机械工业出版社

自动控制系统的设计理论

〔日〕市川邦彦　著
由克伟　许振茂　译
王汝范　张国衡　校

机 械 工 业 出 版 社

自動制御系の設計理論

著　者　市川邦彦

発行所　産業図書株式会社

昭和52年9月29日　初版

*　　*　　*

自动控制系统的设计理论

〔日〕　市川邦彦　著

由克伟　许振茂　译

王孜范　张国衡　校

*

机械工业出版社出版（北京阜成門外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业許可証出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 · 印张 6 3/4 · 字数 174 千字

1982年1月北京第一版·1982年1月北京第一次印刷

印数　0,001—9,200·定价 0.85 元

*

统一书号：15033·5013

前　言

本书是日本上智大学教授、工程学博士市川邦彦，根据多年教学经验，在讲义的基础上，经过修改和补充，为大学高年级学生和研究生所写的一本教材。全书篇幅不大，内容却比较丰富，以精练的语言和简明的形式讲解了现代控制理论及设计方法的基本内容。

全书共十四章，概略地说，可分数学基础，基本理论和设计方法三大部分。在数学基础部分，作者给出了掌握本书内容所需要的基本数学知识，这给不熟习这部分数学内容的读者带来了很大方便。接着介绍了控制系统的数学描述，可控性和可观测性，变量变换和系统结构，状态反馈和稳定性理论。然后讲解了最佳控制，调节器，观测器，动态规划，卡尔曼滤波器，多变量系统的设计等有关设计的基本理论问题。

本书可做为我国高等学校自动控制，工业自动化等有关专业自动控制理论课的教学参考书或教材，同时也适合于从事自动控制系统的设计和研究工作的工程技术人员参考。

限于我们的水平，错误和不妥之处在所难免，希望广大读者给予批评指正。

1980 年 1 月

序

现代控制理论诞生近二十年了。在这期间，控制理论的发展是惊人的。但是，现代控制理论同古典控制理论相比，难解之处很多。所以在企业内，不仅没有被充分灵活运用，而且理论同实际脱离的人也不少。实际上，一旦理解以后，现代控制理论远比古典控制理论思路井然，并且确能很好地解决许多困难问题。

鉴于此，本书简明地讲解现代控制理论；并就控制系统设计的各个方面，如最佳控制系统的设计，观测器的设计，多变量控制系统的设计等，给出具体的设计方法。本书虽是为大学高年级及大学研究院低年级写的教材，但已不限于大学，对于在企业、研究所从事控制工作的人也有很大参考价值。现代控制理论比古典控制理论确实要依靠较深的数学，第二章就是为对这种数学不太熟悉的人准备的。目前，有许多课程专门讲授第二章的内容，所以不一定要在控制工程学课程中学习。本书用作教科书时，根据学生情况第二章也可省略。

本书是根据作者十多年来多次改写过的讲稿整理而成，并参考了书末所列的一些著作和论文，其中有些尚未发表。对这些书和论文的作者深表感谢。本书如能对学生、教师、企业和研究所的技术人员等有所帮助，作者将感到无比喜悦；特别是作者希望现场技术人员能正确理解、正确运用现代控制理论，这个愿望如能稍有些实现，作者也会十分高兴。由于作者才疏学浅，错误和不妥之处恐怕难免，盼读者多加批评指正。

作者

1977 年 8 月

目　录

第1章 绪　论

1.1 动态系统的结构

在系统中，输出信号同输入信号有关。把输入即使固定于一定值，输出也变动的系统，称为动态系统。设输入为某一已知时间函数，且为零；对于同系统有关的某独立时间函数，如果它在某一瞬时被确定，其值在以后所有瞬时都能被唯一地确定，此时，这个独立时间函数就称为系统的状态。状态通常由多个时间函数组成，其数目称为系统的维数。

尽管输入为零，而输出却发生变动，这是因为系统中有若干储能点，在系统内能量要进行再分配。贮能点从数学上看，就是以时间为自变量对信号进行积分的积分器。每个积分器的瞬时输出都是系统状态的一个分量。

在一个系统中，积分器的数目同系统的维数 n 相等。通常系统的输入也有许多个，用 u_1，u_2，…，u_r 表示。系统各积分器的输出用 x_1，x_2，…，x_n 表示。一般说来，积分器 i 的输入（被积函数）可用 x_1，x_2，…x_n，u_1，u_2，…，u_r 及 t 的函数表示，即

$$\left.\begin{array}{c} f_i(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ u_1,\ u_2,\ \cdots u_r,\ t) \\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ n \end{array}\right\} \tag{1.1.1}$$

现在如令

$$x \triangleq [x_1 x_2 \cdots x_n]^T \tag{1.1.2}$$

$$u \triangleq [u_1 u_2 \cdots u_r]^T \tag{1.1.3}$$

$$f \triangleq [f_1 f_2 \cdots f_n]^T \tag{1.1.4}$$

则系统的运动可用向量微分方程式表示为

$$\dot{x} = f(x,\ u,\ t) \tag{1.1.5}$$

如果 $r>n$，可把两个以上的输入改为一个输入，所以假定 $r\leqslant n$ 也不失普遍性。式(1.1.5)这种有关系统状态的微分方程式，称为动态系统的内部描述。x 为状态向量，u 为输入向量。

这样，如图 1.1.1 所示，动态系统可以说是由一个静态环节和 n 个积分器所构成。这里所谓静态环节，就是一个具有 $n+r$ 个输入 x_1，x_2，…，x_n，u_1，u_2，…，u_r 和 n 个输出 $f_1(x, u, t)$，$f_2(x, u, t)$，…$f_n(x, u, t)$的静态系统。

任何动态系统，都具有图 1.1.1 的结构。系统的规模可用积

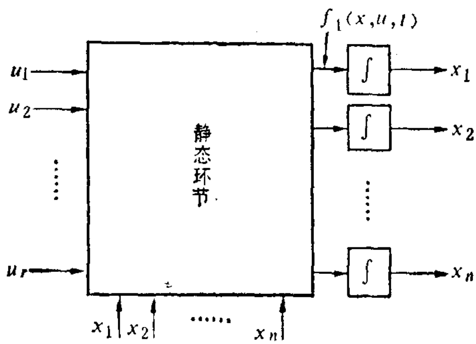


图1.1.1　动态系统的结构

分器的数量表示，系统运动分析的难度（系统的复杂性）则完全取决于静态环节的特性。

一般说来，状态向量 x 本身不能测量，只能测量向量

$$y=\Phi(x) \tag{1.1.6}$$

y 为 m 维向量，且 $m\leqslant n$。y 称为动态系统的输出。u 和 y 都是纯量时，系统称为单输入-单输出系统；两个都是向量时，就称为多输入-多输出系统。

在实际系统中，积分器这种环节很少真正存在，可以认为积分器是一种假想的环节。因此，不能唯一地确定动态系统的内部描述。例如设 T 为标准矩阵，根据

$$x=Tz \tag{1.1.7}$$

引入变量 z，则系统的状态变量可以从 x 变换为 z。此时，系统

的内部描述被改写为

$$\dot{z}=T^{-1}f(Tz,\quad u,\quad t) \tag{1.1.8}$$

但是，u 和 y 间的关系同内部描述无关，是系统的固有属性；这种关系称为系统的外部描述。例如，y 为纯量时，外部描述就是一个与 y 有关的单变量高阶(n 阶)微分方程式，而与是否根据标准矩阵改变内部描述无关。内部描述一确定，外部描述就被唯一地确定了；然而外部描述确定以后，内部描述却不能被唯一地确定。

1.2 系统的控制

决定 $u(t)$ 并把它施加给系统，使 $x(t)$ 或 $y(t)$ 成为所要求的时间函数，称为对系统进行控制。

把决定了的 $u(t)$ 存储起来，当实际控制时，随着时间的推移把 $u(t)$ 从存储装置中取出，作为具体的物理量施加给系统，这种控制方式称为开环控制。对于开环控制，因某种原因 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的运动在中途偏离了所要求的函数时，预先决定的 $u(t)$ 仍继续施加给系统，所以不能进行准确的控制。

与此相反，不断监视 $x(t)$ 和 $y(t)$，如果判明它们离开了所要求的运动规律，就对以后应给系统施加的 $u(t)$ 进行修正，使 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的运动重新回到所要求的函数上来，这种控制方式称为闭环控制或反馈控制。为了圆满地完成闭环控制，加给系统的输入不能仅作为时间函数 $u(t)$，最好输入在所有瞬时是当时 x 的函数，也就是要决定函数 $u(x,\ t)$。u 为 t 的函数，是因为估计到函数中的参数为时间函数，或者函数的形式随时间而变化。由 $x(t)$ 和 t 产生 u 的装置通常称为控制器，可以把它看作是一个函数发生器。在反馈控制中，因某种原因 x 和 y 偏离了所要求的运动，输入 u 也能自动地被修正到正确值。

1.3 纯量微分方程

为了简单，我们先研究单输入-单输出系统，说明当测量特性 $y=\Phi(x)$，特别是当

$$y = h^T x \tag{1.3.1}$$

时求动态系统外部描述的方法。由式（1.3.1）得

$$\dot{y} = h^T f(x, \ u, \ t) \triangleq g_1(x, \ u, \ t) \tag{1.3.2}$$

将此式再微分，得

$$\ddot{y} = \left(\frac{\partial g_1}{\partial x}\right)^T f(x, \ u, \ t) + \left(\frac{\partial g_1}{\partial u}\right)^T \dot{u} + \frac{\partial g_1}{\partial t}$$

$$\triangleq g_2(x, \ u, \ \dot{u}, \ t) \tag{1.3.3}$$

继续微分，将得到

$$y^{(n)} = g_n(x, \ u, \ \dot{u}, \ \cdots, \ u^{(n-1)}, \ t) \tag{1.3.4}$$

从式(1.3.1)到(1.3.4)，共有 $n+1$ 个方程，x 为 n 维向量。所以从原理上说，根据这些方程式可以消去 x，其形式通常可写作

$$y^{(n)} = g(y, \ \dot{y}, \ \cdots, \ y^{(n-1)}, \ u, \ \dot{u}, \ \cdots, \ u^{(n-1)}, \ t) \tag{1.3.5}$$

于是得到一个 y 的 n 阶微分方程。

根据情况，可以由更少的方程消去 x，此时将得到阶数比 n 低的微分方程。因此，外部描述微分方程的阶数最高为 n。在关于 y 的微分方程中，u 的导函数最高阶数比 y 的导函数最高阶数低一阶以上；所以，外部描述微分方程中 u 的导函数最高阶数，充其量为（$n-1$）。

例题 试由下式

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \tag{1.3.6}$$

导出关于

$$y = [1 \quad 1 \quad 1] x \tag{1.3.7}$$

的微分方程式。

将式(1.3.7)接连微分，得

$$\dot{y} = 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3u \tag{1.3.8}$$

$$\ddot{y} = 16x_1 + 16x_2 + 23x_3 + 13u + 3\dot{u} \tag{1.3.9}$$

$$\dddot{y}=64x_1+64x_2+101x_3+55u+13\dot{u}+3\ddot{u} \tag{1.3.10}$$

由式(1.3.7)～(1.3.10)消去x，得

$$\dddot{y}-10\ddot{y}+33\dot{y}-36y=3\ddot{u}-17\dot{u}+24u \tag{1.3.11}$$

这个例题具有特殊性，即由式(1.3.7)～(1.3.9)就可消去x，从而得到

$$\ddot{y}-7\dot{y}+12y=3\dot{u}-8u㊀ \tag{1.3.12}$$

这个事实可使用微分算符p来说明。将式(1.3.11)写成算符方程

$$(p^3-10p^2+33p-36)y=(3p^2-17p+24)u \tag{1.3.13}$$

再改写成

$$(p-3)(p^2-7p+12)y=(p-3)(3p-8)u \tag{1.3.14}$$

此式两边可用$p-3$相约，因此得

$$(p^2-7p+12)y=(3p-8)u \tag{1.3.15}$$

这就是式(1.3.12)。

㊀ 原文将y误印为u。——译注

第2章　线性控制理论的数学基础

2.1 距离空间

从几何学观点来处理集合时，称为空间。此时，集合的元素称为空间的点。

定义2.1.1　空间 $\boldsymbol{X}^*$ 的任意两点 x^1 和 x^2 的实函数，具有下列性质时称为距离。

i）$\rho(x^1, x^2) \geqslant 0 \quad {}^\forall x^1, x^2 \in \boldsymbol{X}^*$㊀

等号仅在 $x^1 = x^2$ 时成立

ii）$\rho(x^1, x^2) = \rho(x^2, x^1)$

iii）$\rho(x^1, x^2) \leqslant \rho(x^1, x^3) + \rho(x^3, x^2)$

$$ {}^\forall x^1, x^2, x^3 \in \boldsymbol{X}^* \tag{2.1.1}$$

定义2.1.2　对于 $\boldsymbol{X}^*$ 的任意两点距离有定义时，此空间称为距离空间。

例　在实数空间 R 内，$|x^1 - x^2|$ 作为距离是有定义的。因为不管怎样，$|x^1 - x^2|$ 能满足距离定义的三个条件。

定义2.1.3　设在距离空间内有一序列 $\{x^n\}$。如果对于任意实数 $\varepsilon > 0$ 存在自然数 l，并且

$$n, m > l \Longrightarrow \rho(x^n, x^m) < \varepsilon \tag{2.1.2}$$

则此序列称为柯西序列。

$$\lim_{n \to \infty} \rho(x^n, x) = 0 \tag{2.1.3}$$

时，称为 $\{x^n\}$ 收敛于 x，x 称为收敛点或极限点。此时记为 $x^n \to x$。

设 $\{x^n\}$ 收敛于 x，根据距离定义有以下性质

$$\rho(x^n, x^m) \leqslant \rho(x^n, x) + \rho(x^m, x) \tag{2.1.4}$$

如 $n, m \to \infty$，则由于此式右边收敛于零，得

㊀ 符号 $\forall$ 为全称号，意即"对所有元素"。——译注

$$\rho(x^n, x^m) \to 0 \tag{2.1.5}$$

即收敛序列为柯西序列。

定义2.1.4 空间$M^* \subset X^*$的所有柯西序列$\{x^n\}$在M^*内有收敛点时，M^*称为完备的（complete）。

仅为有理数的空间Ω是实数空间R的子集合，但不能说是完备的。这就是说，$\{x^n\}$的所有元素是有理数，但能找到其收敛点不是有理数的柯西序列。例如

$$1,\quad 1+\frac{1}{2!},\quad 1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!},\quad \cdots\cdots$$

是一个所有元素为有理数的柯西序列，收敛点却为e。

定义2.1.5

$$S(x,r) = \{ z \mid \rho(z,x) < r,\ r > 0 \} \tag{2.1.6}$$

称为以点x为中心半径r的开球(open ball)。

$$\overline{S}(x,r) = \{ z \mid \rho(z,x) \leqslant r,\ r > 0 \} \tag{2.1.7}$$

称为以点x为中心半径r的闭球(closed ball)。

$$M^* \subset S(x,r) \quad 或 \quad M^* \subset \overline{S}(x,r) \tag{2.1.8}$$

时，M^*称为有界的。

定义2.1.6 对于$x \in M^*$的所有x，如果$S(x,r) \subset M^*$的球存在，M^*称为开集合(open set)。

定义2.1.7 对于任意小的$\varepsilon > 0$，$S(x,\varepsilon)$都含有M^*及其余集M^{*c}两方的点，这种点x的集合称为M^*的边界（boundary），用∂M^*表示。

定义2.1.8 $\partial M^* \subset M^*$时，M^*称为是闭集合的(closed set)。

定义2.1.9 集合M^*上的所有序列$\{x^n\}$，具有收敛于M^*元素的子序列$\{x^{n_i}\}$时，集合M^*称为是紧密的(compact)。

对于线性控制理论常常提出来的n维实数空间，紧密的就意味着是有界闭集合。

2.2 线性空间

定义2.2.1 空间V^*的点有以下性质时，V^*称为实线性空

间(real linear space)或实向量空间(real vector space)。“实”字也常常省略。

i) $x^1+x^2\in \boldsymbol{V}^*$, $^\forall x^1, x^2\in \boldsymbol{V}^*$

ii) $x^1+x^2=x^2+x^1$, $^\forall x^1, x^2\in \boldsymbol{V}^*$

iii) $(x^1+x^2)+x^3=x^1+(x^2+x^3)$, $^\forall x^1, x^2, x^3\in \boldsymbol{V}^*$

(以上 i), ii), iii) 为加法定义)

iv) $^\exists 0\in \boldsymbol{V}^*$㊀ 即 $x+0=x$, $^\forall x\in \boldsymbol{V}^*$

(0的存在及其定义)

v) $^\exists(-x)\in \boldsymbol{V}^*$即 $x+(-x)=0$, $^\forall x\in \boldsymbol{V}^*$

(负向量定义)

vi) $\alpha x\in \boldsymbol{V}^*$, $^\forall \alpha\in R$, $^\forall x\in \boldsymbol{V}^*$

vii) $\alpha(\beta x)=(\alpha\beta)x$, $^\forall \alpha,\beta\in R$, $^\forall x\in \boldsymbol{V}^*$

viii) $\alpha(x^1+x^2)=\alpha x^1+\alpha x^2$, $^\forall \alpha\in R$, $^\forall x^1, x^2\in \boldsymbol{V}^*$

ix) $(\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta x$, $^\forall \alpha,\beta\in R$, $^\forall x\in \boldsymbol{V}^*$

x) $1x=x$, $^\forall x\in \boldsymbol{V}^*$

(1倍定义) (2.2.1)

点 x^1, x^2 等有时称为向量。

定义2.2.2 对于线性空间$\boldsymbol{V}^*$的空集合以外的子集合$\boldsymbol{M}^*$,如果和$\boldsymbol{V}^*$有相同的线性运算,则$\boldsymbol{M}^*$称为$\boldsymbol{V}^*$的线性子空间。

R^n为线性空间。它是以 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 为元素的 空间, x_i, $i=1, 2, \cdots, n$, 可以取一切实数。

定义2.2.3 设有 n 个向量 $x^i\in \boldsymbol{V}^*$, $i=1, 2, \cdots, n$, 如果

$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i x^i=0 \tag{2.2.2}$$

成立,便 $\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_n=0$, 此时 x^i, $i=1, 2\cdots, n$, 称为线性无关。又,式 (2.2.2) 也成立,但向量组$(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$ 不全为零时, x^i, $i=1, 2, \cdots, n$, 称为线性相关。

$\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i x^i$ 称为 $x^1, x^2, \cdots, x^n$ 的线性组合。

㊀ 符号∃为存在号,意即“对某一元素”。——译注

定义2.2.4 设有 $x^i \in \boldsymbol{V}$, $i=1,2,\cdots,n$ 的 n 个向量。集合

$\{x \mid x=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i x^i,\ \alpha_i \in R,\ i=1,2,\cdots,n\}$ 称为 $x^1, x^2, \cdots x^n$ 张成的空间，有时记为 $R\{x^1, x^2, \cdots, x^n\}$。

设 $S=\{x^1, x^2, \cdots, x^n\}$。$x^1, x^2, \cdots, x^n$ 张成的 空间也称为 S 张成的空间。此空间是 $\boldsymbol{V}^*$ 的最小子空间，作为子集合 S 包含于 $\boldsymbol{V}^*$。$x^1, x^2, \cdots, x^n$ 不线性无关时 S 张成的空间，同从 S 内除掉 相关向量的向量张成空间是一样的。

定义2.2.5 $\boldsymbol{V}^*$ 的线性无关向量 $e^1, e^2, \cdots, e^n$ 张成 $\boldsymbol{V}^*$ 时，$\{e^1, e^2, \cdots, e^n\}$ 称为 $\boldsymbol{V}^*$ 的基或基底(basis)。此时称空间 $\boldsymbol{V}^*$ 的维数为 n。

n 个线性无关的向量组的取法完全是任意的，因此 $\boldsymbol{V}^*$ 的基底有无数个。下面的基底称为自然基底(natural basis)。

$$e^1=\begin{bmatrix}1\\0\\\vdots\\\vdots\\0\end{bmatrix},\quad e^2=\begin{bmatrix}0\\1\\0\\\vdots\\0\end{bmatrix},\quad \cdots\cdots,\quad e^n=\begin{bmatrix}0\\\vdots\\\vdots\\0\\1\end{bmatrix} \tag{2.2.3}$$

由于任意向量可以用自然基底的线性组合表示，所以可写作

$$x=\sum_{i=1}^{n}x_i e^i \tag{2.2.4}$$

此时，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 称为向量 x 的分量。

自然，向量 x 可以用与自然基底不同的基底的线性组合表示。现在，设这种基底为 $\{p^1, p^2, \cdots, p^n\}$。此时

$$x=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i p^i \tag{2.2.5}$$

的 $\{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n\}$ 存在，并能唯一地 确定。另一方面，构 成基底的向量 p^i 本身也能用自然基底的线性 组合表示。设向量 p^i 的分量为 p^i_1, $p^i_2, \cdots, p^i_n$，则可写作

$$p^i=\sum_{j=1}^{n}p^i_j e^j,\quad i=1,2,\cdots,n \tag{2.2.6}$$