

# 最佳控制系统设计基础

王 永 初 编 著

科学出版社

72.8.26  
119

# 最佳控制系统设计基础

王永初 编著



DT78/25

## 内 容 简 介

本书系统地介绍近代控制理论的中心课题——最佳控制理论的主要内容和应用基础。

最佳控制同现代化生产过程及现代化科学，如空间技术、计算技术、通信技术、经济学和生物学等关系都十分密切。

本书共分九章，重点叙述数学模型、最佳滤波、数字最佳控制，静态最佳化控制，动态最佳化控制和自适应控制的基本分类和设计原理，对这些理论的发展过程和内在联系作了较深入的论述，并通过实例说明它们在控制工程中的应用。

本书可供从事自动控制、计算机应用技术、通信技术等的科技工作者及大专院校师生参考。

## 最佳控制系统设计基础

王永初 编著

\*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

天津新华印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1980年8月第一版 开本：787×1092 1/32

1980年8月第一次印刷 印张：15 1/2

印数：0001—16·120 字数：357,000

统一书号：15031·265

本社书号：1663·15—8

定 价：1.60 元

## 前　　言

自动调节原理的进一步发展，就是近代控制理论。近代控制理论是一门边缘学科，同许多现代学科发生着广泛的联系。生产过程中的最佳控制同实现四个现代化关系尤其密切。在华主席抓纲治国的英明决策下，我国科学技术一定会更加朝气蓬勃地发展，自动控制同其它学科一样，也一定会迎头赶上和超过世界先进水平，为人类作出更大的贡献。农业、工业、国防和科学技术现代化一定会在我们伟大的社会主义祖国实现。

遵照伟大领袖毛主席的教导：“我们必须打破常规，尽量采用先进技术，在一个不太长的历史时期内，把我国建设成为一个社会主义的现代化的强国。”在一机部重庆工业自动化仪表研究所各级领导的支持下，编写了《最佳控制系统设计基础》这本书。最佳控制是近代控制理论的中心课题，内容相当丰富。本书除了介绍有关最佳控制的基本概念外，还着重介绍了最佳控制的理论基础及其实用化的应用方法，包括了最佳滤波器、最佳数字控制、静态及动态最佳化控制、自适应控制等内容，并简要介绍了近代控制理论的一般基础知识。

本书是在 1971 年的讲义基础上编写而成的。在编写过程中得到中国科学院自动化研究所、中国科学院沈阳自动化研究所以及浙江大学等单位的大力协助，尤其是周春晖、何善堉、楼启明、裘聿皇、潘裕焕、宋国宁、尹朝万、陆廷杰和江建中等同志，在百忙中审阅本稿，提出了许多宝贵的修改意

见。今天，本书能同读者见面，是与许多同志的帮助和共同努力分不开的。在此，谨向支持和帮助本书出版工作、并为之付出辛勤劳动的同志们表示衷心的谢意。由于编者水平有限，书中可能存在不少缺点和错误，欢迎读者批评指正。

编 者  
1977年7月

# 目 录

第一章 概述 .....	1
一、古典控制理论与近代控制理论 .....	1
二、近代控制理论的主要研究内容 .....	3
三、生产过程的最佳控制 .....	6
第二章 状态空间方法.....	15
一、时域运算基础 .....	15
二、控制系统的稳定性 .....	40
三、以二阶性能指标为基础的最佳控制系统 .....	52
四、线性系统的可控性与可观察性 .....	60
第三章 数学模型方法.....	74
一、静态数学模型 .....	74
二、动态模型方法 .....	87
三、噪声随机模型 .....	114
第四章 最佳滤波器的设计 .....	129
一、维纳滤波器的设计 .....	129
二、卡尔曼滤波器的设计 .....	141
第五章 最佳数字控制系统的工作原理 .....	163
一、数学模型的确定 .....	163
二、系统的误差分析 .....	168
三、按照最小调节时间进行设计的方法 .....	172
四、前馈控制系统的最佳设计方法 .....	182
五、克服外扰影响的反馈控制系统的最佳设计 .....	186
六、调节模型的实现方法 .....	189
第六章 静态最佳化控制 .....	193
一、用线性规划求目的函数 .....	197

二、登山法(坡度方法)原理 .....	226
三、优选法 .....	253
<b>第七章 动态最佳化控制 .....</b>	<b>263</b>
一、变分法及其应用 .....	264
二、最短时间控制理论 .....	291
三、最大值原理 .....	298
四、动态规划 .....	330
<b>第八章 自适应控制系统 .....</b>	<b>365</b>
一、结构参数自适应控制系统的组成及分类 .....	366
二、测量输入信号的自适应控制系统 .....	372
三、测量对象动态特性的自适应控制系统 .....	374
四、参考模型方法 .....	377
五、搜寻控制的自适应方法 .....	391
六、极值自适应控制的统计方法 .....	401
七、利用灵敏度的参考模型方法 .....	411
<b>第九章 最佳控制系统应用几例 .....</b>	<b>427</b>
一、最短时间控制系统 .....	427
二、多变信号跟踪控制系统 .....	437
三、极值控制系统 .....	443
四、静态数学模型闭环控制系统 .....	452
五、动态模型闭环控制系统 .....	457
六、最佳分配控制系统 .....	462
<b>附录 .....</b>	<b>467</b>
一、 $z$ 变换函数 .....	467
二、帕塞威尔 (Parseval) 积分表 .....	481
三、两种逆阵运算 .....	483
<b>参考文献 .....</b>	<b>486</b>

# 第一章 概 述

## 一、古典控制理论与近代控制理论

人类在生产斗争和科学实验中使用自动控制的方法已有悠久的历史。瓦特发明的蒸汽机调速器就是其中一例。“中国是世界文明发达最早的国家之一”，“中华民族又是一个有光荣的革命传统和优秀的历史遗产的民族”。在自动控制领域中，我国劳动人民也有过许多贡献。早在西汉时期发明的指南车，就是按扰动补偿原理构成的开环自动调节系统，北宋时期发明的水运仪象台，就是按被调量偏差设计的闭环非线性控制系统。自动控制理论很早就应用于军事技术、通信及生产过程。但是作为一门独立学科在世界上出现，还只有四十多年历史，在本世纪三十年代，特别是第二次世界大战前后，由于军事技术和生产发展的需要，出现了频率法<sup>[1]</sup>、根轨迹法<sup>[2]</sup>、相平面分析法<sup>[3]</sup>，以及各种稳定性理论。这些理论的特点，是利用传递函数方法来综合分析生产过程的控制问题的<sup>[4]</sup>，到五十年代，这几个方面的理论研究<sup>[5]</sup>已达到相当成熟的阶段。在当时生产水平的条件下，一般处理的控制系统，多数是单参数系统，所以设计者并不要求了解控制过程的全貌，而用线性集中参数的方法，通过对输入及输出信号的观测，就能了解系统内部的联系。但是到了六十年代前后，由于空间技术及现代大型工业的迅速发展对自动化提出了更高的要求，控制指标不仅是一个稳定性的问题，而是一个综合性的指标了。它一方面要求控制理论解决问题快而准、安全、优质、

低消耗，另一方面所处理的系统已不再是单参数系统，而且有许多是属于非线性问题、时变参数问题或随机过程控制问题<sup>[6]</sup>，因此传递函数的方法就无法适应这些要求，这就促使了自动控制理论的进一步发展与完善，状态空间方法就是在这样的背景下发展起来的，并且形成了一门新的学科。在控制理论中，把频率法与根轨迹法为代表的早期控制理论称为古典控制理论，把状态空间方法为基础的一些新型控制理论称为近代控制理论。近代控制理论同许多学科都发生着紧密的联系，许多学科都应用自动控制的概念<sup>[7]</sup>和方法，例如航空和空间技术<sup>[8]</sup>、通信技术、计算机技术、电力拖动、远动技术、经济学<sup>[9]</sup>、生物学、仿生学、信息学以及医学等，可以说近代控制理论是现代科学技术的一个重要组成部分，是一门基础理论和实践性都很强的学科。由于篇幅限制，本书仅叙述近代控制理论应用于工业生产过程的部分。

近代控制理论与古典控制理论相比较，有如下一些特点：

## 1. 评价函数

古典控制理论是以稳定性指标作为控制质量的评定标准，如稳定裕度、超调量、余差、调节时间等，这些指标一般是通过系统的参数整定来实现的。

近代控制理论是以“多、快、好、省”作为质量的评定标准。“多”是指高产，“快”是指控制及时，“好”是指控制精度高，“省”是指低消耗。这些指标比古典控制理论更加明确，其评价函数通常记成积分判据形式。

## 2. 自动化工具

古典控制理论一般是用模拟仪表作为自动化工具；近代控制理论较多是应用电子数字计算机作为自动化工具，少量

应用模拟计算机或工业自动化仪表作为自动化工具。

### 3. 数学工具

古典控制理论所涉及的数学知识比较少，经常应用的有常微分方程、拉普拉斯变换、傅里叶变换、 $z$ 变换以及复变函数等知识；近代控制理论几乎应用近代数学的绝大部分分支，如概率论、数理统计、偏微分方程、泛函数分析、运筹学，以及近代数学较深的部分，如伊藤积分、李群、拓扑理论等。本书是从工程角度来论述近代控制理论及其应用，因此，尽量采用较浅的数学工具来说明近代控制理论的有关概念和基本定理，指出近代控制理论在工业生产过程中的应用的可能性。

### 4. 适用范围

古典控制理论适用于线性集中参数系统，近代控制理论除了适用于线性集中参数系统外，还经常用来分析非线性系统、时变参数系统或分布参数等系统。所以，近代控制理论所包含的内容更加广泛和丰富，它所描述生产过程的控制问题比古典控制理论更加深刻。

## 二、近代控制理论的主要研究内容

近代控制理论主要包括四个方面的内容。

### (一) 对象特性的识别与估计问题

这是求数学模型的问题，通常遇到的数学模型有三种：动态模型、静态模型及噪声模型。静态模型由统计方法可以求得，动态模型目前主要是利用伪随机信号进行在线识别，离线或在线数据处理，动态及静态模型都可以应用最小二乘法实

现对模型系数的无偏估计，噪声模型较多用时序分析方法获得。

## (二) 确定性最佳控制问题

在对象模型及初始条件已经确定的场合，要求设计控制(或输入)向量，使系统的输出(或状态)在控制(或输入)向量的作用下，满足某种最佳准则，这个控制向量，称为最佳控制。当控制对象特性固定或在某一段时间近似于固定时，称这类问题为确定性最佳控制问题。最佳控制理论就是求表征某种控制准则的泛函数的极值问题。其典型的数学解法是变分法，由一次变分求泛函数极值的必要条件——欧拉方程，由二次变分求泛函数为极值的充分条件。变分法解最佳问题有较大的局限性，它规定最佳控制  $u^*$  在某一个开域取值，而许多实际工程问题最佳控制却是属于某一个闭域，这时按古典变分法求解，可能得出问题的解不存在的结论。庞特尼雅金最大值原理是古典变分法的一个重大发展，根据系统的状态方程，可以直接构成一个哈密顿函数，然后找出满足哈密顿函数为极值的条件，再按边界条件对一组微分方程进行积分就可以得到系统的最佳运动轨线。但是求解方程组的边界值问题同变分法具有同样的困难。动态规划方法在最佳化控制中有许多应用，这种方法是采用多步决策过程，把整体最佳化控制问题化成若干局部最佳化问题来处理。按照函数的分离特性，用动态规划方法也可以导出泛函数取极值的必要条件，这个条件就是哈密顿-雅可比方程式。

集中参数系统可以应用李雅普诺夫方程式或黎卡提方程式来设计反馈控制器，分布参数系统需要用偏微分方程来描述其状态，偏微分方程的解比常微分方程困难得多，为寻求分布参数的最佳解，需要用一些较复杂的数学方法，就目前的研

究状况来看，分布参数方法尚没有在生产过程中获得大量应用。

### (三) 随机过程最佳控制问题

随机过程的根本问题是区别有用信号与干扰信号的问题，亦即为滤波问题，研究滤波的方法有两种：维纳滤波与卡尔曼滤波。维纳滤波只适用于平稳过程，从理论上讲，设计维纳滤波器需要相当长时间的观察数据，这是一个很强的限制，卡尔曼滤波理论是用条件期望和状态转移来解决维纳提出的滤波问题，不仅适用于平稳与非平稳过程，而且只需要有限数据就可以进行滤波器设计。在卡尔曼滤波器基础上应用动态规划方法，可以确定随机过程的控制算法，同时在预测及滤波的基础上，可以制定前馈及反馈控制的各种算法。

### (四) 自适应控制问题

自适应控制系统主要是研究系统环境条件变化的时候，如何保证系统满足某种最佳准则。环境条件变化，可能会引起控制对象结构参数、初始条件、对象阶次、纯迟后特性的变化，这些变化可以用灵敏度模型来表示。因此在控制系统中经常引入灵敏度模型实现生产过程的自学习控制以及采用登山原理，不断发出搜寻动作，逐次逼近系统的最佳工作状态的办法。登山原理一般是指最急下降法，但最急下降法的收敛速度较慢，所以以后又不断发展了一系列登山原理的递推算式，如牛顿-高斯方法、共轭梯度方法，目前自适应控制系统的种类繁多，除了上述方法外，还有被动式自适应控制系统、输入信号自适应控制系统、极值自适应控制系统、系统参数自适应控制系统、测量对象特性的自适应控制系统、参考模型自适应控制系统等。实现生产过程的最佳控制，一般还需要考虑

有自适应控制系统，这样可以使控制系统经常维持在最佳状态。

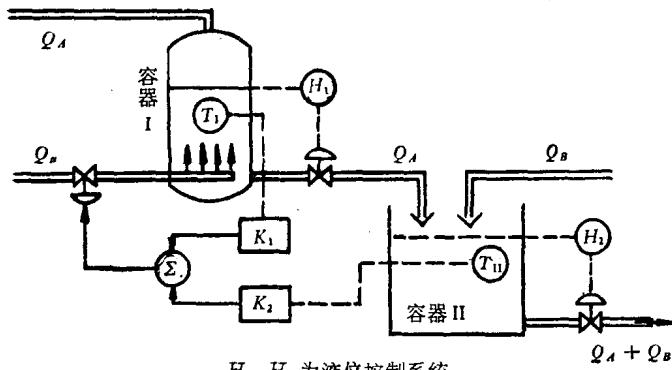
近代控制理论还包括了自动机理论、大系统理论、可靠性理论等。但是，近代控制理论的中心课题是最佳控制。最佳控制新的发展是微分对策理论<sup>[10]</sup>，或称微分博奕理论，这种理论是研究由两个控制向量决定某一个泛函数能否满足某种条件的极值问题。

### 三、生产过程的最佳控制

近代控制理论自从形成体系以来，经过十多年的充实和完善，现在已从抽象数学理论的研究转向实用化方面，并且同古典控制理论相结合，利用硬设备或软设备，实现对工业过程的控制。利用近代控制理论实现最佳控制，在设计中要考虑哪些因素，下面通过两个具体例子来说明。

#### (一) 双容量温度控制系统<sup>[11]</sup>

图 1-1 为一个温度控制系统。液体  $Q_A$  在容器 I 中被蒸



$H_1, H_2$  为液位控制系统

图 1-1 温度控制系统

汽直接加热后，送至容器  $II$  与液体  $Q_B$  混合。已知液体  $Q_A$ ,  $Q_B$  的正常温度和流量以及容器中液体的容量，我们通过工艺分析可以确定对象的动态特性。假如已知对象特性如下：

容器  $I$  中液体温度  $T_I$  对于加热蒸汽流量  $Q_u$  的传递函数

$$\frac{T_I(s)}{Q_u(s)} = \frac{27}{s+0.5} \quad (1-1)$$

容器  $II$  中液体温度  $T_{II}$  对于容器  $I$  中液体温度  $T_I$  的传递函数

$$\frac{T_{II}(s)}{T_I(s)} = \frac{0.2}{s+0.4} \quad (1-2)$$

要求设计一个反馈控制系统，维持容器  $I$  及  $II$  中液体温度在规定值上。在设计中要解决如下问题：

### 1. 可控性问题

调节蒸汽流量  $Q_u$ ，能不能同时控制温度  $T_I$  及  $T_{II}$ ，为不使设计工作无意义地进行，需要进行可控性分析。如果用  $x_1$ ,  $x_2$  及  $u$  分别代替  $T_I$ ,  $T_{II}$  及  $Q_u$ ，则上述两个传递函数可用一个状态方程式表示

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.50 & 0 \\ 0.20 & -0.40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 27 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (1-3)$$

或用矩阵表示

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{Bu} \quad (1-4)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.50 & 0 \\ 0.20 & -0.40 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 27 \\ 0 \end{bmatrix}$$

对于二阶系统，用  $[\mathbf{B} | \mathbf{AB}]$  的秩进行判断，知道其秩为 2，所以这个系统是完全可控的。

### 2. 最佳准则

最佳控制都是对某一个具体的最佳准则而言的。而最佳

准则又是根据工艺要求来确定的。因本系统为定值控制系统，要求  $T_I$  及  $T_H$  对给定值的偏差及所消耗的蒸汽量  $u$  尽可能地少，所以用二次性能指标作评价函数，即

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{X}^T \mathbf{Q} \mathbf{X} + R u^2) dt \quad (1-5)$$

在一般场合下，

$$R > 1, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

使  $J$  取最小值的控制变量（本例为蒸汽流量） $u$ ，称为最佳控制。

对于反馈控制系统，通过运算不难确定最佳控制与状态变量的关系：

$$u = -\mathbf{K} \mathbf{X}(t) \quad (1-6a)$$

式中

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M} \quad (1-6b)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{M} + \mathbf{M} \mathbf{A} - \mathbf{M} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{M} + \mathbf{Q} = 0 \quad (1-6c)$$

式中  $\mathbf{M}$  为正定对称矩阵。

求解式(1-6)，得到最佳控制

$$u = - (0.983, 0.233) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

于是组成如图 1—1 所示的控制系统。可控性问题与线性最佳控制器的设计问题，将在第二章介绍。

### 3. 可观察性问题

在某些场合，假如  $T_I$  无法测量，这时最佳控制能不能实现，为解决这个问题需进行可观察性分析，用如下一个观察方程

$$\mathbf{Y} = [0 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

式中 1 表示装有检测装置; 0 表示没有装检测装置.

根据线性系统的可观察性准则, 按矩阵  $\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$  所组成秩判断, 知道其秩为 2, 因此系统是可观察的. 由观察信号  $x_2$  可推断  $x_1$  的状态. 于是  $T_I$  的信号, 可由  $T_{II}$  经再加工后的信号所代替. 这种检测信号的替换, 具有重要的工程实用意义.

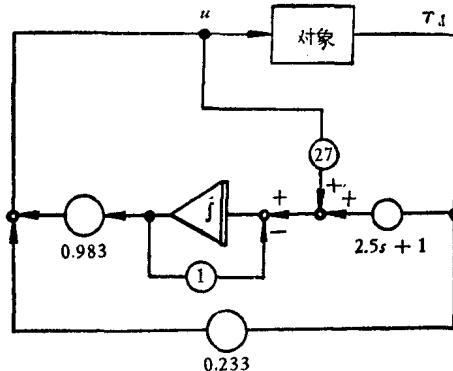


图 1-2 取代  $T_I$  信号的方案

#### 4. 最佳化控制

上述设计能使调节品质与蒸汽消耗都处于最佳状态, 系统结构最大地简化, 但是并不能保证生产过程获得最高的产量和最好的品质. 为达此目的, 经常需要合理设置  $T_I$  及  $T_{II}$  的给定值. 这类问题比反馈控制所涉及的面更广泛, 称为最佳化控制.

最佳化问题可以用数学规划方法求解. 在设计中, 动态规划、线性规划、非线性规划(如登山原理)特别有用, 我们将在第六章和第七章详细介绍这些理论和实践.

#### (二) 成分控制系统

有一种原料气体的净化生产过程, 通过氧气加入的数量,

11082643

使原料气中的杂质成分还原，现经试验求得对象传递函数为

$$G(s) = \frac{e^{-\tau s}}{(1+T_1s)(1+T_2s)} \quad (1-7)$$

式中  $T_1, T_2$  为对象的线性时间常数；

$\tau$  为对象纯迟后时间常数。

并且从生产过程中记录了一条原料气体的随机过程曲线，如

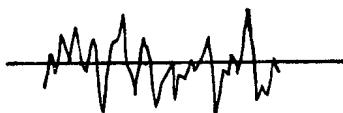


图 1-3 原料气体的随机过程曲线

图 1-3 所示，净化以后的气体成分，利用成分分析仪进行观测，知道观测过程中受到白噪声随机信号的干扰。

要求设计一个随机控制系统，使净化气体达到预定的质量要求。这种类型的控制系统，常规调节系统是难以实现的，而应用最佳滤波器理论由电子数字计算机在线解题就可以实现。设计工作包括如下几个方面：

### 1. 成形滤波器的设计<sup>[1]</sup>

由于最佳滤波器所研究的随机信号都假设为高斯白噪声信号，而实际问题遇到的却是有色噪声，因此应通过成形滤波器转换成白噪声信号。图 1-3 所示的随机信号通过电子数字计算机可以整理出一个噪声模型（详见第三章三）：

$$f_t - 0.5f_{t-1} = W_t + 0.5W_{t-1} \quad (1-8)$$

由上式得

$$W(z) = \frac{1 - 0.5z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1}} f(z) \quad (1-9)$$

其中成形滤波器为

$$K(z) = \frac{W(z)}{f(z)} = \frac{1 - 0.5z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1}} \quad (1-10)$$