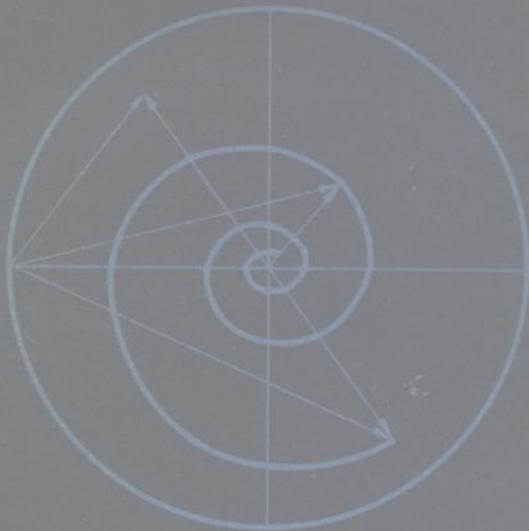


实验物理学丛书

电介质测量

倪尔瑚 著



科学出版社

73·1731
571
7

实验物理学丛书

电介质测量

倪尔瑚著



科学出版社

1981

1108931

内 容 简 介

电介质测量是研究无机材料、有机材料和复合材料的性能、合成、应用和机理必不可少的手段，其测量方法的研究在国内外一直是非常活跃的领域之一。十多年前所创立的色散傅里叶变换波谱测定法，使电介质测量进入了亚毫米波、远红外区域；而超高频微波频率时域法的建立，为电介质频谱的测量提供了更为方便的手段。

本书是以作者多年从事电介质测量研究工作的实际经验为基础而写成的，书中比较系统地介绍了材料的介电系数和损耗角正切的频谱、温度谱测量的原理和技术，并给出了一些切实可行的测量方案。全书尽量避免繁琐的数学推导，着重于方法的概念和测量技术，使其通俗易懂和富有实用性。

本书可供从事电介质材料的研制、应用和结构研究的科技人员及大专院校师生参考。

实验物理学丛书
电 介 质 测 量

倪 尔 瑥 著

*

科学出版社出版
北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981年1月第一版 开本：850×1168 1/32

1981年1月第一次印刷 印张：6 1/8

精 1—2,060 插页：精 2

印数：平 1—2,370 字数：159,000

统一书号：13031·1438

本社书号：1985·13—3

定 价：精 装 本：1.70 元
平 装 本：1.15 元

前　　言

复(数)介电系数的频谱、温度谱测量,对于电介质(乃至半导体)材料的合成、应用和电介质物理的研究有着很大的实用意义。本书简要地介绍频率从直流到厘米波、温度从室温到500℃的电介质复介电系数测试方法的基本原理和测量技术,并给出若干经实践证明是可靠的测试方案和一些材料的频谱、温度谱曲线等。本书是以作者在中国科学院上海硅酸盐研究所期间的工作为基础而写成的。当时王永令、张彻军、林盛卫、金行运、黄丹妮、黄熊璋、虞孝东、吴怀良等同志曾先后参加过这项工作。由于著者水平的限制,未能把这个课题多年来研究的成果和经验总结出来。

本书经西安交通大学陈季丹教授、姚熹、徐传骥、汪文秉等老师仔细审阅,提出了不少宝贵的意见;在写作过程中,得到中国科学院上海硅酸盐研究所殷之文教授、孙秀琴同志以及中国科学院广州电子技术研究所有关同志很大的支持与鼓励;中国科学院广州能源研究所张焕芬同志为本书的出版也曾付出了辛勤劳动;在此一并致以衷心感谢。

由于水平有限,书中难免会有错误或不当之处,请读者批评指正。

倪尔瑚

1979年2月

目 录

前言.....	iii
第一章 描写电介质的参数以及关于电介质测量的概述.....	1
§ 1.1 复数与复平面.....	1
§ 1.2 复介电系数和复磁导率.....	2
§ 1.3 描写电介质的其它参数.....	6
§ 1.4 关于电磁波在界面的反射和折射以及用驻波测量 介质.....	12
§ 1.5 电介质测量概述.....	20
第二章 样品和电极系统.....	26
§ 2.1 固体介质的样品以及电极排列和电极材料.....	26
§ 2.2 固体介质的电极系统.....	29
§ 2.3 液体介质的电极系统.....	33
§ 2.4 测量电极的计算.....	35
§ 2.5 介电系数和损耗的计算.....	36
第三章 直流电阻系数的测量.....	39
§ 3.1 引言.....	39
§ 3.2 检流计法.....	42
§ 3.3 电子管静电计法.....	46
§ 3.4 高温下的测量.....	55
第四章 电桥法.....	60
§ 4.1 音频电桥.....	60
§ 4.2 超低频电桥.....	68
§ 4.3 双T电桥.....	72
第五章 谐振迴路法.....	76
§ 5.1 谐振迴路.....	76

§ 5.2 变电纳法.....	86
§ 5.3 Q 表在测量 ϵ' , $\tan \delta$ 时的使用方法.....	94
§ 5.4 在 5 兆赫以下的高温测量.....	103
§ 5.5 在 100 兆赫附近的高温测量.....	114
第六章 凹形谐振腔法.....	123
§ 6.1 引言.....	123
§ 6.2 变频率法.....	125
§ 6.3 变电纳法腔体.....	132
§ 6.4 变形腔体.....	138
§ 6.5 陶瓷谐振腔高温测量实验.....	141
第七章 测量线法.....	149
§ 7.1 引言.....	149
§ 7.2 测量介质中的驻波.....	152
§ 7.3 测量输入阻抗.....	156
§ 7.4 小损耗的测量.....	165
§ 7.5 小样品的测量.....	169
§ 7.6 同轴线中圆片样品的测量.....	172
第八章 谐振空腔法.....	175
§ 8.1 引言.....	175
§ 8.2 E_{01} 谐振腔	177
§ 8.3 H_{01} 谐振腔	180
附录	187
参考文献	188

第一章 描写电介质的参数以及 关于电介质测量的概述¹⁾

§ 1.1 复数与复平面

在本书中,我们将用复数来处理周期函数,并将它们表示在复平面上,这里 x 轴对应于实轴, y 轴对应于虚轴。符号 $j = \sqrt{-1}$ 放在实数前面表示指向 $+y$ 轴或 $+j$ 轴方向的虚数。在复平面上用 $Z = x + jy$ 表示的复数,对于极坐标用矢径 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和对实轴的夹角 $\theta = \tan^{-1}y/x$ 来表示,即 $Z = \rho e^{j\theta}$ 。

因此,复函数 $u = u_0 e^{j\omega t} = u_0 (\cos \omega t + j \sin \omega t)$ 能够以电压振幅 u_0 作为矢径的长度,与实轴成 ωt 的角度表示在复平面上。只要电压矢量和电流矢量以同一角速度 ω (弧度/秒) 旋转,在复平面上研究它们的相对位置时,就可以认为是不动的。

分开实部和虚部后,即 $\operatorname{Re}(u) = u_0 \cos \omega t$, $\operatorname{Im}(u) = u_0 \sin \omega t$, 就可以从复函数回到真实的电流和电压。研究复函数的乘积时,应记住: 两个复量 A_1 和 A_2 实部的乘积不等于它们乘积的实部,而是

$$\operatorname{Re}(A_1) \operatorname{Re}(A_2) = \frac{1}{4} (A_1 + \tilde{A}_1)(A_2 + \tilde{A}_2), \quad (1.1)$$

式中符号 \tilde{A}_1 表示 A_1 的共轭值。例如,如果 $A_1 = (x + jy)e^{j\omega t}$, 则 $\tilde{A}_1 = (x - jy)e^{-j\omega t}$ 。

周期函数 A 对时间的平均值是 $\bar{A} = \frac{1}{T} \int_0^T A dt$, 这里 T 为函数的周期。如果 A_1 、 A_2 是周期函数,则它们实部平均值的乘积等

1) 本章中 § 1.1 至 § 1.4 基本上参考文献 [1] 写成。

于

$$\overline{\text{Re}(A_1)}\overline{\text{Re}(A_2)} = \frac{1}{2} R_e(A_1 \tilde{A}_2). \quad (1.2)$$

§ 1.2 复介电系数和复磁导率

把以真空为介质的电容器，接到角频率 $\omega = 2\pi\nu$ 的正弦电压源

$$u = u_0 e^{j\omega t} \quad (1.3)$$

上，这个电容器所充的电荷为

$$Q = C_0 u, \quad (1.4)$$

通过的充电电流为

$$I_c = \frac{dQ}{dt} = j\omega C_0 u, \quad (1.5)$$

这个电流在时相上导前电压 90° (图 1.1)。 C_0 是电容器的真空(或几何)电容。

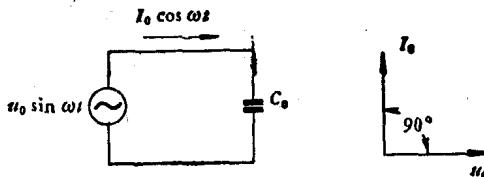


图 1.1 理想电容器的电流与电压关系。

如果充填某物质时，则它的容量增加到

$$C = C_0 \frac{\epsilon'}{\epsilon_0} = C_0 \epsilon'_r, \quad (1.6)$$

式中 ϵ' 和 ϵ_0 分别称为电介质和真空的介电系数，它们的比值 ϵ'_r 叫做物质的相对介电系数。与充电电流 I_c 的同时，还产生了损耗电流分量

$$I_l = G u, \quad (1.7)$$

它与电压同相位， G 称为电介质的电导。这样，通过电容器的总电

流等于

$$I = I_c + I_l = (j\omega C + G)u. \quad (1.8)$$

它与外电压的夹角 $\theta < 90^\circ$, 与 $+j$ 轴成 δ 角(图 1.2). θ 称为功率因数角, δ 称为损耗角. $\tan \delta$ 称为损耗角正切, 从图 1.2 中可看出, 它等于

$$\tan \delta = \frac{I_l}{I_c} = \frac{G}{\omega C} = \frac{1}{\omega R C}. \quad (1.9)$$

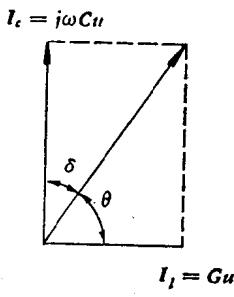


图 1.2 有损耗电容器的电流图.

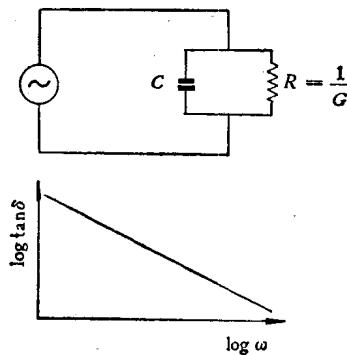


图 1.3 RC 等值电路和它的频率响应。

这样, 电介质样品可以用电容和电阻并联的支路(图 1.3)来等值它. 因为电导 G 不只是由载流子的迁移所造成, 而且也包括任何其它能量的损耗过程. 所以图 1.3 RC 并联支路的频率特性就不能表示介质的真实电性能. 为了更确切地表示电介质的电行为, 常引入复(数)介电系数

$$\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''. \quad (1.10)$$

根据 (1.8) 式, 总电流为

$$I = (j\omega\epsilon' + \omega\epsilon'') \frac{C_0}{\epsilon_0} u = j\omega C_0 \epsilon_r^* u, \quad (1.11)$$

式中

$$\epsilon_r^* = \frac{\epsilon^*}{\epsilon_0} = \epsilon'_r - j\epsilon''_r \quad (1.12)$$

称为材料的相对复介电系数, ϵ'' 和 ϵ'_r 分别称为损耗因子和相对

损耗因子。损耗角正切变为

$$\tan \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\epsilon_r''}{\epsilon_r'}. \quad (1.13)$$

面积为 A 、间距为 t 的平行平板电容器，当忽略边缘效应时，其真空电容为

$$C_0 = \frac{A}{t} \epsilon_0. \quad (1.14)$$

$$J_c = j\omega \epsilon' E$$

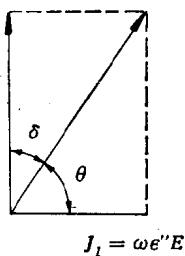


图 1.4 充电电流和损耗电流密度。

在外电场强度

$$E = u/d \quad (1.15)$$

作用下，通过电容器的电流密度 J （图 1.4），按 (1.11) 式应等于

$$J = (j\omega \epsilon' + \omega \epsilon'') E = \epsilon^* \frac{dE}{dt}. \quad (1.16)$$

角频率与损耗因子的乘积等于介质的电导率

$$\sigma = \omega \epsilon''. \quad (1.17)$$

这个介质的电导率是所有损耗的总和，它既表示由载流子迁移所造成的真实电导率，又表示与 ϵ' 的频率特性（色散）相联系的能量损耗，例如电偶极子转向所造成的损耗。

如果把加在电容器上的正弦电压改为直流电压，这样，当电流稳定后，电导率 σ 就变成仅仅是由载流子迁移所引起的泄漏电导，这时的 σ 称为直流电导率，其倒数 $\frac{1}{\sigma} = \rho$ 称为直流电阻系数。当“泄漏”电流仅通过介质样品内部时，这时的电阻系数就称为直流体积电阻系数 ρ_v ，所以 ρ_v 是介质损耗在直流条件下的表达形式。直流下的介电系数称为静态介电系数。

综上所述，从直流到任何频率，描写电介质在电场中的性能，除 ϵ' 外，可以在 σ 、 ϵ'' 、 $\tan \delta$ 中任选一个与它配对。此外，人们也常以功率因数 $\cos \theta$ 或品质因数 Ω 来代替 $\tan \delta$ 。从图 1.2 中可看出，因 $\cos \theta = \sin \delta$ ，故只有损耗角 δ 足够小，当满足 $\cos \delta \approx 1$ 、

$\sin \delta = \tan \delta$ 时，才可认为功率因数与损耗角正切相等。介质的品质因数 Q 是损耗角正切的倒数，即

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{\tan \delta} = \frac{\omega \epsilon' E_0^2}{\omega \epsilon'' E_0^2} = 2\pi\nu \frac{\frac{1}{2} \epsilon' E_0^2}{\frac{1}{2} \sigma E_0^2} \\ &= 2\pi \frac{\text{半周中储藏能量的平均值}}{\text{半周中损耗的能量}} \\ &= \left[\frac{\text{无功伏安(乏)}}{\text{瓦}} \right]. \end{aligned} \quad (1.18)$$

如果把介质材料从电容器的电场转移到线圈的磁场中，根据法拉弟电磁感应定律 ($u = L \frac{dI}{dt}$)，电压 u 在线圈中产生的磁化电流 I_m 为

$$I_m = -j \frac{u}{\omega L_0 \frac{\mu'}{\mu_0}} = -j \frac{u}{\omega L_0 \mu_r}, \quad (1.19)$$

式中 L 表示电感， L_0 表示线圈的真空电感或几何电感。磁化电流在时相上滞后于外加电压 90° (图 1.5)。 μ' 和 μ_0 相应表示材料和真空的磁导率，它们之比

$$\mu_r' = \mu'/\mu_0 \quad (1.20)$$

称为材料的相对磁导率。

因为线圈是有电阻 (R) 的，所以，必然存在着一个欧姆电流的分量 u/R 。此外，在磁化周期中也有能量损耗，它可用一个与 u 同相位的损耗电流 I_l 来表示。为了计及这个磁损耗，可采用类似于电场的情况，引入复磁导率

$$\mu^* = \mu' - j\mu'' \quad (1.21)$$

和相对复磁导率

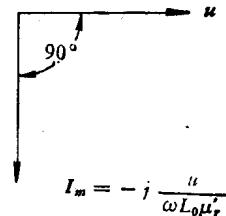


图 1.5 在理想电感中的电流与电压关系。

$$\mu_r^* = \frac{\mu_r^*}{\mu_0} = \mu'_r - j\mu''_r \quad (1.22)$$

的概念。这样总磁化电流为

$$I = I_m + I_t = \frac{u}{j\omega L_0 \mu_r^*} = -\frac{j\omega(\mu' + j\mu'')}{\omega \frac{L_0}{\mu_0} (\mu'^2 + \mu''^2)}. \quad (1.23)$$

由此可知,从集中参数电路的概念出发,放在正弦电场和磁场中的电介质材料,其宏观的电性能和磁性能可用两个复参数 ϵ^* 和 μ^* 来描写。然而,当频率升高到必须要用电磁场的概念来解决问题时,这些复参数仍然是适用的。同时还应该指出,这些参数的实部和虚部不是完全无关的。如果给出整个频谱的一个量,就能算出另一个。对于线性介质¹⁾,复介电系数的虚部和实部之间的函数关系如下^[2]:

$$\epsilon'(\omega_1) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega \epsilon''(\omega)}{\omega^2 - \omega_1^2} d\omega_1 + \epsilon'(\infty), \quad (1.24)$$

$$\epsilon''(\omega_1) = -\frac{2}{\pi} \omega_1 \int_0^\infty \frac{\epsilon'(\omega)}{\omega^2 - \omega_1^2} d\omega_1, \quad (1.25)$$

式中 $\epsilon'(\infty)$ 是无限频率下的复介电系数的实部。然而,上面两式的积分计算常常是不可能的或者具有很大的困难。目前还只能对个别物质进行近似计算。

§ 1.3 描写电介质的其它参数

对于在正弦电磁场下的各向同性线性介质,描写电磁场矢量之间的联系,以及它们与介质在空间和时间上的相互作用关系,有大家所熟知的麦克斯韦第一方程和第二方程,即

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= \epsilon^* \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\mu^* \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

1) 所谓“线性”介质是指 \mathbf{D} 与 \mathbf{E} 以及 \mathbf{B} 与 \mathbf{H} 之间的关系是线性的,即介电系数和导磁率与电磁场强度无关。

为了说明麦克斯韦方程,首先必须将电场矢量 **E** 和磁场矢量 **H** 分开。为此,必须把方程对时间进行微分,并将一个方程代入到另一个中去。这样就得到了电磁场的波动方程。假定 **E** 和 **H** 仅仅是 x 和 t 的函数,这方程可以简化为

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} &= \epsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} &= \epsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}.\end{aligned}\quad (1.27)$$

这些微分方程的解是平面波

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{i\omega t - rx}, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 e^{i\omega t - rx}.\end{aligned}\quad (1.28)$$

在时间上以频率

$$\nu = \omega / 2\pi \quad (1.29)$$

作周期性的变化,在空间上以复传输系数

$$\gamma = j\omega (\epsilon^* \mu^*)^{1/2} = \alpha + j\beta \quad (1.30)$$

沿 $+x$ 轴方向传播。式中 α 是波的衰减系数, β 是波的相位系数。引入这些系数,方程 (1.28) 变为

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{-\alpha x_1} e^{j2\pi(\nu t - \beta x/2\pi)}, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 e^{-\alpha x_1} e^{j2\pi(\nu t - \beta x/2\pi)}.\end{aligned}\quad (1.31)$$

显然,此波有一个时间周期

$$T = 1/\nu \quad (1.32)$$

和空间周期

$$\lambda = 2\pi/\beta. \quad (1.33)$$

相位为常数的平面是

$$\nu t - \frac{x}{\lambda} = \text{常数}. \quad (1.34)$$

这些平面以相速度

$$\frac{dx}{dt} = v = \nu \lambda = \omega / \beta \quad (1.35)$$

传播。对于无损耗介质 ($\epsilon^* = \epsilon'$, $\mu^* = \mu'$) 来说,从方程 (1.30)

中可得到相位系数为

$$\beta = \omega (\epsilon' \mu')^{\frac{1}{2}}. \quad (1.36)$$

由此得出，在无损耗的无限介质中的相速度是

$$v = 1/(\epsilon' \mu')^{\frac{1}{2}}. \quad (1.37)$$

从研究上述的电磁场方程中可得到，矢量 **E** 和 **H** 有下述三个基本性质：

(1) 场矢量 **E**、**H** 的纵向分量(即 x 轴的分量)与空间、时间无关，因而可认为是零。所以这平面波是横向电磁波或 TEM 波。

(2) **E**、**H** 波的横向分量相互垂直，并与传播方向一起形成右手坐标系统(图 1.6)，其顺序是 $+x \rightarrow E_y \rightarrow H_z$ 。

(3) 电场强度矢量和磁场强度矢量之比等于介质的波阻抗，即

$$\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{H}} = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon^*} = Z. \quad (1.38)$$

图 1.6 行进的 TEM 波的右手坐标系统。

借助于式 (1.30)，它可以表示为下列三种形式中的任意一种

$$Z = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon^*} = \sqrt{\frac{\mu^*}{\epsilon^*}} = \frac{j\omega\mu^*}{\gamma}. \quad (1.39)$$

利用方程 (1.31)，也能研究电磁波的空间关系，对于在某时间 t_1 ，得到空间的电波列为

$$E_y = E_1 e^{-\gamma x} = E_1 e^{-\alpha x} e^{-j2\pi x/\lambda} \quad (1.40)$$

此空间波的振幅随周期 λ 而变化，它限制在按衰减系数 α 所决定的指数包络线之间(图 1.7 (a))。相应地在极坐标系统上，波的振幅可以用矢径来表示，它随距离的增加而顺时针旋转，其数值按对数螺线减小(图 1.7 (b))。这时参数 x 可用相角 Φ 来代替，其关系为

$$\frac{x}{\lambda} = \frac{\Phi}{2\pi}. \quad (1.41)$$

因而式 (1.40) 可表示为

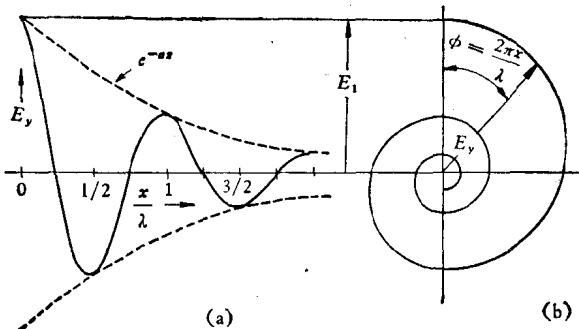


图 1.7 空间电波列。

$$E_y = E_1 e^{-\Phi \frac{(x\lambda + i)}{2\pi}}. \quad (1.42)$$

在真空中, 波长是 λ_0 . 波以光速 c 传播, 从式 (1.37) 可得出

$$c = \lambda_0 v = 1/(\epsilon_0 \mu_0)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.43)$$

在其它介质中, 波长要缩短, 相速度也要降低. 真空中的波长或相速度与介质中相应值之比, 称为介质的折射指数

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \beta. \quad (1.44)$$

对于无损耗介质来说, 上式可简化为

$$n = (\epsilon' \mu' / \epsilon_0 \mu_0)^{\frac{1}{2}} = (\epsilon'_r \mu'_r)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.45)$$

此外, 如果研究非磁性介质时, 上式变成熟知的麦克斯韦关系:

$$n^2 = \epsilon' / \epsilon_0 = \epsilon'_r. \quad (1.46)$$

这个关系常常被不正确地用于从光折射指数去预言直流下的介电系数. 其实, 上式应这样理解才是正确的, 即对于无损耗的非磁性介质来说, 其折射指数的平方等于在该频率下的相对介电系数.

与折射指数配对的是吸收系数 k , 在极坐标系统中, 它是单位弧度的衰减

$$k = \frac{\alpha \lambda}{2\pi} = \alpha / \beta. \quad (1.47)$$

将 n 、 k 代入式 (1.30), 可得

$$\gamma = j \frac{2\pi}{\lambda_0} n(1 - jk) = j \frac{2\pi}{\lambda_0} n^*. \quad (1.48)$$

这样, 传输系数也可用复折射指数

$$n^* = n(1 - jk) \quad (1.49)$$

来表示。这是物理光学中常用的参数。

上面已指出, 传输系数 γ 正比于 $(\epsilon^* \mu^*)^{\frac{1}{2}}$, 而波阻抗 Z 等于 $(\mu^* / \epsilon^*)^{\frac{1}{2}}$, 这两个复量可以用来决定 ϵ^* 和 μ^* . 从阻抗

$$Z = \frac{E}{H} = (\mu^* / \epsilon^*)^{\frac{1}{2}} \quad (1.50)$$

的极坐标形式

$$Z = \left[\frac{(\epsilon' \mu' + \epsilon'' \mu'')^2 + (\epsilon'' \mu' - \epsilon' \mu'')^2}{(\epsilon'^2 + \epsilon''^2)^2} \right]^{\frac{1}{4}} e^{j\xi} \quad (1.51)$$

和

$$\tan 2\xi = \frac{\epsilon'' \mu' - \epsilon' \mu''}{\epsilon' \mu' + \epsilon'' \mu''}, \quad (1.52)$$

可以得到电波与磁波间的相位关系。显然, 电场矢量导前或滞后于磁场矢量取决于同电损耗和磁损耗有关项中哪一项占优势。如果磁损耗可以忽略 ($\mu'' = 0$), 则有

$$\tan 2\xi = \tan \delta = \frac{2k}{1 - k^2}, \quad (1.53)$$

或

$$\tan \xi = k, \quad (1.54)$$

即电波导前的相位等于吸收系数的反正切。在无损耗的无限介质中, 电磁波的电场矢量和磁场矢量是严格同相位的(图 1.8)。

综上所述, 我们在讨论电磁波的时间关系时得到了衰减系数 α 和相位系数 β ; 在讨论电磁波的空间关系时, 得到了折射指数 n 和吸收系数 k ; 在讨论电波和磁波的相互关系时得到了波阻抗 Z ; 它们也都可以用来描述电介质。为了容易对所有描写电介质的参数之间进行转换, 在横向电磁波下, 列出下面诸式:

衰减系数

$$\alpha = \frac{k \omega^2}{4\pi} (\epsilon' \mu'' + \epsilon'' \mu'). \quad (1.55)$$

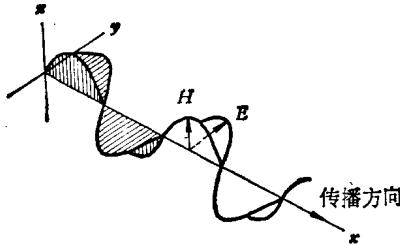


图 1.8 在无损耗介质中行进的 TEM 波。

相位系数

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega \left\{ \frac{\epsilon' \mu' - \epsilon'' \mu''}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon' \mu'' + \epsilon'' \mu'}{\epsilon' \mu' + \epsilon'' \mu''} \right)^2} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.56)$$

对于磁损耗可以忽略 ($\mu'' = 0$) 的材料, 从上式可以获得简化了的波长表达式

$$\lambda = \frac{1}{\nu} \frac{1}{\left\{ \frac{1}{2} \epsilon' \mu' \left[1 + \sqrt{1 + \tan^2 \delta} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (1.57)$$

此外, 如果材料的磁导率等于真空的 μ_0 , 则折射指数为

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \left\{ \frac{1}{2} \epsilon_r' [\sqrt{1 + \tan^2 \delta} + 1] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.58)$$

类似地, 衰减系数为

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ \frac{1}{2} \epsilon_r' [\sqrt{1 + \tan^2 \delta} - 1] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.59)$$

吸收系数为

$$k = \frac{\alpha}{\beta} = \left[\frac{\sqrt{1 + \tan^2 \delta} - 1}{\sqrt{1 + \tan^2 \delta} + 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.60)$$

我们知道, 光速的测量值为

$$c = 2.9979 \times 10^8 \doteq 3 \times 10^8 \text{ 米/秒}, \quad (1.61)$$

在采用国际单位制 (SI) 时, 按规定

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} = 1.257 \times 10^{-6} \text{ 亨/米}, \quad (1.62)$$