

硅化学与 硅酸盐物理化学

上册

K. C. 叶夫斯特罗比耶夫 著
H. A. 托 罗 波 夫

81.5

高等学校教学用书



硅化学与硅酸盐物理化学

上册

К. С. 叶夫斯特罗比耶夫, Н. А. 托罗波夫著

Д. С. 别良金 編

汪仲鈞 譯

高等教育出版社



本書系根据苏联国立建筑材料書籍出版社(Государственное издательство литературы по строительным материалам)出版的叶夫斯特罗比耶夫(К. С. Евстропьев)与托罗波夫(Н. А. Торопов)著、別良金(Д. С. Белянкин)院士編的“硅化学与硅酸盐物理化学”(Химия кремния и физическая химия силикатов) 1950 年版譯出。原書經苏联高等教育部审定作为高等学校硅酸盐工艺学專業的教学参考書。

本書供化工学院硅酸盐系的高年級学生和科学研究所的工作人員以及硅酸盐工業企業中工厂实驗室的工作人員用。

本書中譯本分上下兩册出版。書中敘述了下列各問題:晶态、玻璃态以及熔融态硅酸盐的結構学說;硅酸盐系統状态圖建立的理論基础及其研究方法;此外还敘述了最丰富的硅化合物。

本書由南京工学院化工系汪仲鈞主譯,其中一部分初稿由孙載堅譯出,全稿經系主任时鈞以及張指銘、楊南如、孙載堅校閱。

硅化学与硅酸盐物理化学

上 册

К. С. 叶夫斯特罗比耶夫, Н. А. 托罗波夫著

Д. С. 別良金編

汪仲鈞譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

上海勞動印製廠印刷 新華書店總經售

統一書號 15010·306 開本 850×1168 1/32 印張 6 12/16 字數 161,000

一九五七年三月第一版

一九五七年三月上海第一次印刷

印數 1—4,200

定價(10) 羊 1.00

原 序

本書的主要目的是給我們高等工業學校硅酸鹽專業的学生作為教本。我們覺得作者們是很成功地執行了這一重大的任務。事實上，我們認為本書的內容是達到科學水平的，把同學引進到現代硅酸鹽科學的觀念、方法以及成就的領域中去。它不以煩瑣細節去轉移同學的注意力，而特別集中於理解現代硅酸鹽工藝過程的化學原理與物理化學原理所完全必需的和最重要的知識。

作者敘寫的特點是在於他們講述硅酸鹽理論的同時，亦始終注意到硅酸鹽的實用，因而只限於討論那些多少與現代硅酸鹽以及冶金生產有直接關係的物理化學系統。這種對待敘述問題的方法自然有它的優點，因為它完全適合當前的需要。[但同時對目前已在我們生產機構中初具輪廓的、然却是超越了硅酸鹽範圍以外的、特別是對高溫氧化物與它們互相間的組合所發展出的趨勢卻沒有說夠]。這樣所得到的許多新的優良品質的石料產物，如新的熔渣、新的陶瓷等等，已不能算作為硅酸鹽類，而應把它們共同歸入人造石料或工藝石料這個較廣泛的概念中去了。

因此，我們現在的是關於硅酸鹽的學說，而我們將來的，亦將與冶金者們的金相學一樣，是石相學。然而實在說起來，因我們還處在這個將來的最開端處，故我們也就不能特別責難作者們，說他們在這本書中沒有足夠地反映出這方面的萌芽。

在不久以前出版的拉賓與托羅波夫所合著的“硅酸鹽工藝學的物理化學系統”(蘇聯國立建築材料出版社，1949)中，較廣泛地提出了許多硅酸鹽範圍外的石料系統。所以那本書可取作為這本教科書的自然的補充教材。

雖然如此，我們希望在本書的再版中亦會充實石料製品的非硅酸鹽部分，使本書到那時成為一本在物理化學部分內的“石相學物理化學基礎”而出現在我們的面前。

院士 Д. С. 別良金

目 錄

原序	6
緒論	1

第一篇 硅酸鹽物質的聚集狀態

第一章 結晶狀態	5
§ 1. 空間格子	5
§ 2. 硅酸鹽的空間結構	18
第二章 玻璃體狀態	38
§ 1. 玻璃體系統的通性	38
§ 2. 玻璃的結構	41
第三章 玻璃的結晶能力	54
§ 1. 玻璃的結晶作用	54
§ 2. 測定玻璃結晶能力的方法	56
第四章 硅酸鹽熔融物及玻璃的黏度	59
§ 1. 硅酸鹽熔融物及玻璃的黏度與溫度的關係	60
§ 2. 玻璃的黏度與其化學組成的關係	63
§ 3. 硅酸鹽熔融物及玻璃的黏度測量方法	63
§ 4. 測量玻璃在退火溫度範圍內的黏度	69
§ 5. 玻璃的緩慢彈性變形	71
第五章 熔融硅酸鹽與玻璃的表面張力	72
§ 1. 概說	72
§ 2. 表面張力的測量方法	73
第六章 玻璃的化學穩定性	76
§ 1. 概說	76
§ 2. 玻璃的化學穩定性與其化學組成的關係	78
第七章 玻璃的熱學性質	79
§ 1. 玻璃的熱容	79

§ 2. 玻璃的热膨胀系数	83
第八章 玻璃的光学性质	86
§ 1. 玻璃的光学常数	86
§ 2. 玻璃的折射率与温度的关系	87
§ 3. 玻璃的折射率与其化学组成的关系	89
§ 4. 玻璃的分子折射度	90
§ 5. 玻璃表面上的光的反射	92
§ 6. 玻璃的吸光作用	93
§ 7. 用各种色料将玻璃着色	95
§ 8. 双折射	97
§ 9. 双折射的测量	101
第九章 玻璃的密度	102
§ 1. 概说	102
§ 2. 玻璃密度的测量	103
第十章 玻璃的电性质	105
§ 1. 玻璃的电导率	106
§ 2. 电通过玻璃时的机理	106
§ 3. 测定固态玻璃的电导率	108
§ 4. 测量固态玻璃电导率时的极化现象	111
§ 5. 熔融硅酸盐与玻璃的电导率的测量	112
§ 6. 电导率与温度的关系	113
§ 7. 玻璃的电导率与其化学组成的关系	117
§ 8. 硅酸盐玻璃的表面电导率	119
§ 9. 玻璃的介电常数和介电损失	122
§ 10. 玻璃的介电常数和介电损失的测量	126
第十一章 固相反应	129
第二篇 硅酸盐系统的多相平衡	
第一章 一般原理, 相律	141
第二章 单元系统	142
§ 1. 多晶转变	143
§ 2. 测定熔点和多晶转变点的实验方法	146
§ 3. 压力对转变温度的影响	151
§ 4. 单元系统状态图	153
第三章 二元系统	154

§ 1. 类型 I. 具有一个低熔混合物的系統.....	155
§ 2. 类型 II. 具有熔融时不分解的化合物的系統	159
§ 3. 类型 III. 具有熔融时分解的化合物的系統.....	160
§ 4. 类型 IV. 具有低共熔点和多晶转变組分的系統	161
§ 5. 类型 V. 固相中有化合物生成或分解的系統	163
§ 6. 类型 VI. 有連續固溶体的系統	165
§ 7. 类型 VII. 組分在固相內有一定溶解度的系統	168
§ 8. 类型 VIII. 形成固溶体的晶相有多晶转变的系統	169
§ 9. 类型 IX. 二組分在液相內有有限的相互溶解度的系統.....	170
第四章 三元系統	173
§ 1. 基本原理、圖解.....	173
§ 2. 沒有固溶体的三元系統的主要类型	177
§ 3. 三元系統內熔融时不分解的二元化合物	180
§ 4. 三元系統內熔融时起分解的二元化合物	181
§ 5. 三元系統內的三元化合物	186
§ 6. 有固溶体的三元系統	187
§ 7. 三元系統內的分液作用	190
第五章 四元系統	191
§ 1. 概說	191
§ 2. 四元系統的結晶情况	195
§ 3. 四元系統內的不一致結晶	197
第六章 硅酸鹽热化学	201

緒 論

我們偉大的同胞 M. B. 羅蒙諾索夫與 Д. И. 維諾格拉多夫是對矽酸鹽工藝進行科學研究的先驅者。早在十八世紀中葉，他們就首先用了真正科學的方法來解決陶瓷生產和玻璃生產上的許多問題。M. B. 羅蒙諾索夫在他許多著名的着色玻璃、流紋玻璃和光學玻璃的研究中，特別注意於玻璃組成與性質間關係的研究。Д. И. 維諾格拉多夫是陶瓷方面第一本科學指南“純磁詳論”的作者。

十八世紀末葉的最偉大的俄羅斯礦物學家 B. M. 謝維爾金，和其後十九世紀中的 И. И. 柯克夏羅夫等人在研究許多天然矽酸鹽與鋁矽酸鹽的物理性質與化學組成方面，曾做出了重要的貢獻。

偉大的科學思想家 Д. И. 門捷列夫與 B. И. 維爾納茨基奠定了矽酸鹽化學的科學基礎。

Д. И. 門捷列夫在制訂元素週期系時，最後確定了矽的 4-價性。

Д. И. 門捷列夫在他自己的著作“論含矽化合物的構造與化學組成”(1856 年)中，提出了許多原則上新的原理，這些原理直到現在還是矽酸鹽普通化學與物理化學的基本原理。在這一著作中，Д. И. 門捷列夫特別確定了在矽酸鹽中間有許多可變組成的化合物，指出了以矽石取代鋁矽酸鹽內矽土的可能性，而這一點在二十世紀已由鋁矽酸鹽細微結構的結晶化學研究光輝地証實了。此外，在這著作中他對熔融玻璃的物理化學性質作出了定義。

我們著名的地球化學家與礦物學家 B. И. 維爾納茨基創立了絡鋁矽酸和絡鋁矽酸酐的理論，這在矽酸鹽化學的發展中起了巨

大的推进作用。

大部分硅酸盐工艺过程是在高温下进行的;因此对在这些温度下的硅酸盐相平衡进行实验研究就有首要的意义。在这方面,较美国人还早就创立了第一个硅酸盐物理化学学派的Ф.Ю. 列文松-列辛格与硅酸盐热分析法创始人 H. C. 库尔纳柯夫二人的工作起了决定性的作用。

因此,祖国的硅酸盐科学从其最初诞生,即从罗蒙诺索夫的时代起,就从事研究硅酸盐化学、硅酸盐结构以及在硅酸盐系统中所进行的反应,并获得了巨大的成就。

十月革命后,由于我国巨大工业化,硅酸盐研究方面的工作异常广泛地开展着,成立了许多玻璃、耐火材料、陶瓷、水泥的研究所,在科学院、在光学研究所和在高等学校中进行着对硅酸盐深入研究的工作;在许多学院中都设立了专门的硅酸盐教研组。出版了硅酸盐工艺不同门类的杂志,发行了许多关于硅酸盐科学与技术各个问题的文集与专论。

由于苏联硅酸盐学者的光辉的研究结果,成功地研究了硅酸盐物理化学的最重要的几个部分,大大地改进了硅酸盐工业的工艺学,创立了许多完全新的工艺过程和掌握了新品种材料与制品的生产。

硅酸盐在晶体、液体或玻璃体状态的主要特征和结构理论,对于了解最重要硅酸盐材料的主要性质是有非常重大的意义的。硅酸盐的研究方法与硅酸盐所处状态有关。

E. C. 费多罗夫第一个最详细地作出了结晶状态的理论,他预言了晶体(其中亦包括硅酸盐)的一切可能的结构种类。现在在苏联, H. B. 别洛夫进行着这些结构的很有意义的研究。A. A. 列别捷夫第一个作出了玻璃构造的分子理论, H. H. 瓦连柯夫与 E. A. 波拉依-柯希茨的X射线研究在实验上证实了这个理论。

可用以研究晶形物質結構精細环节的苏联电子显微鏡是在列別捷夫的领导下由維尔茨涅尔工程师設計所造成的,現在罗金斯基与他的同事們正用着它在研究鋁硅酸鹽催化剂的結構。

液态、熔融态的硅酸鹽在玻璃工艺方面最有意义,而冶金의 熔渣熔融物實質上亦是硅酸鹽液体。

在硅酸鹽熔融物物理化学——硅酸鹽的黏度、电导率、表面張力等研究方面,苏联学者 И. И. 拉扎列夫、М. И. 伏拉罗維奇、К. Г. 庫馬宁、А. А. 阿边及其他許多人获得了十分巨大的成就。

И. В. 格列宾希柯夫用他自己的關於用稀酸作用於某些硼硅酸鹽玻璃所生成超多孔玻璃的工作,作出了在玻璃科学上很有价值的貢獻。由於这些工作的結果,建立了完全新的玻璃結構的概念。

И. В. 格列宾希柯夫的關於侵蝕性溶液与硅酸鹽玻璃作用时在硅酸鹽玻璃上生成硅石保护薄層的理論,不仅有重大的理論意义,而且有实用的价值。

玻璃內結晶現象的理論与实验研究的方法主要是由 Д. С. 別良金、А. А. 包契瓦尔、И. Ф. 波諾馬列夫、И. И. 基泰高罗茨基制訂的。玻璃狀熔渣的結晶問題是由 А. И. 齐林等人所研究出的。

將硅酸鹽材料加热时,其中化学反应照例是在混合物开始熔化之前、还在固相中就已开始了。所以決定固相內反应进程的主要規律性的研究,是对硅酸鹽工艺有非常重要的意义的。

許多苏联学者,如 Д. С. 別良金、И. И. 布德尼柯夫、А. С. 別列日諾依、А. И. 阿芙古斯季尼克、И. С. 馬梅金及其他等人皆研究过固相反应,大大地發展了硅酸鹽物理化学的这一个部分。由於这些工作的結果,發現了許多在硅酸鹽水泥熟料、耐火材料和陶瓷物料、矾土材料以及类似物質煅燒时所进行的化学过程的細節。这样就确定了生料各組份的配合的最合适的条件、各种材料必須的

磨碎細度、矿化剂对反应速度的影响、加热速度与煅烧温度以及許多其他主要工艺过程进行中的重要因素。

在我国的許多科学研究机关中,进行了並正在进行着硅酸盐系統状态圖的研究。这里 И. В. 格列宾希柯夫和其同事在鉛鈉硅酸盐方面, О. К. 包特文金在許多对玻璃工艺極重要的系統方面, Н. 瑞尔諾娃在鋳系統方面, К. Г. 庫馬宁在鈉鋇硅酸盐方面, 都获得了最大的成就。

考查硅酸盐物理化学的一般理論性問題及各种状态下的硅酸盐的主要研究方法,使我們有可能詳細地和系統地去研究关于各种硅酸盐化合物和硅的非氧化物方面的丰富实验材料以及作为硅酸盐技术各种部門的物质基础的材料。

这里有最大意义的是硅酸盐本身(即硅酸的化合物), 游离硅石、某些与硅石相近的氧化物 (MgO 、 CaO 、 ZrO_2 及其他) 亦都是硅酸盐工艺的对象, 以及最后, К. А. 安德李阿諾夫、А. И. 克列什柯夫与 А. И. 彼得洛夫特別詳細地研究过的硅的有机化合物。

这些物质在物理化学特性上的基本而且最重要的資料, 以及苏联学者在發展硅酸盐学說这方面的工作, 都將在本書第三、第四兩篇中闡述。

現代科学的高度水平要求硅酸盐工程师有广博而深入的知識, 会从本質上去理解那些复杂的、作为硅酸盐工艺过程基础的物理化学現象。

这个極其丰富和多样性的材料是很难在一本篇幅比較不大的課本內說完的。因而对硅酸盐工学各部門所特有的某些問題, 在这里只敘述得很簡要、或一般不予討論, 因为這些問題將在膠凝材料、陶瓷、耐火材料和玻璃工艺学的專門課程中講述。

第一篇 硅酸鹽物質的聚集狀態

第一章 結晶狀態

§ 1. 空間格子

当研究結晶狀態的硅酸鹽時，我們發現在天然矿石和工艺硅酸鹽產品的性質方面、有一系列極重要的規律性。

人們是用X射線、电子显微鏡和晶体光学分析等准确方法来研究晶体的內部結構和光学性質的。这些方法的發展使現在在研究晶态硅酸鹽的結構方面，取得了巨大的成就。

我們由結晶学知道，晶体內部結構的特点为：晶体的各个原子、离子或分子都以有規則的分佈来作成空間格子。

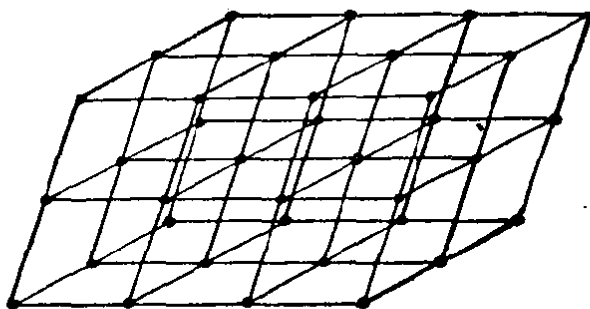


圖 1. 晶体的空間格子。

許多相等和相平行的平行六面体互以整面相接，在它們的各个頂点上，皆分佈有一个点子，这样無數点子的总体称为这許多点子的空間格子，或称为点子的平行六面体体系（圖 1）。这許多構成空間格子的点子称为空間格子的結点。

在一条直線上的許多格子結点的总和称为这空間格子的行列。而最鄰近兩個結点間的距离称为列距或等同週期。在同一平面內空間格子結点的总和叫做面網。

結晶格子的結構与結晶多面体的結構相似，其特点为構成格

子的結点在分佈上有一定的对称性。

晶形多面体的对称要素是与晶体的面(面間角)有关的,而空間格子的对称要素則是与結点的佈置或即物質原子的佈置有关的。同时因为格子可在空間中無限地扩展,所以對於晶格,便不像對於晶形多面体那样能夠适用所有对称要素都必須通过一点的那种限制。

所以空間格子內結点的对称分佈还附加地以下列对称要素为特征:

(a) 移动軸或平移軸——即一些方向,当沿这些方向移动一定間隔后,結点系統自己互相重合;

(6) 螺旋对称軸或一些直線,当沿这些線作对称变动时,結点的重合是用沿这些線移动一定間隔再旋轉 $\frac{360^\circ}{n}$ 角度的方法来实现的,这里 n 可等於 2、3、4 或 6;

(B) 滑动反射面——在这个情形中,重合的运用在於將点反射过一平面,然后將反射出的这个結構成分沿着該面滑动。

晶形多面体(立方体、斜方体,四面体等等)的对称可归总成 32 类,即 32 种对称,今空間格子又多出这样几个对称要素,故在無限的有規則的格子內,对称要素的組合已可归納为 230 种由对称分佈的点所構成的空間羣。

这是晶体空間結構学說的基本原理,亦就是苏联著名結晶学家 E. C. 費多罗夫早在 1890 年时已經詳尽地研究出的原理。这是在人們开始用變琴射線作晶体內部結構的實驗研究好久以前的事。在二十世紀之初,由於使用了變琴射線研究晶体的結構,費多罗夫的学說已完全被証实了。

因此,研究晶体內部結構的任务归結於測定構成晶体的原子的空間羣的对称性、这些原子在晶格內的分佈、和它們相互間的距離。

真实晶体与理想晶体: 有缺陷的結構

用樂琴射線研究晶体內部結構时証明, 真实晶体常与各个原子的理想規則的分佈有一定的偏差。大部分晶体有所謂“鑲嵌”的結構, 这样的鑲嵌是由稜長約 10^{-5} 厘米的个别晶塊或晶粒所構成, 这些晶塊或晶粒約略地与晶体解理面成同一方向。这些晶塊的位置並不严格平行, 互相構成若干秒或甚至若干分的角度。

其次, 就是在組成晶体鑲嵌結構的單獨晶塊內, 原子的分佈亦可不同於經典結構学說的要求的。

借离子晶体和半导体的导电現象(离子的移动)及含有微量杂質的固态物体中有帶色中心及螢光的現象, 便可实验地証明原子可由严格一定的位置上迁离的事实。

精細結構的缺陷可归納成为二类:

第一类为結構的間隔內有原子及晶格中有空位, 原子已由这空位移至离这原子的若干距离处;

第二类为晶格內有空位, 原子已由这空位移至晶体的表面。

在加以电場的影响下, 这些缺陷可在晶体內移动。这可闡明离子晶体的导电性。空位在格子內的轉移等於离子在相反方向內的运动。

此外, 在某些真实晶体的晶格內, 例如在某些尖晶石內, 某一种离子並不成严格对称的位置, 而是成統計的位置。然而这样的分佈只有在化学組成复杂的物質內才見到。例如, 在磁性氧化鉄 Fe_3O_4 的結構內, 鉄原子是混乱而統計地分佈在空間格子內, 此时只靠有規則分佈的氧原子所形成的坚固对称骨架, 才得到了它的总的規則性(对称)。

晶体的樂琴射線研究

晶体格子結構的理論已在研究樂琴射線通过晶体的現象时被

实验地証实了。

用一顆單獨晶体作为欒琴射線的衍射格子,就能得到含有許多規則地分佈的小点的很特征的照片。这些点子是欒琴射線被晶体内部許多面網反射在片上的斑跡(圖 2)。

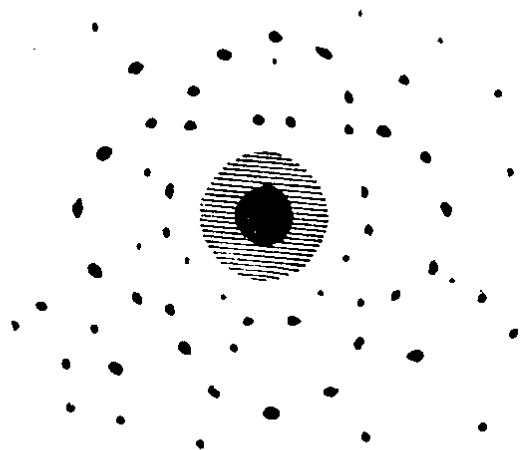


圖 2. 岩鹽的勞厄照相。

欒琴射線具有很短的波長,約为平常光波的 10000 分之一。它們能透過空間格子的内部並被格子内部的面網反射出来,而且

物質質点最密聚的面網所反射的射線亦最強。

欒琴射線是用專門的欒琴真空管來得到的。有的管是金屬制的、有的是玻璃制的,用高压电流通过它們。

欒琴管的負極、即陰極 K (圖 3) 是电子流的来源。当这些电子在電場的影响下降落在正極即陽極 A (或別称为对陰極) 上时,就出現欒琴輻射。为了要使对陰極开始發出欒琴射線,加在管的端紐上的电压应达到一定的大小,其数值是与对陰極的材料有关的。

其次是讓欒琴射線通过管上的專制小窗,射在被研究的物体上,小窗是用很容易讓这些射線通过的薄的金屬箔或玻璃制成的。

欒琴射線的吸收是一方面与欒琴射線的波長有关,另一方面則是与射線所通过的物質有关的。

設 Z 为受欒琴射線所照射的元素的原子序数, λ 为波長,則

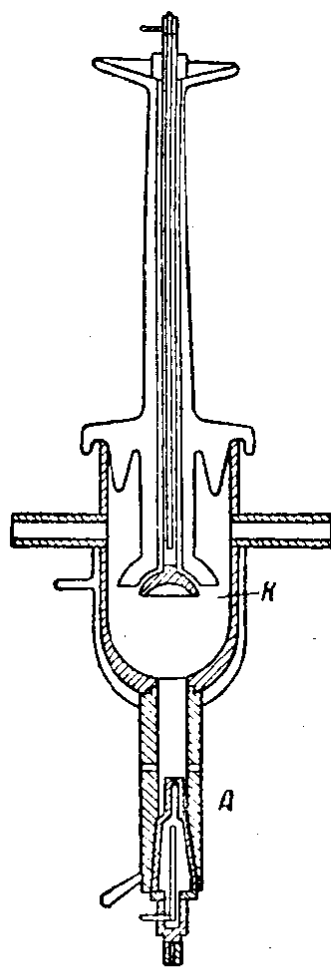


圖 3. 欒琴管裝置圖解:

A —陽極; K —陰極。

在一定的情况下,吸收系数 α 是与波長 λ 的三次方及与原子序 Z 的四次方成比例的,即:

$$\alpha = C \cdot Z^4 \lambda^3,$$

式中 C 为常数。

樂琴射線可按波長区分为硬線和軟線,硬線的特征是短的波長及有深深透入固体、液体内部的能力,而軟線則是有長的波長並只能微弱地透至物質的内部。

樂琴輻射的波長是由制对陰極所用物質和加在真空管兩極上电压的大小来決定的。

樂琴輻射有兩类——特征的輻射与連續的輻射。

特征輻射或和可見光線相类似称为單色樂琴輻射,是由不多几种射線組成,每一种有一定的波長。用銅对陰極时,以波長为 $K_\alpha = 1.54\text{\AA}$ 与 $K_\beta = 1.39\text{\AA}$ 的輻射为最強。

連續樂琴輻射中含有很多不同波長的射線;若与可見光線相比,則可以說它好像是白的樂琴射線。

欲得特征的輻射,則加在管上的电压大小須达到一定的范围,这范围因不同金屬的对陰極而不同。

例如,当管上兩端鈕上的电压超过 9 千伏后,銅对陰極始發送特征輻射。未达此值之前,只能得到連續輻射。

特征輻射通常总夾有一些其他波長的另外射線,我們可用特殊的濾器濾去它們。

靠濾器仍旧不能得到完全單色的樂琴射線。只有將樂琴射線在一定角度下射在一顆方解石晶体上或一顆岩鹽晶体的解理面上,才可得到單色的樂琴射線,然后利用反射出的樂琴射線来进行研究。

晶体上樂琴射線的入射角达一定数值时,樂琴射線始能从晶体物質反射出来,而在樂琴射線照相中通常运用補助角(或称为滑

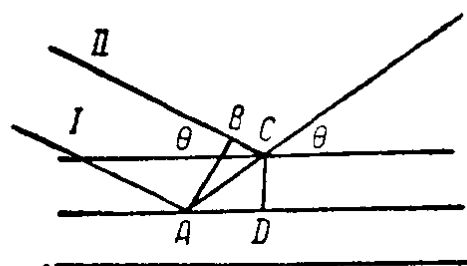
角) θ 。

晶体对普通光线是一个连续介质,它反射出在任何入射角下的这些射线。

然而钢琴射线只可被无数依次排列的平行面网反射出来,因由晶体散射出的钢琴射线是无数反射线的加强或干涉的结果。

由下图(图4),可看出对这种反射的适宜情形。

设在被视作为面网的组合的晶体上,射来平行的钢琴射线



$I-II$ 的光束,则这些射线必在某一瞬时同时到达 $A-B$ 位置,而且射线 II 仍按原来方向进至 C 点,在该处与从第二个面网所反射出的射线相遇;此两个今后向同一方向行进的射线的振

图4. 晶体的钢琴射线反射。 动,在 C 点处进行加强或干涉。

干涉的结果是与二射线到达 C 点处所经行程的差数有关的。

行程差数 $\Delta = AC - BC$ 。由 ABC 三角形可得出 $BC = AC \cdot \cos 2\theta$,

於是 $\Delta = AC - AC \cdot \cos 2\theta = AC(1 - \cos 2\theta) = AC \cdot 2 \sin^2 \theta$ 。

由三角形 ACD 可得出 $AC = \frac{DC}{\sin \theta}$, 故 $\Delta = 2DC \sin \theta$ 。

DC 是空间格子面网间的距离 d ; 因此,最后可写出 $\Delta = 2d \sin \theta$ 。

所以,行程差的大小是与以下二项有关的:(1)空间格子面网间的距离,亦就是,面网结点间的距离,及(2)滑角 θ 。

显然,当由一切互相平行面网的总体所反射出的极大量的射线在 C 点处加强时,在 $\Delta = n\lambda + x$ (其中 x 为 λ 的分数)时,对任一射线总可选取 x 等於 $\frac{\lambda}{2}$ 的,即互相抵消的第二条射线,则在反射方向中,所有射线会互相抵消(即互相消灭)。

所以,钢琴射线只会在 $\Delta = n\lambda$ 的情况下才从平行面网总体上反射出来,式中 n 为一个整数。

结果我们得出一个钢琴分析的基本方程式:符尔夫-勃莱格方