随机信号理论与应用

兵器工

社

高等学校教材

随机信号理论与应用

刘国岁　编著

兵器工业出版社

随机信号理论与应用

刘国岁　编著

兵 器 工 业 出 版 社

(京)新登字049号

内 容 简 介

本书将讨论信号处理中随机信号的理论与应用。随机信号处理的理论包括：随机信号、随机信号的检测和估计、随机信号的谱分析、卡尔曼滤波器和随机信号的稳健性。随机信号的应用包括：恒虚警处理和随机信号雷达。

全书共分九章，内容新颖、丰富。适用于高等院校无线电技术、雷达、通信和自动控制等专业的本科高年级学生、研究生，和相应的工程技术人员阅读。

随机信号理论与应用
刘国岁 编著
兵器工业出版社 出版
（北京市海淀区车道沟10号）
新华书店总店科技发行所发行
各地新华书店经销
兵器工业出版社五三一印刷厂印装

开本：787×1092 1/16 印张：17.875 字数：433.68千字
1992年4月第1版 1992年4月第1次印刷
印数：1～1500 定价：4.60元
ISBN 7-80038-362-8/TN·14（课）

出 版 说 明

遵照国务院关于高等学校教材工作的分工，原兵器工业部教材编审室自成立之日起就担负起兵工类专业教材建设这项十分艰巨而光荣的任务。由于各兵工院校、特别是参与编审工作的广大教师积极支持和努力，及国防工业出版社、兵器工业出版社和北京理工大学出版社的紧密配合，自1985年到1988年共编审出版了89种教材。

为了使兵工类专业教材更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映兵工科学技术的先进水平，达到打好基础、精选内容、逐步更新、利于提高教学质量的要求，在总结第一轮教材编审出版工作的基础上，制订了兵工教材编审工作的五个文件。指导思想是：以提高教材质量为主线，完善编审制度，建立质量标准，明确岗位责任，充分发挥各专业教学指导委员会的学术和咨询作用，加强从教材列选、编写到审查整个教材编审过程的科学管理。

1985年根据教学需要，我们组织制订了“七五”教材编写规划，共列入教材176种。这批教材主要是从经过两遍教学使用、反映较好的讲义中遴选出来的，较好地反映了当前兵工教材的科学性和适合我国情况的先进性，并不同程度的更新了教材内容，是一批较好的新型教材。

本教材由杨位钦主审，经机械电子工业部兵工教材编审室审定。

限于水平和经验，这批教材的编审出版难免有错误之处，希望广大读者批评指正。

机械电子工业部兵工教材编审室

1989年8月

前 言

近年来，随机信号的研究愈来愈受到人们的重视。它的应用范围也愈来愈广泛。包括雷达、声纳、通信、地球物理、遥测、声学、气象、医学图像和电子对抗等系统。

本书第一部分（理论）的第一章着重讨论了随机信号的模型、相关和协方差函数、随机信号的和与积、展开与采样、高斯随机过程、泊松过程、马尔柯夫过程、伪随机信号、过零检测器和非线性等器件。

第二章着重讨论了白色和有色噪声中信号的检测、最大信噪比；在噪声中信号的自适应接收机和非参量检测器。

第三章讨论了估计器的准则、各种估计器和估计器的特性。

第四章着重分析随机信号线性谱分析周期图的计算过程、窗函数和窗谱密度的偏与方差。

第五章讨论和分析了随机信号的非线性谱估计的预测误差滤波器、平稳随机过程的三种模型、最大熵谱估计、莱文逊递推公式、伯格和马普勒算法、滤波器阶数选择的准则、多通道和二维最大熵谱估计。

第六章讨论了卡尔曼滤波器的算法、检验和调整、连续-离散的卡尔曼滤波器、卡尔曼滤波器的识别器、非线性卡尔曼滤波及扩展的卡尔曼滤波器。

第七章叙述了为什么要讨论稳健性、稳健统计的特点、稳健性的数字描述。

本书第二部分（应用）中的第八章介绍了恒虚警处理器、非平稳杂波区域的恒虚警处理器和在对数正态和韦伯杂波中的恒虚警处理器。

第九章的随机信号雷达中讨论了随机调相、随机调频和随机二相码连续波雷达信号的平均模糊函数。相关法、频谱法、反相关法噪声雷达以及随机调频和随机二相码连续波雷达系统。

本书适用于已掌握了随机过程、线性代数基础的“通信与电子系统”专业的高年级大学生、研究生和工程技术人员。

为便于读者深入掌握和钻研各章节内容，在各章末均附有习题和参考文献。

在编写过程中，西安电子科技大学戴树逊教授、北京理工大学林茂庸教授和成都电子科技大学向敬成教授都为本书编写的大纲提出了宝贵意见，北京理工大学教授杨位钦教授负责审阅了全书，华东工学院“噪声雷达”科研组和研究生们对出版该书也给予了很大支持，刘中博士对本书作了大量修订工作。作者在此表示衷心的感谢。

限于水平，书中难免有错误和不妥之处，请读者批评指正。

1990年1月于宁

作者

符 号 表

符 号	含 义
a	预测误差滤波器的冲击响应矢量
$a_{M.n}$	M阶第n个预测误差滤波器系数
A	幅度
$\widetilde{A}_{\tilde{d}}$	杂波协方差矩阵
$\widetilde{A}_{\tilde{I}}$	杂波和热噪声协方差矩阵
$A_M(z)$	预测误差滤波器的传递函数
$\widetilde{A}_{\tilde{T}}$	多普勒矩阵
$A(\tau,\varphi)$	平均模糊函数
$\widetilde{B}$	目标回波的幅度
$b(\varepsilon)$	最大渐近绝对偏差
$b_N(t)$	后向误差电压
$b(\omega)$	窗谱密度的偏
$b_{M,k}$	M阶第k个后向误差
$C(f)$	相干系数
$C(\hat{X},X)$	代价函数
C_X	X的自协方差等于方差
$C_X(\tau)$	随机变量X的自协方差函数
C_{XY}	随机变量X和Y的互相方差（Cov）
$C_{XY}(\tau)$	$X(t)$和$Y(t)$的互协方差函数
d	门限水平
d_n	输出的希望值
d_0	总体分布空间上的距离
d_*	统计量分布函数空间上的距离
$D_1=\Delta\omega_i/\omega_m$	正弦调制指数
$D_M(\theta)$	Dirichlet Kernel函数
$\hat{e}$	估计误差
E_s	信号能量
$e(t)$	误差
$\mathrm{E}[C(\hat{X},X)]$	风险函数
$f_{M,k}$	M阶第k个前向误差电压
$f(X_1\|s)$	X_1在给定S条件下的概率
$F_N(\theta)$	Fejer Kernel函数
$F(x_1,x_2)$	x_1和x_2的联合累积分布

符号	含义
$\{g_i(t)\}$	标准正交函数序列
h_0	线性预测滤波器冲击响应矢量
$h(t)$	线性系统的冲击响应
$H(f)$	线性系统的过渡响应
H	随机序列的熵
$H(\tau)$	反相关函数
$IC(X,F,T)$	影响曲线
J	雅可比变换矩阵
$k(t)$	卡尔曼增益
$k(u)$	时域窗产生器
$k(\theta)$	谱域的窗产生器
L	恒虚警损失
$l(x)$	x的似然比
$M_1=E[X(t)]$	$X(t)$的均值
$M_2=E[X^2(t)]$	$X(t)$的二阶矩
$M_n=E[X^n]$	X的n阶矩
n_0	白噪声的谱密度
$N(t)$	噪声
P_e	误差概率
$Pe_0=P_{fa}$	噪声的虚警概率
$Pe_1=P_M$	信号遗漏的概率
P_d	检测概率
P_M	误差的均方值
$P_X(x)$	X的概率密度
$P(x_1,x_2)$	x_1和x_2的联合概率密度
$P_{XY}(x,y)$	X，Y的联合概率密度
$P_{f,M}$	前向误差功率
$P_{b,M}$	后向误差功率
$\widetilde{P}$	均方差预测
Q_M	反射系数
q_t	白噪声过程
r	信噪比
R_V	测量噪声的协方差
$R_X(\tau)$	$X(t)$的自相关函数
$R_N(k)$	N个样本的自相关函数
$R_{XY}(\tau)$	X和Y的互相关函数
R_{dx}	输入和输出的相关函数
$S_X(f)$	X的功率谱密度

符　号	含　义
$S_{XY}(f)$	X和Y的互谱密度
T_0	门限
T_n	统计量
T_{S0}	符号测试法信号的个数
T_{GS}	推广符号法信号的个数
T_{TGS}	修正推广符号法信号的个数
T_{MMD}	修正均值法信号的个数
T_S	塞维奇统计信号的个数
T_{MW}	曼-惠特尼统计信号的个数
T_{MS}	修正塞维奇统计信号的个数
T_{MRS}	修正秩方统计信号的个数
T_ε^L	ε Levy邻域
$v(t)$	子脉冲函数
Var	方差
$\mathrm{Var}\{\hat{h}(\omega)\}$	窗谱密度的方差
$\mathrm{Var}\{\hat{R}(k)\}$	相关函数$R(k)$估计值的方差
$\mathrm{W}(\theta)$	谱域的窗函数
$\overline{\mathrm{W}}(t)$	描述相关器的观察时间
$\mathrm{W}_N(\omega)$	噪声电压$V_N^2(t)$的功率谱
$\tilde{w}(t)$	热噪声
$\boldsymbol{X}=(X_1,X_2\cdots,X_n)^T$	随机矢量
$\hat{X}_{GLS}$	X的最小平方估计
$\hat{X}_{MAP}$	X的最大后验概率估计
$\hat{X}_{ML}$	X的最大似然估计
$\hat{X}_{MS}$	X的最小均方估计
$\hat{X}_{LMS}$	X的线性最小均方估计
$X(t,\zeta)$	对于参量ζ的随机过程
$\delta(t)$	δ函数
ε	信号能量
ε^*	崩溃点
θ	相位
λ_n	$R(t,s)$的特征值
$\lambda(\tau)$	时域的窗函数
μ_X	X的一阶矩或平均值
$\rho_{XY}(\tau)$	X和Y的互相关函数

符　　号	含　　义
$\bar{\rho}$	标准化的相关函数
σ_X^2	X的二阶中心矩或方差
Φ	随机信号的特征函数
$\{\Phi_n(t)\}$	正交函数的基
$\psi(t)$	发射信号的相位包络
ω_d	多普勒角频移

缩　　写

符　　号	含　　义
AIC	信息论准则
ADT	自动检测和跟踪系统
AVT	自适应视频门限
BIC	贝氏信息论准则
CFSK	相干频移键控
CFAR	恒虚警处理
FM	调频
FPE	最终预测误差
FFT	快速复里叶变换
IFFT	快速复里叶逆变换
LSE	最小二乘估计
MSE	均方估计
MLE	最大似然估计
MAP	最大后验概率估计
OOK	开关键控
SIR, SNR	分别为信干比和信噪比
WSSR	加权线差平方和
ΦM	调相
特殊符号	**含　　义**
$*$	卷积
$\overset{k}{*}$	k次卷积
rect(t)	方波函数
rep$T$(t)	周期为T的重复算子
sgn(t)	符号函数
sinc(α)	sin($\pi\alpha$)/$\pi\alpha$的正弦函数
tri(t)	三角形函数

目　　录

第一部分　随机信号理论

第二部分 随机信号应用

第一部分　随机信号理论

第一章　随机信号

§1.1　统计模型

随机信号任何时刻的瞬时值是无法用解析的时间模型表示的。然而，它们能够借用统计特性和频谱特性来描述。

随机过程$X(t,\ \zeta)$对于ζ_i提供可能实现的唯一集合$X_i(t)$或者$X(t)$称为随机信号。这样的信号一般是有限平均功率的，时间平均可写为

$$\overline{f[X(t)]}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f[X(t)]\mathrm{d}t \tag{1-1}$$

一、一阶统计特性

对于时刻t_i，随机过程$X(t,\ \zeta)$变成一个随机变量$X(t_i)$或X_i，它的累积分布为$F(X,\ t_i)$，概率密度为$P(X,\ t_i)$。

随机变量X_i的一阶矩定义为

$$\mu_X(t_i)=\mathrm{E}[X_i]=\int_{-\infty}^{\infty}XP(X,\ t_i)\mathrm{d}X \tag{1-2}$$

高阶矩类似地可以定义为

$$m_n(t_i)=\mathrm{E}[X_i^n]=\int_{-\infty}^{\infty}X^nP(X,\ t_i^n)\mathrm{d}X \tag{1-3}$$

中心二阶矩为

$$\begin{aligned}\sigma_X^2(t_i)&=\mathrm{E}\{[X_i-\mu_X(t_i)]^2\}=\mathrm{E}[X_i^2]-\mu_X^2(t_i)\\&=\int_{-\infty}^{\infty}[X-\mu_X(t_i)]^2P(X,\ t_i)\mathrm{d}X\end{aligned} \tag{1-4}$$

中心二阶矩也称为方差。

二、二阶统计特性

$X_1=X(t_1)$和$X_2=X(t_2)$为两个实的随机变量，联合累积分布（表示其概率不大于X_1和X_2）

$$F(X_1,\ X_2;\ t_1,\ t_2)=P(X_1\leqslant x_1,\ X_2\leqslant x_2) \tag{1-5}$$

变量X_1和X_2的联合概率密度

$$P(x_1,\ x_2;\ t_1,\ t_2)=\frac{\partial^2F(x_1,\ x_2;\ t_1,\ t_2)}{\partial x_1\partial x_2} \tag{1-6}$$

过程$X(t)$的自相关函数

$$R_X(t_1,\ t_2)=E[X(t_1)X(t_2)]$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}x_1x_2P(x_1,\ x_2;\ t_1,\ t_2)\,dx_1dx_2 \tag{1-7}$$

如果式(1-7)中的随机变量X_1和X_2，用这些变量与平均值之差代替，即得到自协方差函数

$$C_X(t_1,\ t_2)=E\{[X(t_1)-\mu_X(t_1)][X(t_2)-\mu_X(t_2)]\}$$

$$=R_X(t_1,\ t_2)-\mu_X(t_1)\cdot\mu_X(t_2) \tag{1-8}$$

如果$t_1=t_2$，上式将与式(1-4)相同。

三、平稳性

如果所有的统计特性是时不变的，那么这个随机过程是严格的平稳过程。

如果一阶和二阶统计特性是时不变的，即二阶平稳性，有 $P(x;\ t_i)=P(x)\ \forall t_i$ (1-9)

这里$\mu_X(t_i)=\mu_X$和$\sigma_X^2(t_i)=\sigma_X^2$是时不变的，那么它们是时不变的过程。进而，联合概率密度只决定于时间差

$$\tau=t_2-t_1 \tag{1-10}$$

于是

$$P(x_1,\ x_2;\ t_1,\ t_2)=P(x_1,\ x_2;\ \tau) \tag{1-11}$$

自相关函数和自协方差只是时间τ的函数

$$R_X(t_1,\ t_2)=R_X(\tau) \tag{1-12}$$

$$C_X(t_1,\ t_2)=C_X(\tau)=R_X(\tau)-\mu_X^2 \tag{1-13}$$

当过程的平均值和自相关函数是时不变时，这样的随机过程是广义的平稳。显然，二阶平稳过程也是广义的平稳，但其逆不一定成立。

四、爱尔哥德和随机向量的变换

同样阶的随机过程，当时间均值与统计均值相同时，称为爱尔哥德过程。

由于处理系统的变更，使得信号形状的统计特性也发生变更。这里我们看到了随机向量转换的效果。

如果有k个分量的随机向量X，

$X=(x_1,\ x_2,\ \cdots x_k)^T$，作如下变换

$$Y=f(x) \tag{1-14}$$

其中

$$Y=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\\vdots\\y_k\end{pmatrix},\qquad f=\begin{pmatrix}f_1(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_k)\\f_2(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_k)\\\vdots\\f_k(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_k)\end{pmatrix}$$

则式(1-14)定义了一个新的随机向量Y。随机向量Y的联合概率密度P_Y可以以X的联合概率密度和雅可比转换导出，即

$$Y_1=F_1(x_1, x_2, \cdots, x_k)$$
$$Y_2=F_2(x_1, x_2, \cdots, x_k)$$
$$\vdots$$
$$Y_k=F_k(x_1, x_2, \cdots, x_k)$$
$$P_Y(y_1, y_2, \cdots, y_k) = |J| \cdot P_X(x_1, x_2, \cdots, x_k)\Big|_{x_i=g_i(y_1, y_2, \cdots, y_k)} \tag{1-15}$$

其中

$$J=\frac{\partial(x_1, x_2, \cdots, x_k)}{\partial(y_1, y_2, \cdots, y_k)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1}, & \cdots, & \frac{\partial x_1}{\partial y_k} \\ & \vdots & \\ \frac{\partial x_k}{\partial y_1}, & \cdots, & \frac{\partial x_k}{\partial y_k} \end{vmatrix}$$

雅可比的绝对值须要服从的条件

$$P_Y(y_1, y_2, \cdots, y_k) \geqslant 0$$

例1.1 直角坐标到极坐标的变换

这个变换有很多应用，其变换关系

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$
$$\theta=\arctan\frac{y}{x}$$

其中

$$J=\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta & -r\sin\theta \\ \sin\theta & r\cos\theta \end{vmatrix} = r \tag{1-16}$$

从式（1-15）知

$$P_{r\theta}(r, \theta)=r \cdot P_{xy}(x=r\cos\theta, y=r\sin\theta) \tag{1-17}$$

假设，x和y为零均值的边界概率密度是

$$P_x(x)=1/\sqrt{2\pi}\,\sigma_x \cdot \exp(-x^2/2\sigma_x^2)$$
$$P_y(y)=1/\sqrt{2\pi}\,\sigma_y \cdot \exp(-y^2/2\sigma_y^2)$$

联合概率密度为二者乘积，即

$$P_{xy}(x, y)=P_x(x) \cdot P_y(y) = 1/2\pi\sigma_x\sigma_y \cdot \exp[-1/2(x^2/\sigma_x^2+y^2/\sigma_y^2)] \tag{1-18}$$

对于$r \geqslant 0$和$0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$的极坐标的概率密度是

$$P_{r\theta}(r, \theta)=r/2\pi\sigma_x\sigma_y \cdot \exp[-1/2(r^2\cos^2\theta/\sigma_x^2+r^2\sin^2\theta/\sigma_y^2)] \tag{1-19}$$

这是广义的瑞利分布。