

徐挺 编著

相似理论 与模型试验

相似理论
与模型试验

中国农业机械出版社

N 032
2

相似理论与模型试验

徐 挺 编著

中国农业机械出版社

内 容 提 要

本书共分十八部分。其中一至十系统阐述现象相似的一般原理和概念，提出进行现象相似性分析和模型试验的方法；十一至十八紧密结合目前尚不成熟的、有关土壤-机器系统的相似性问题，从理论的高度予以总结，以期为今后继续探索这一领域的相似分析工作，提供必要的理论基础。

本书可供工程技术人员、科研工作者和高校师生参考。由于内容体系和材料的选择着眼于科研和教学两用，故本书也可用作研究生和高校高年级学生的教材。

相似理论与模型试验

徐 挺 编著

中国农业机械出版社出版
北京市海淀区阜成路东钓鱼台乙七号
北京市海淀区北下关印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
新华书店经售

787×1092 32开 6¹/₁₆印张 136千字
1982年12月北京第一版·1982年12月北京第一次印刷
印数：0.001—4,100 定价：0.65元
统一书号：15216·153

目 录

引言	1
1. 人们对自然规律的不倦探索	1
2. 相似理论与模型试验	2
3. 模型试验的意义和现状	3
4. 本书编写的目的	4
一、物理模拟和数学模拟	6
二、相似的概念	9
1. 各种物理量的相似	9
2. 现象相似与物理量相似的关系	11
三、相似三定理	14
1. 相似第一定理 (相似正定理)	14
2. 相似第二定理 (π 定理)	19
3. 相似第三定理 (相似逆定理)	25
四、 π 定理的证明	29
五、相似准则的导出方法	34
1. 定律分析法	34
2. 方程分析法	35
3. 量纲分析法	35
六、用定律分析法导出相似准则	37
1. 前提与条件	37
2. 相似准则的导出	38
3. 剔除多余物理定律的根据	43
4. 要正确地使用符号“ \triangle ”	46
七、用方程分析法导出相似准则	49

1. 相似转换法	49
2. 积分类比法	56
八、用量纲分析法导出相似准则	61
1. 量纲系统的转换	61
2. 量纲方程及其作用	61
3. 量纲方程的限制	67
4. 关于近似模拟	68
5. 相似准则的导出	69
6. 从量纲矩阵求相似准则数目	71
7. 再从量纲矩阵求具体的相似准则	72
九、相似准则的函数理论	79
1. 使函数变成乘积关系的条件	80
2. 使函数成一总和关系的条件	82
3. 试验程序的编制	84
4. 组分方程的具体形式	85
十、经验公式的建立	87
1. 建立经验公式的具体步骤	87
2. 经验公式的相似实质	93
十一、关于复杂现象的经验公式	100
1. 缩减物理量以加强针对性	100
2. 试凑以扩大应用范围	103
十二、减少 π 项, 简化预测	108
1. 关于物理量的减少	108
2. 关于基本量纲的扩充	111
3. 系统量纲的扩充	112
4. 长度量纲的扩充	114
5. 时间量纲的扩充	117
6. 质量量纲的扩充	118
7. 在有特性方程情况下基本量纲的扩充	119

8. 土壤-机器系统如何进行基本量纲的扩充	120
9. 要全面地考察问题	123
十三、复杂现象参量的合理选择	127
1. 正确选择参量是解决问题的关键	126
2. 土壤-机器系统参量选择的历史与现状	127
3. c 、 ϕ 、 γ 、 ρ 的相互关系	136
(1) 土壤类型与 c 、 ϕ 、 γ	136
(2) γ 与 ρ 的关系	138
4. 参量的错误搭配	140
5. 关于不下定义的土壤特性的表示方法	143
6. 在参量选择上未来研究工作的方向	144
十四、人造介质——人工土	145
十五、真实模型与畸变模型	149
1. 分类原则与畸变意义	149
2. 畸变的来源	150
3. 畸变系数的概念	153
4. 畸变判别和畸变模式	155
5. 畸变系数的分析确定	157
6. 畸变系数的实验确定	159
7. 寻找畸变系数(或预测系数)的变化规律	163
(1) 逻辑推理法	164
(2) 概念类比法	168
十六、补偿模型和补偿模型法	171
1. 基本概念	171
2. 数学模型与实验技巧	172
3. 简要评价	177
十七、模型设计中的几个具体技术问题	180
1. 各种物理参量缩尺关系的快速判断	180
2. 长度缩尺 c_l 的合理数值	183

3. 关于土壤临界深度的提法	184
十八、有关土槽的一般知识	186
1. 土槽的型式和尺寸	186
2. 土壤的准备和处理	188
3. 土槽的安全装置	189
4. 土槽测试项目	189
参考文献	190

引 言

1. 人们对自然规律的不倦探索

在古代，人们以初等数学为工具从量的方面来探索自然界的规律性。但初等数学以研究常量为主，只能研究事物在静止状态下的规律性，这就大大限制了它在客观世界中被利用的范围。随着生产斗争、科学实验的发展，人们接触到越来越多的运动着、变化着的自然现象。为了说明这些现象，充分揭示它们的变化规律，于是出现了高等数学。

高等数学的出现，是人们认识客观世界的一个飞跃，也是探索自然规律的一种有力工具。但自然界的现象毕竟是错综复杂的。有许多实际问题至今靠高等数学尚不能全部解决或根本无法解决，于是逼使人们仍不得不走直接实验的道路。

人们依靠直接实验的方法，曾经解决过许多依靠数学方法无法解决的问题，并且今后也仍然会针对不同情况，继续运用这种方法去求得问题的解决，但不能不看到这种方法的局限性。除了一些由于条件的限制无法采用直接实验方法的情况外，这种局限性还表现在：直接实验方法常常只能得出个别量之间的规律性关系，难以发现或抓住现象的全部本质，从而无法向实验条件范围以外的同类现象推广。

人类的智慧是无穷的。人类向自然界的斗争是永恒的。面对着上述种种困难情况，人们通过长期实践、总结，一种用于指导自然规律研究的全新理论——“相似理论”，便应运

而生了。它打开了人们的眼界，扩展了人们探索自然奥秘的领域。

2. 相似理论与模型试验

相似理论是说明自然界和工程中各种相似现象相似原理的学说。它的理论基础，是关于相似的三个定理。

以相似理论为指导，一百多年来人们在探索自然规律的过程中，已形成一种具体研究自然界和工程中各种相似现象的新方法，即所谓“相似方法”。1829年柯西对振动的梁和板，1869年付鲁德对船，1883年雷诺对管中液体的流动以及1903年莱特兄弟对飞机机翼的实验研究，都是用相似方法解决问题的早期实例。

可以给“相似方法”下这样的定义：“相似方法是一种可以把个别现象的研究结果、推广到所有相似的现象上去的科学方法。”因此，不难反过来理解，相似方法同时也是现象模拟方法的基础。

这里谈到了“模拟”。所谓模拟，一般情况是指在实验室条件下，用缩小的（特殊情况下也有放大的）模型来进行现象的研究。这样，又引伸出“模型试验”的概念。模型试验是相似方法的重要内容，在近代科学研究和设计工作中，起着很重要的作用。

从相似理论的角度出发，“模型”二字有确切的定义。有一位学者（Glenn Murphy）这样说：“模型是与物理系统密切有关的装置，通过对它的观察或试验，可以在需要的方面精确地预测系统的性能。这个被预测的物理系统，通常被叫做‘原型’。”^[1]根据这个定义，为了利用一个模型，当然

有必要在模型和原型间满足某种关系。这种关系通常称为模型设计条件，或系统的相似性要求。

由此可见，相似理论与模型试验的关系是十分密切的，是整个问题的两个组成部分。在人类长期、广泛的实践活动中，二者常常是相辅相成、相得益彰，促成了整门学科的发展。

3. 模型试验的意义和现状

模型试验的意义，可以从五个方面来加以说明。

第一，模型试验作为一种研究手段，可以严格控制试验对象的主要参数而不受外界条件和自然条件的限制，做到结果准确；

第二，模型试验有利于在复杂的试验过程中突出主要矛盾，便于把握、发现现象的内在联系，并且有时可用来对原型所得的结论进行校验；

第三，由于模型与原型相比，尺寸一般都是按比例缩小的（只在少数特殊情况下按比例放大，例如模拟合成材料纤维的应力情况等），故制造容易，装拆方便，试验人员少，较之实物试验，能节省资金、人力和时间；

第四，模型试验能预测尚未建造出来的实物对象或根本不能进行直接研究的实物对象的性能，有时则用于探索一些未了解的现象或结构的基本性能或其极限值；

第五，当其他各种分析方法不可能采用时，模型试验就成了现象相似性问题唯一的和最为重要的研究手段。

在国外，将相似理论和模型试验方法用于航空、水运方面的科学研究已有较长的历史，促进了这些领域科学技术的

发展。后来又被推广用于物理、化学、工程结构、热力学、气象、音响等等领域以及一些尖端项目，诸如火箭、导弹、氢弹、人造卫星、宇宙飞船、月球车以及爆破成形等等的研究。在这些方面，人们通过多年实践已经不同程度地积累了较为成熟的资料。

我国在解放后，随着科学技术的发展，各个领域相似性问题的研究都有不同程度的进展，并取得了一定成果。

重要的是如何将相似理论用于指导一些并不成熟领域的模型研究。这些领域由于它们的复杂性，现象的相似分析工作还仅处于探索阶段，并未取得真正长远性的、突破性的进展，是目前国内外瞩目的焦点。这方面的典型实例，是土壤-机器系统。土壤-机器系统作为自然界复杂现象的代表，由于它同最复杂的介质——土壤发生关系，模型试验总的说还是五十年代以后的事，时间较短，问题较多，但对它的研究却具有很大的现实指导意义。我国学者陈秉聪、何宪章等，在六十年代初首先在国内深入到这一领域，从事相似性问题的研究，在近年又发表了相应的论述^[2,3]。

对于土壤-机器系统的相似性问题，本书后一部分当从理论高度予以反映，探索其物理根据和分析方法，并在可能范围内引出普遍性的结论。

4. 本书编写的目的

针对国内外相似性问题研究的现状，笔者拟将本书写成一本既涉及基础理论，又涉及复杂现象，教学与科研两用的相似理论书。编写中力求做到言简意赅，条理分明，说理充分，概念清楚，同时又通俗易懂，便于自学。试图把一门本

来被认为是高深、抽象的学科，变成易于为广大工程技术人员、科研工作者和高校高年级学生掌握的、能直接为生产服务的有力工具。因此，在取材上，不求数量多，但求有代表性，能说明问题。并且在内容的组织方面，注意由浅入深，前后呼应，充分把握全书的逻辑主线，避免陈述中的繁琐、空洞。

本书因篇幅不大，不取章节形式。但为了内容陈述的方便，有些地方仍以章节相称。

本书在编写过程中曾得到吉林工业大学陈秉聪教授和其他许多同志的关心和帮助，在此谨表谢意。

限于笔者的水平，书中不当之处或缺点、错误在所难免，敬请读者批评指正。

一、物理模拟和数学模拟

物理模拟是指基本现象相同情况下的模拟。这时模型与原型的所有物理量相同，物理本质一致，区别只在于各物理量的大小比例不同。因此，物理模拟也可说成是保持物理本质一致的模拟。

数学模拟则是指存在于不同类型现象之间的模拟。这时模型与原型的物理过程有本质的区别，但它们的对应量都遵循着同样的方程式，具有数学上的相似性。例如二阶运算符

$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 的微分方程 $\Delta^2 \varphi = 0$ ，可代表重力、

电势、温度等。这时，人们只要对不同的物理量建立起一一的对应关系，便可用一个现象去类比另一不同现象的解。

在工程中，常用电场来模拟温度场、材料的应力场和有限自由度的振动系统；用导热现象来模拟分子的扩散现象；以及在同一拉普拉斯方程指导下，用电解槽各点的电位来模拟不可压缩无粘性流体的运动、柱状弹性杆的自由扭转、薄膜的变形和一些热传导的问题。诸如此类的问题，都是数学模拟的实际例子。

以下以单自由度振动系统的电模拟为例说明这个问题（图 1-1）。图中，右边代表一个 $L-R-C$ 串联电路，现在要由它来模拟左边由 k, m, μ 组成的单自由度振动系统。

作为它们一一对比的量是：将电感 L 比作质量 m ，电阻 R 比作阻尼 μ ，电容 C 比作弹簧 k ，外加电压 E 比作外力 F ，电荷 q 比作位移 y （注意：图中仅示出单位时间内电荷

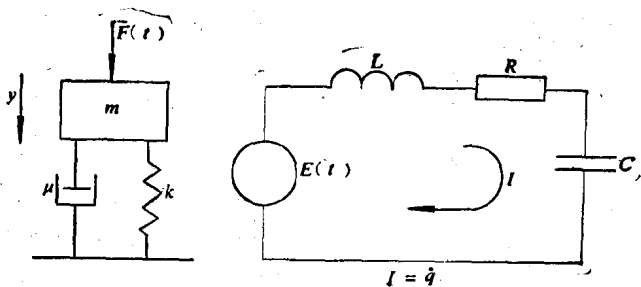


图 1-1

的变化量 \dot{q} ， \dot{q} 即为电流 I ）。

它们之间方程式和初始条件的相似性在于：

机械系统

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} + \mu\dot{y} + ky &= F(t) \\ t=0 \text{ 时, } y &= y_0, \dot{y} = \dot{y}_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

电路系统

$$\left. \begin{aligned} L\dot{q} + Rq + Cq &= E(t) \\ t=0 \text{ 时, } q &= q_0, \dot{q} = \dot{q}_0 \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

所以，只要适当地选择各种物理量和初始条件，就能使 $y(t)$ 和 $q(t)$ 在对应的时间内完全成比例地变化，因此，通过测量各种电量就能换算出位移、速度等机械量。类似这种电路系统，当其适应性很强时，就是通常所说的模拟计算机。

物理模拟和数学模拟各有其特点。物理模拟可以把具体的现象重现出来，较之数学模拟能更全面地表现被模拟的现象。而对于复杂现象，物理模拟又可从根本上依赖、或根本不依赖于所说的物理方程（尽管客观上存在一个或多个未被发现的、用于说明同类现象的方程式）。反之，数学模拟由于以方程为基础，可较方便地看出各种参量对结果的影响。

响，进行不同现象结果的对比，指出哪一些参量是重要的。它在实际模拟过程中易于控制，可代替对于原型的较为繁难的数学计算和物理模拟中对于原型的较为复杂的模型试验。这些是它的优点。

如前所述，农机-土壤系统由于与土壤发生关系，属于比较复杂的物理现象，故在目前条件下，只能从物理模拟的角度去研究它的相似性问题。

本书着重讨论物理模拟范畴以内的一些问题。在各个领域相似性问题的研究中，物理模拟具有最为广泛、实际的使用价值。

二、相似的概念

1. 各种物理量的相似

相似这一概念，是从初等几何学借用过来的。例如两个三角形（图 2-1），如果对应的角各各相等，或对应的边保持

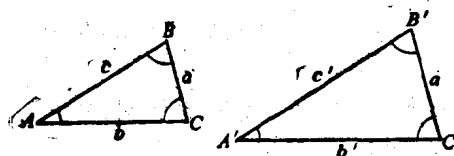


图 2-1

相同的比例，则称两个三角形相似。这是平面相似问题。属于这类问题的，还有各种多边形、圆、椭圆等。

空间也可以实现几何相似。如三角锥、立方体、长方体、球、椭球等的相似都属于空间相似。

推而广之，各种物理现象也都可以实现相似。它们的各种物理量（如时间、力、速度等）都可以抽象为二维、三维或多维空间（即超空间）的坐标，从而把现象相似简化为一般的几何学问题。

下面举例说明各种物理量相似的定义。

时间相似 时间相似是指对应的时间间隔成比例，可举内燃机的两个相仿的压力指示图为例（图 2-2）。图中，时间相似用公式表示，即

$$\frac{t_1}{t'_1} = \frac{t_2}{t'_2} = \frac{t_3}{t'_3} = c_1 = \text{常数} \quad (2-1)$$

力相似 力相似是指力场的几何相似，它表现为所有对

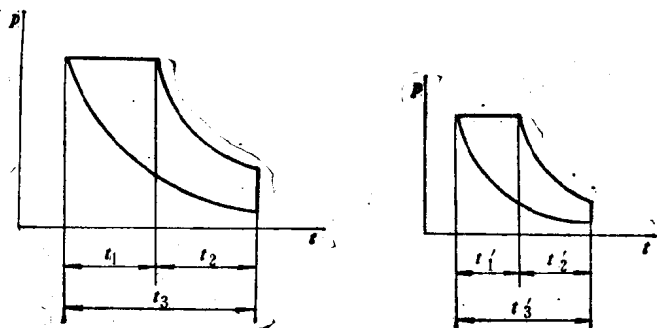


图 2-2

应点上的作用力都有各相一致的方向，而其大小则相应地成比例。

可举具有几何相似的索多边形的两个变载梁为例(图2-3)。图中，力相似可用下二公式表示

$$\frac{l_1}{l_1'} = \frac{l_2}{l_2'} = \frac{l_3}{l_3'} = c_l = \text{常数} \quad (2-2)$$

$$\frac{f_1}{f_1'} = \frac{f_2}{f_2'} = c_f = \text{常数} \quad (2-3)$$

力相似又称动力学相似。

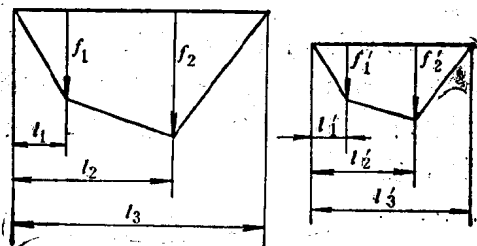


图 2-3