线性电路分析

线性电路分析

国防工业出版社

线性电路分析

吴大正 编

国防工业出版社

内容简介

本书讨论了信号和线性电路的基本理论和分析方法，包括振荡电路、线性网络、信号的频谱、信号通过线性电路四部分，可作为雷达、通讯、导航、电视等各无线电技术专业的教学或参考用书。

线性电路分析

吴大正 编

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业許可証出字第074号

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

农业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16　印张14 5/8　338千字

1979年7月第一版　1979年7月第一次印刷　印数：000,001—112,000册

统一书号：15034·1772　定价：1.55元

前　言

本书讨论了信号和线性电路的基本理论和分析方法，包括振荡电路、线性网络、信号的频谱、信号通过线性电路（电路的暂态）四部分，可作为雷达、通讯、导航、电视等各无线电技术专业的教学或参考用书。书中除讨论了基本原理外，还根据专业的需要，介绍了一些实用电路的分析计算方法，介绍了一些较深入的内容，这些内容均在目录和正文中用＊号标出，其中有些是资料性的，供读者在实际工作中查阅。

在论述基本原理时，注意阐明它的物理含意，并从工程实际着眼，尽量少用繁难的数学推导，对于必不可少的傅里叶级数、积分和拉普拉斯变换等，书中都结合具体问题作了介绍。这样，读者在熟悉微积分的基础上就可以学习本书的内容。

为了便于读者掌握分析计算方法，书中配置了例题和练习题，并在书末附有练习题答案，以便于自学。

在编写过程中，有关厂、所的同志和本院的有关教员参加了讨论、定稿工作，提出了许多宝贵意见，在此表示感谢。

由于编者政治水平不高，业务能力有限，书中难免有不少缺点和错误，希望读者给予批评指正。

西北电讯工程学院　吴大正

1978 年 4 月

目　　录

第一章 振荡电路

§1.1 引 言

一、频率与波长

人们的讲话声、乐队的演奏声是由于物体（人的声带、胡琴的弦等）的振动，激起了周围空气的振动，传到了听者的耳朵，引起耳膜的振动，从而听到了声音。声音的强弱决定于振动的振幅，振幅大声音就强，振幅小声音就弱。声音的高低则是由于振动的频率不同，振动频率低发出的声音就低沉，振动频率高发出的声音就高尖。人耳能听到的声音（语言、音乐）频率约在20赫到15千赫的范围内，这个频率范围常称为音频。

声音在空气中传播的速度很慢，约为每秒340米，而且衰减很快，所以传播的距离很近。如果把声音（语言或音乐）通过话筒转换为随着声音的大小和高低而变化的电压或电流（我们叫它音频电信号），那么这种电信号就可以通过放大器加以放大，并用导线传到很远的地方，这就是有线电话或有线广播。

可是，与飞机或舰艇用有线电通信是不可能的。人们从实践中发现，如果设法把音频电信号寄托在高频正弦波上（这个过程称为调制），利用天线发射成为无线电波，用无线电波运载，就可以不用导线在空间传播很远。无线电波传播的速度很快，因此在一瞬间就可把电台播送的节目传播到各地。接收机收到后，将音频信号从无线电波上取出来（这个过程称为解调），通过耳机或扬声器还原为声音。这就是无线电话或无线电广播。

在高频交流电的一个周期时间内，无线电波所走过的距离称为波长，用字母λ表示。我们知道频率f表示每秒钟交流电的周期数，因而二者的乘积就是无线电波传播的速度v，即$v=f\cdot\lambda$。

无线电波在空间传播的速度是3×10^8米/秒（即每秒30万公里），如果频率f的单位用赫兹（Hz），波长λ的单位用米（m），则二者的关系是

$$\left.\begin{aligned}\lambda &= \frac{3\times10^8}{f}\\ \text{或}\quad f &= \frac{3\times10^8}{\lambda}\end{aligned}\right\}\qquad(1.1\text{-}1)$$

频率的单位还常用千赫（kHz）、兆赫（MHz）、千兆赫（GHz），波长的单位还常用厘米（cm）、毫米（mm）。当频率的单位用千兆赫，波长的单位用厘米时，上式可改写为

$$\left.\begin{aligned}\lambda(\text{cm}) &= \frac{30}{f(\text{GHz})}\\ f(\text{GHz}) &= \frac{30}{\lambda(\text{cm})}\end{aligned}\right\}\qquad(1.1\text{-}2)$$

〔例 1.1-1〕 1970年我国第一颗人造地球卫星用20.009 MHz的频率播送“东方红”乐曲，它的波长是多少？

〔解〕 根据式（1.1-1）

$$\lambda=\frac{3\times10^{8}}{20.009\times10^{6}}\approx15\,\text{m}$$

〔例 1 1-2〕 某雷达机的工作波长是 10.5 cm，它的频率是多少？

〔解〕 根据式（1.1-2）

$$f=\frac{30}{10.5}\approx2.857\ \text{GHz}$$

无线电技术中应用的频率范围很广，频率不同，它的特点和用途也不同。通常按波长或频率划分为几个波段，如表 1-1 所示。

表1-1 波段的划分

波段名称		波长范围	频率范围	频段名称	主要用途
长波		>3000m	<100kHz	<30kHz 甚低频(VLF) 30～300kHz 低频(LF)	导航、通信
中波		200～3000m	100～1500kHz	300～3000kHz 中频(MF)	
中短波		50～200m	1.5～6MHz		广播
短波		10～50m	6～30MHz	3～30MHz 高频(HF)	广播、通信
超短波(米波)		1～10m	30～300MHz	甚高频(VHF)	电视、通信
微波	分米波	0.1～1m	300～3000MHz	特高频(UHF)	雷达、导航、通信
	厘米波	1～10cm	3～30GHz	超高频(SHF)	雷达等
	毫米波	1～10cm	30～300GHz	极高频(EHF)	雷达、导航

二、信号与频谱

为了利用无线电波来传递消息（语言、音乐等），就要用音频信号去调制高频的等幅波（电压或电流）。如图 1.1-1(*a*) 中，左边画出了振幅为 A_0，频率为 f_c 的等幅正弦波形（为简便，设其初相为零），右边是它的频谱图。频谱图的横坐标是频率，纵坐标是信号的振幅。图 1.1-1(*a*) 中的高频信号的频率是 f_c，故它的频谱图是一根高为 A_0，位于 f_c 处的直线段。如果有一频率为 F 的音频信号（频率 F 比 f_c 低得多），如图 1.1-1(*b*) 所示。若用这个音频信号去调制高频信号的振幅（这种调制方式称为调幅），则调制后的波形如图 1.1-1(*c*) 左图所示。由图 1.1-1(*c*) 可见，这时高频波的振幅将随着音频信号的变化而变化，这种经过调制后的高频信号叫做已调信号，它可以用电磁波的形式辐射到空间去。可见，这里等幅的高频信号实际上起着运载音频信号的运输工具的作用，常称它为载波。

图 1.1-1(*c*) 左图的已调信号可以表示为

$$f(t)=A_0(1+m\cos2\pi Ft)\cdot\sin2\pi f_ct$$

利用三角公式● 它可以展开成

$$\begin{aligned}f(t)&=A_0\sin2\pi f_ct+mA_0\cos2\pi Ft\cdot\sin2\pi f_ct\\&=A_0\sin2\pi f_ct+\frac{mA_0}{2}\sin2\pi(f_c+F)t\\&\quad+\frac{mA_0}{2}\sin2\pi(f_c-F)t\end{aligned}$$

● $\cos a\cdot\sin b=\frac{1}{2}[\sin(b+a)+\sin(b-a)]$

由上式可见，这个调幅信号是由三个正弦分量组成的，它们的频率分别为 f_c、f_c+F 和 f_c-F，这三个分量分布在 f_c-F 到 f_c+F 的频段内，或者说，这个调幅信号占据了以载波频率 f_c 为中心，宽度为 $2F$ 的频带。图 1.1-1(c) 右边是它的频谱图。

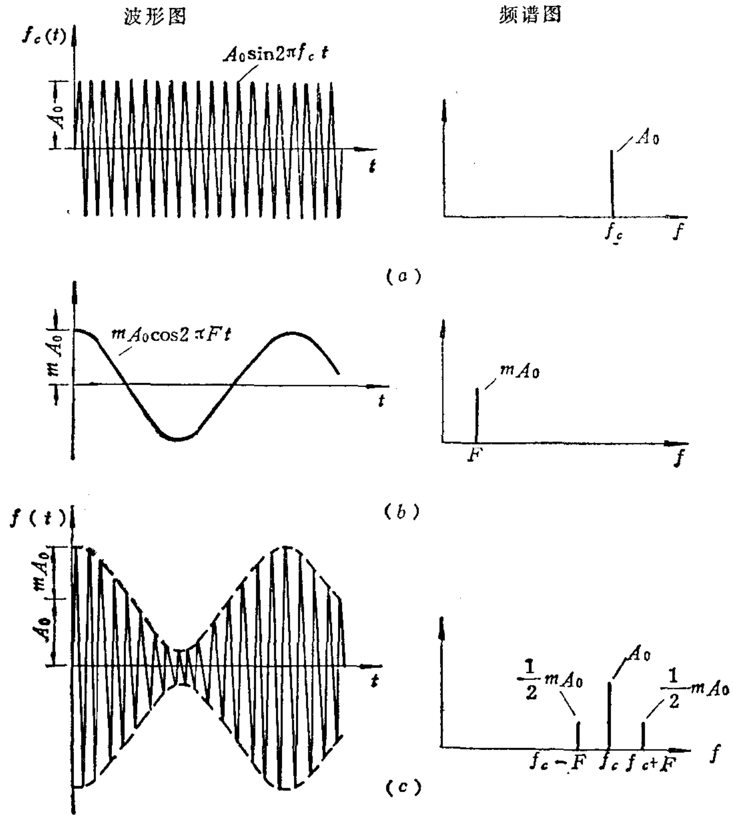


图1.1-1 调幅信号的频谱

(a)高频信号；(b)音频信号；(c)调幅信号。

上面的例子只是说明了，当音频信号只有一个频率的情形。实际上，无论是语言或音乐都是由许多音频信号组成的，因此当用它调制高频信号后，该已调信号是由许多频率分量组成的，它占有载波频率附近的一段频率，这常称为信号的频带宽度，简称带宽。无线电调幅广播的带宽约为 10 kHz，如图 1.1-2。通常说中央人民广播电台的频率是 540kHz，陕西省人民广播电台的频率是 690 kHz等，指的是载波频率，而当中央人民广播电台播音时，它发射的无线电波将占据 535～545 kHz的频率范围。如果在一个地区内，几个广播电台用相同的频率播音，由于相互干扰，将无法收听。为了能将各广播信号区分开，在一个地区不同的电台必须采用不同的载波频率，而且各电台的载波频率之间最少要相隔约 10 kHz。

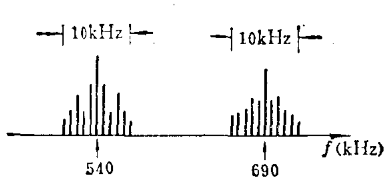


图 1.1-2

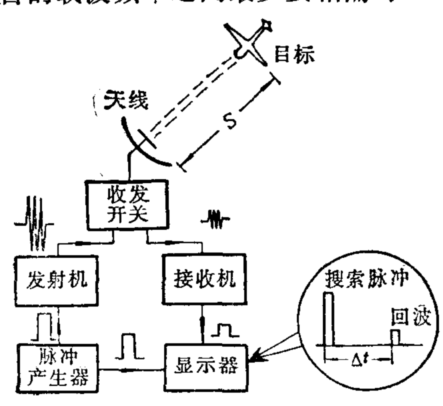


图1.1-3 雷达工作简图

电视也与无线电广播相似，只是在发射台用摄象机把图象（人物或景色）转换成图象信号（电压或电流），同时将语言或音乐转换为伴音信号，并分别将二者对高频载波调制（图象信号是调幅，伴音信号是调频，二者的载波频率不同），并发射到空间去，而在电视

接收机里把图象信号还原为显示在屏幕上的图象，把伴音信号还原为声音。电视信号的频带较宽，约为6 MHz（含图象和伴音），它的载波频率也比较高，约在48 MHz到223 MHz之间。

雷达也称为无线电定位，它利用无线电波受物体反射的原理来确定目标的位置。如图1.1-3，脉冲产生器产生视频脉冲信号，发射机通过天线发射出由脉冲调制的超高频（射频搜索脉冲）无线电波，无线电波在空间沿直线传播，遇到反射体（飞机、舰艇、山岳等）后，有一部分被反射，反射回来的超高频脉冲称为回波，它被接收机接收后，由显示器指示出来。

根据用途的不同，雷达机有的工作在米波波段或分米波波段，有的则工作在厘米波甚至毫米波波段。脉冲信号也占有一定的频带宽度，一般约为几兆赫，有的达到十几兆赫。

总之，无论是音频信号，电视的视频信号，还是雷达的脉冲信号等等，它们都是由许许多多不同频率的分量组成的，都占有一定的频带。为把这些信号传送到远方，都要用它们去调制高频载波，并通过天线将已调信号发射出去。已调制的高频信号有一定的载波频率，并占有一定的频带。

在接收机所在的地方，有各种各样的电磁波（如不同的广播电台、通信电台等等）。接收机应能从众多的电磁波中选择出所要接收的信号而抑制其他的干扰（凡是我们所不希望接收的各种电磁波统称为干扰），而且接收机应把信号占有的频带内主要的各频率分量都接收下来，这样才能重现原来的声音、图象等。例如，当要收听中央人民广播电台的节目时，接收机应能将频率为535～545 kHz的各分量接收，而抑制这个频带以外的各种信号，本章所讨论的振荡电路就能完成这个任务。

§1.2 串联振荡电路

如图1.2-1是由电感和电容组成的电路，称为串联振荡电路，图中 r 一般是电感线圈本身的电阻，电源 $\dot{U}$ 是频率为 f 的正弦电压。

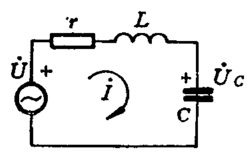


图 1.2-1

图中串联回路的总阻抗

$$Z = r + jx = ze^{j\varphi_z} \qquad (1.2\text{-}1)$$

式中

$$x = \omega L - \frac{1}{\omega C} \qquad (1.2\text{-}2)$$

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} \qquad (1.2\text{-}3)$$

串联回路中的复电流

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{r + jx} = \frac{\dot{U}}{\sqrt{r^2 + x^2}} e^{-j\,\mathrm{arctg}\frac{x}{r}} \qquad (1.2\text{-}4)$$

复电流的模和相角分别为

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{U}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ \varphi &= -\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{r} = -\mathrm{arctg}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r} \end{aligned}\right\} \qquad (1.2\text{-}5)$$

下面具体研究发生于串联振荡回路中的现象。

一、串联谐振

首先讨论串联回路的阻抗、电流和频率的关系，即式（1 2-2)、(1.2-3）及(1 2-5)。由式可见 对于不同的电源频率，阻抗的大小也不同，其中电阻 r 不随频率改变，电抗中感抗 ωL 随频率增高而增大，容抗 $\frac{1}{\omega C}$ 随频率增高而减小。所以电抗 $x=\omega L-\frac{1}{\omega C}$ 也将随频率而变化。当频率较低时，$\omega L<\frac{1}{\omega C}$，电路呈现电容性，随着频率的升高，$\omega L-\frac{1}{\omega C}$ 的绝对数值减小。当电源角频率改变到 ω_0 时，$\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}$，称为谐振，电抗为零。当频率再继续升高时，$\omega L>\frac{1}{\omega C}$，电路呈现电感性，随着频率的升高，电抗的数值增大。电路中电抗随频率变化的情形画在图 1.2-2(*a*）中。

由于在谐振时，电抗$\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)$的绝对数值为零，所以阻抗的模在电路谐振时为极小值，图 1.2-2(*b*）是阻抗随频率变化的情形。图 1.2-2(*c*）是回路中电流随频率变化的情形，在谐振时电流达到极大值。

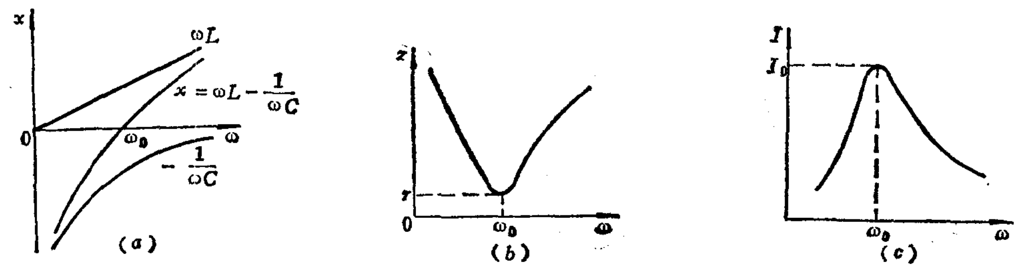


图 1.2-2

当回路中电抗 $x=\omega L-\frac{1}{\omega C}=0$ 时，称为串联谐振。这时的频率称为谐振频率，用字母 f_0 表示，角频率用 ω_0 表示。由于这时

$$\omega_0 L-\frac{1}{\omega_0 C}=0$$

可得

$$\left.\begin{aligned}\omega_0&=\frac{1}{\sqrt{LC}}\\ f_0&=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\end{aligned}\right\}\qquad(1.2\text{-}6)$$

或者

当电路发生串联谐振时，回路阻抗为极小值，且为电阻性；回路中电流达到极大值，并与电源电压同相，即

$$\left.\begin{aligned}Z_0&=r\\ \dot{I}_0&=\frac{1}{r}\dot{U}\end{aligned}\right\}\qquad(1.2\text{-}7)$$

谐振时感抗与容抗数值相等，即 $\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}$，考虑到 $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$，则 $\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}=$

$\sqrt{\frac{L}{C}}$。比值$\sqrt{\frac{L}{C}}$常称为特性阻抗，用字母ρ表示，即

$$\rho=\sqrt{\frac{L}{C}}=\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C} \tag{1.2-8}$$

数值$\frac{\omega_0 L}{r}$常称为回路的品质因数，用字母Q表示，由于谐振时$\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}$，所以它可以写为

$$Q=\frac{\omega_0 L}{r}=\frac{1}{\omega_0 Cr}=\sqrt{\frac{L}{C}}\cdot\frac{1}{r}=\frac{\rho}{r} \tag{1.2-9}$$

在电路谐振时，电感和电容上的电压为

$$\left.\begin{aligned}\dot U_{L_0}&=j\omega_0 L\dot I_0=j\frac{\omega_0 L}{r}\dot U=jQ\dot U\\ \dot U_{C_0}&=-j\frac{1}{\omega_0 C}\dot I_0=-j\frac{1}{\omega_0 Cr}\dot U=-jQ\dot U\end{aligned}\right\} \tag{1.2-10}$$

式（1.2-10）表明，谐振时，电感上的电压$\dot U_L$和电容上的电压$\dot U_C$大小相等，相位相反，它们的数值比电源电压大Q倍，所以串联谐振也称为电压谐振。在无线电技术中，传输电压信号很弱，常利用电压谐振现象来获得较高的电压，但在电力工程中，这种高压有时会使电容器或电感线圈的绝缘被击穿而造成损害，因此常常要避免谐振情况或接近谐振情况的发生。

电路的谐振频率是由电路本身参数决定的，它与外加电压无关。但仅当电源频率等于电路的谐振频率时，电路才呈现谐振现象。因此变动电源频率或变动元件（L或C）数值，都可以使电路发生谐振。例如无线电收音机内就是用改变电容(或电感)达到谐振的办法来选择所要接收的电台讯号的。

〔例 1.2-1〕 一串联振荡电路中，$L=50\mu H$，$C=200pF$，回路$Q=50$，电源电压$U=1mV$，试求电路的谐振频率，谐振时回路中的电流和电容上的电压。

〔解〕 由式（1.2-6）得电路的谐振频率

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{50\times10^{-6}\times200\times10^{-12}}}=1.59\times10^6\text{Hz}=1.59\text{MHz}$$

为求出谐振时的回路电流，需先求得电路中的电阻，由式（1.2-9）$Q=\sqrt{\frac{L}{C}}\cdot\frac{1}{r}$，

故
$$r=\sqrt{\frac{L}{C}}\ \frac{1}{Q}=\sqrt{\frac{50\times10^{-6}}{200\times10^{-12}}}\cdot\frac{1}{50}=10\Omega$$

所以谐振时电流

$$I_0=\frac{U}{r}=\frac{1(\text{mV})}{10}=0.1\text{mA}$$

由式（1.2-10）可得电容上的电压

$$U_C=Q\cdot U=50\times1(\text{mV})=50\text{mV}$$

二、谐振时回路中的能量关系

如在电路发生串联谐振时，回路中电流的瞬时值为

$$i=\sqrt{2}\,I_0\sin\omega_0 t$$

这时电容两端的电压振幅为 $U_{cm}=\sqrt{2}\cdot\dfrac{I_0}{\omega_0 C}$，相位落后于电流 $\dfrac{\pi}{2}$，所以电容上电压的瞬时值为

$$u_C=\frac{\sqrt{2}\,I_0}{\omega_0 C}\sin\left(\omega_0 t-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}\,I_0}{\omega_0 C}\cos\omega_0 t$$

这时电容中储存的电能和电感中储存的磁能分别为

$$\left.\begin{aligned} w_C&=\frac{1}{2}Cu_C^2=\frac{1}{2}C\cdot\frac{2I_0^2}{\omega_0^2C^2}\cos^2\omega_0 t=LI_0^2\cos^2\omega_0 t\\ w_L&=\frac{1}{2}Li^2=LI_0^2\sin^2\omega_0 t\end{aligned}\right\}\qquad(1.2\text{-}11)$$

电容储存的电能与电感储存的磁能总和为

$$w=w_C+w_L=LI_0^2(\cos^2\omega_0 t+\sin^2\omega_0 t)=LI_0^2\qquad(1.2\text{-}12)$$

可见，总的储能 w 是不随时间变化的，图 1.2-3 画出了 i，u_C，w_C，w_L 随时间变化的规律。

由图可见，电场的储能和磁场的储能都随时间作周期性变化。在第一个 1/4 周期内$\left(0\sim\dfrac{\pi}{2}\right)$，电场能量逐渐减小，磁场能量逐渐增加，电能逐渐转换为磁能。当电场能量减小到零时（这时 $u_C=0$），磁场能量达到极大值，这时全部储能转换为磁能。在第二个 1/4 周期$\left(\dfrac{\pi}{2}\sim\pi\right)$，磁场能量逐渐减少，电场能量增加，磁能又逐渐转换为电能，当磁能减小到零时（这时 $i=0$），电场能量达到极大值，这时全部储能都转换为电能。以后的情况与上相似。总之，在振荡电路中，电能和磁能以振荡的形式互相转换着，而总的储存能量保持不变。

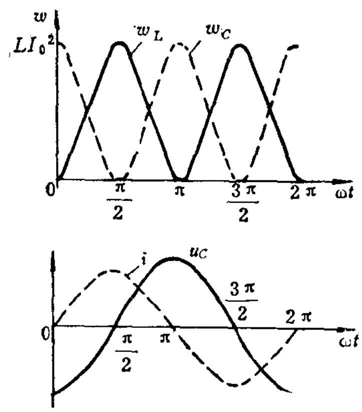


图1.2-3　串联振荡电路中的能量关系

这时电源供给电路的能量，全部转化为电阻 r 上消耗的热能。电阻上吸收的平均功率为 $P=I_0^2r$。所以，在一周期 T 内，电阻上消耗的电能为

$$w_T=P\cdot T=I_0^2r\cdot T=\frac{I_0^2r}{f_0}$$

由式（1.2-12），回路总储能 w 与电阻上一周期内消耗能量 w_T 的比值

$$\frac{w}{w_T}=\frac{LI_0^2}{\dfrac{I_0^2r}{f_0}}=\frac{\omega_0 L}{r}\cdot\frac{1}{2\pi}=\frac{Q}{2\pi}$$

所以品质因数 Q 又可以写为

$$Q=2\pi\frac{w}{w_T}=2\pi\frac{\text{谐振时回路储存的总能量}}{\text{一周期内回路中消耗的能量}}\qquad(1.2\text{-}13)$$

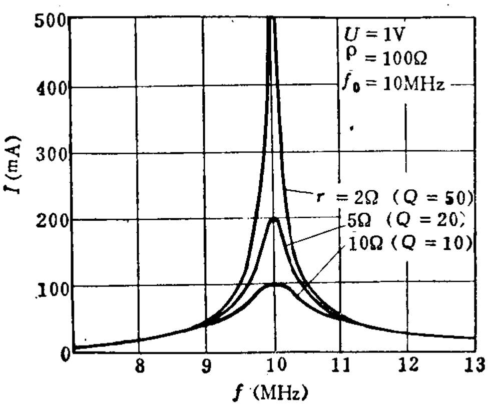
可见，电路的品质因数Q表明了回路中电磁场的储能与损耗能量的关系。

三、谐振曲线

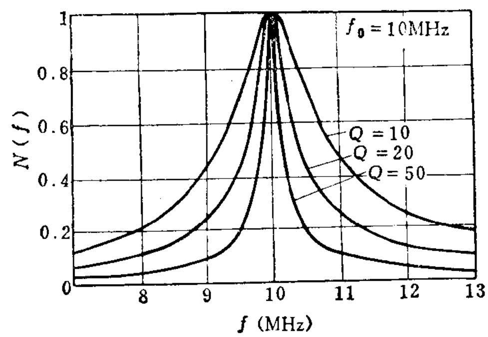
前面讨论了串联振荡电路谐振时的特点，现在来研究串联振荡电路的频率特性，即串联振荡电路中电流与电源频率的关系（也叫谐振曲线）。为此，将式（1.2-5）中的电流的模I写为$I(f)$，即

$$I(f)=\frac{U}{\sqrt{r^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \tag{1.2-14}$$

如果电源电压U和元件参数保持不变，就可以画出I与频率的关系。图1.2-4(a)画出了r的数值不同时的频率特性。由图可见，当电路对电源频率谐振时，回路中电流达到极大值，失谐时（即离开谐振频率时），电流较小，失谐愈大（即离开谐振频率愈远），电流愈小。回路中电阻愈小，则谐振时的电流也愈大，在失谐较大时，电流几乎与电阻的数值无关，这是由于在失谐很大时，电路中的电抗比电阻大得多的缘故。



(a)



(b)

图1.2-4 串联振荡电路的谐振曲线

图1.2-4(a)的曲线比较具体，但它不便于反映一般情况，例如当$\rho=\sqrt{\frac{L}{C}}\neq 100\ \Omega$时，它就说明不了问题。为了更深刻、更完全的反映串联振荡电路的性质，通常研究比值$\frac{I(f)}{I_0}$与频率的关系。这样做也常称为归一化，就是把谐振时的数值当作1，来研究在其它频率时的电流与谐振时的电流的百分比。

比值$\frac{I(f)}{I_0}$常称为谐振函数，用$N(f)$表示，即

$$N(f)=\frac{I(f)}{I_0} \tag{1.2-15}$$

这样，根据式（1.2-7）和（1.2-14）得

$$N(f)=\frac{I(f)}{I_0}=\frac{U}{\sqrt{r^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\cdot\frac{1}{\frac{U}{r}}=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{r}\right)^2}}$$

考虑到 $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 和 $Q=\frac{\omega_0 L}{r}$，上式分母中

$$\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{r}=\frac{\omega_0 L\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{1}{\omega_0 L\omega C}\right)}{r}=Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)=Q\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right) \tag{1.2-16}$$

于是得谐振函数

$$N(f)=\frac{I(f)}{I_0}=\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)^2}} \tag{1.2-17}$$

图 1.2-4(*b*) 是根据式(1.2-17)画出的不同Q值的谐振曲线。由图可见，回路Q值愈高，曲线愈尖锐。就是说，在谐振频率附近回路电流较大，在远离谐振频率处则较小，而且Q值愈高，二者相差就愈大；所以在电子线路中常用这种电路从许多不同频率的信号中选择我们所需要的信号。例如收音机就是用调节回路电容（或电感）使回路对所要接收的电台的载波频率谐振（这常称为调谐）的办法，来选择电台。振荡电路的这种性质常称为选择性。可见，Q值愈高，选择性愈好。

当失谐不大时●，即离开谐振频率不太远时，$f+f_0\approx 2f$，于是

$$\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}=\frac{(f+f_0)(f-f_0)}{f_0 f}\approx\frac{2(f-f_0)}{f_0}=\frac{2\Delta f}{f_0} \tag{1.2-18}$$

式中 $\Delta f=f-f_0$，是相对于谐振频率 f_0 的失谐量（也叫频偏），这时式（1.2-17)可以近似写为

$$N(f)\approx\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{2\Delta f}{f_0}\right)^2}} \tag{1.2-19}$$

在这种近似条件下，谐振曲线可以看作是对中心频率 f_0 是对称的。

〔例 1.2-2〕 某晶体管收音机输入回路的电感量$L=310\,\mu\text{H}$，今欲收听中央人民广播电台第一套节目，其载波频率为 540 kHz。问这时调谐电容应是多少？

〔解〕 为能收听到 540 kHz 的电台，应调节电容C使回路对 540 kHz 谐振。由于谐振频谐 $f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$，所以

$$C=\frac{1}{(2\pi f_0)^2 L}=\frac{1}{(2\pi\times540\times10^3)^2\times310\times10^{-6}}=280\text{pF}$$

〔例 1.2-3〕 上题中，若回路品质因数$Q=50$，中央台（540 kHz）的信号在线圈中感应电压为 1 mV，同时有一频率为 600 kHz 的电台在线圈中感应电压也为 1 mV，试求二者在回路中产生的电流（电路已对 540 kHz 谐振）。

〔解〕 由于电路已对 540 kHz 谐振，故回路电流

$$I(540)=I_0=\frac{E}{r}$$

● 当$\frac{|f-f_0|}{f_0}<0.1$时，用近似公式（1.2-18），即用$\frac{2\Delta f}{f_0}$代替$\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}$，其误差小于5%。

因 $$Q=\frac{\omega_0 L}{r}，故\ r=\frac{\omega_0 L}{Q}$$

$$I(540)=\frac{EQ}{\omega_0 L}=\frac{1\times10^{-3}\times50}{2\pi\times540\times10^3\times310\times10^{-6}}=47.5\times10^{-6}\,\text{A}=47.5\,\mu\text{A}$$

频率为 600 kHz 的电压产生的电流，可由式（1.2-17）得

$$I(600)=I_0\cdot\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)^2}}=47.5\frac{1}{\sqrt{1+(50)^2\left(\frac{600}{540}-\frac{540}{600}\right)^2}}=4.48\,\mu\text{A}$$

由上例看见，由于回路的选择性使感应电压相同的两个信号在回路中产生的电流相差10倍以上。

在实际应用中，除研究谐振曲线（也叫振幅频率特性）外，有时还需要研究相位频率特性，即电流的相位与频率的关系。由式（1.2-5）知串联振荡电路中，电流的相角（实际是电流 $\dot{I}$ 与电源电压 $\dot{U}$ 的相位差）

$$\varphi(f)=-\ \text{arctg}\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{r}$$

将式（1.2-16）代入得

$$\varphi(f)=-\text{arctg}Q\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right) \tag{1.2-20}$$

图 1.2-5 画出了串联振荡电路的相位频率特性，当 $f<f_0$ 时，电路为电容性，电流 $\dot{I}$ 引前于电压 $\dot{U}$；谐振时，二者同相；当 $f>f_0$ 时，电路为电感性，电流落后。还可以看到，电路 Q 值愈高，在 f_0 附近相位特性的斜率愈陡直。

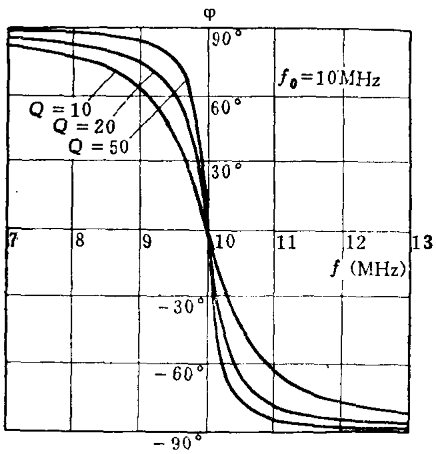


图 1.2-5

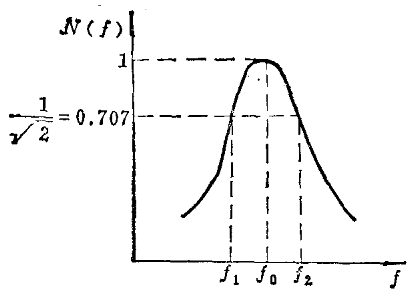


图1.2-6 通频带

四、通频带

由以上讨论可见，振荡电路有一定的选择性，而且 Q 愈高，谐振曲线愈尖锐，选择能力也愈强。可是信号占有一定的频带，如果电路的 Q 值太高，曲线过于尖锐，将会过多的削弱所要接收信号中的主要频率成份，因此回路 Q 值也不能太高。为了衡量回路对信号的通过能力，通常规定在谐振曲线上，$N(f)>\frac{1}{\sqrt{2}}$ 所包含的频率范围称为电路的通频带（见图 1.2-6），用字母 B 表示。即

$$B=f_2-f_1 \tag{1.2-21}$$

由式（1.2-17），令其大于等于$\frac{1}{\sqrt{2}}$，即

$$N(f)=\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)^2}}\geqslant\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{1.2-22}$$

上式取等号，可以解得在通频带边界的频率 f_1 和 f_2，从而求得通频带●

$$B=f_2-f_1=\frac{f_0}{Q} \tag{1.2-23}$$

● 式（1.2-23）的推导

由式（1.2-22）取等号，即

$$\frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

两边倒数的平方为
$$1+Q^2\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)^2=2$$

即
$$Q^2\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)^2=1$$

两边开方并除以 Q 得
$$\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)=\pm\frac{1}{Q}$$

可见 f 有两个根 f_1 和 f_2，其中

$$\frac{f_1}{f_0}-\frac{f_0}{f_1}=-\frac{1}{Q} \tag{1.2-24}$$

$$\frac{f_2}{f_0}-\frac{f_0}{f_2}=\frac{1}{Q} \tag{1.2-25}$$

由式（1.2-24），将等号左边通分得

$$\frac{f_1^2-f_0^2}{f_0f_1}=-\frac{1}{Q}$$

即
$$f_1^2+\frac{f_0}{Q}f_1-f_0^2=0$$

可以解得

$$f_1=-\frac{f_0}{2Q}\pm\sqrt{\left(\frac{f_0}{2Q}\right)^2+f_0^2}$$

由于负的频率没有意义，故取+号，即

$$f_1=-\frac{f_0}{2Q}+\sqrt{\left(\frac{f_0}{2Q}\right)^2+f_0^2}$$

同样的方法，由式（1.2-25）可以解得

$$f_2=\frac{f_0}{2Q}+\sqrt{\left(\frac{f_0}{2Q}\right)^2+f_0^2}$$

于是得
$$B=f_2-f_1=\frac{f_0}{Q}$$