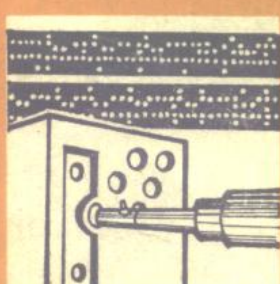
高等学校试用教材

试验技术

吉林工业大学丁汉哲 主编



机 械 工 业 出 版 社

高等学校试用教材

试　验　技　术

吉林工业大学丁汉哲　主编

机械工业出版社

ZQ55/27
10

试验技术

吉林工业大学丁汉哲 主编

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

北京市密云县印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张 24 3/4·字数 604 千字

1982年7月北京第一版·1982年6月北京第一次印刷

印数 00,001—6,000·定价 2.55 元

*

统一书号：15033·5119

前　言

本书是根据一九七八年四月高等院校一机部对口专业座谈会上拟订的出版计划和八月在太原召开的专业会议上确定的《试验技术》教学大纲编写的。《试验技术》课程列为重要的技术基础课，学时数定为60～80学时。

本教材的内容有如下特点：1. 内容分试验基本理论和测量技术两大部份。基本理论中概要地介绍了试验研究中必须掌握的理论知识；测量技术部份则按信号的变换、传输、测量、记录以及处理这一体系编写，便于学生全面而系统地掌握测量技术。2. 教材内容只包括试验研究必须掌握的理论和技术，而不包括某类专业的内容，因而本教材适用于机械类产品设计各专业。3. 内容考虑到八十年代发展的需要。在写法上便于自学。

《试验技术》课程的任务是，使学生掌握一定的试验理论与测量技术知识，对试验研究能力进行初步的训练。本教材是该课的主要教科书，对从事产品设计、试验研究的工程技术人员也是必要的参考书。

本书绪论、第一章、第三章、第四章、第六章、第七章、第八章和第十章由吉林工业大学丁汉哲同志编写；第二章和第九章由上海交通大学佟德纯同志编写；第五章由同济大学石来德同志编写，全书由丁汉哲同志主编。

本书由上海交通大学叶庆泰和陈刚同志主审；由一机部教材编辑室高文龙同志任责任编辑，参加教材审查的单位还有，太原重型机械学院，大连工学院，重庆大学，河北水利水电学院，天津工程机械研究所和长春汽车研究所等，这些同志热情地对教材提出了许多宝贵意见，我们表示真诚地谢意。

在教材编写过程中，还曾得到许多兄弟院校、研究所、仪表厂和部队的无私支持，在此一并表示衷心感谢。

由于我们水平有限，教材一定还存在不少问题，为了不断提高这本教材的质量，我们热切地希望同志们批评指正。

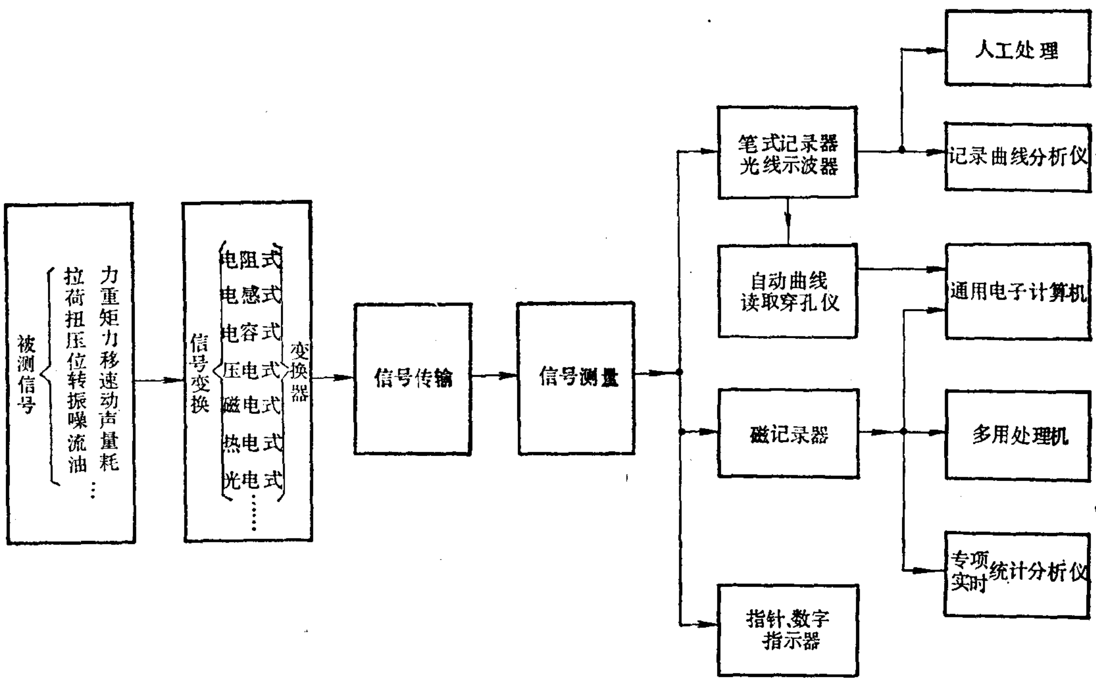
目　　录

第二篇 测量技术

绪　论

没有试验技术则没有科学。试验技术和科学在各自发展与相互促进的对立统一关系中，不断发展着。在产品的零部件与整机结构研究、性能研究以及相应的基础理论研究时，只有运用试验技术进行试验研究才能获得预期的结果；在产品的设计过程中，尤其是大型、重要装置设计中，只有依据试验技术进行了试验研究，才能使设计的产品建立在坚实的科学基础之上；同样，在产品的生产过程中，更是从未离开过试验技术，不断完善的测量技术使产品的加工与装配，达到人们对产品更高的设计要求；产品的鉴定，就更是运用各种先进的试验技术对产品作出准确判定的过程。实践已向我们指出，第一流产品的产生，试验技术是它的重要基石。

近年来，试验技术的发展是突飞猛进的，尤其随着电子计算机、半导体器件以及电子技术的发展，一个完整的测量体系已日臻完善。近代测量系统如下图所示。



近代测量系统图

由于各领域中各种测量目的的要求，形形色色的高质量变换器和传感器不断涌现，尤其是各种新型半导体变换器件的产生，使信号检出、变换的精度和灵敏度大为提高。磁记录技术的日益成熟，使信号的记录越来越多的采用磁记录器来完成，特别是便携式多通道磁带记录器得到广泛使用。数据处理的硬件、软件两方面都得到显著的发展，磁带记录器的信号可以直接输入相关仪和频谱分析仪中，进行数据处理；近几年依快速付里叶变换软件进行高速计算的信号处理机系统，如雨后春笋，性能不断完善，因而大量的测量数据能得到自动的高

精度的处理。记录曲线也可以经自动、半自动曲线读取穿孔仪，输至大型电子计算机中进行处理。

试验技术是研究试验规律、方法和测量技术的学科。因而，《试验技术》课应具有两大部份内容——试验基本理论和测量技术。根据近代试验技术发展的现状以及本课程设置的目的，试验基本理论和测量技术包括如下内容：试验基本理论包括——相似理论、信号分析理论、测量系统的特性、试验规划等。测量技术包括——信号变换、信号传输、信号测量、信号记录、信号处理以及室内快速疲劳模拟试验技术等。

现代科学研究包括理论研究与试验研究，因此除数学、力学等基础外，试验研究能力也应是工程科技人才的重要基础。《试验技术》课的特点是牵扯的知识面广，实践性强。因而在学习方法上值得注意的是，一方面重视相关学科理论知识的学习；另一方面也必须重视实践环节，勤于亲自动手方能奏效。

第一篇　试验基本理论

第一章　相似理论

研究量与量间的规律性，常是我们搞科学研究所致力的。研究量间关系的方法，首先有数学方法，运用数学这一有力工具，分析被研究对象，建立微分方程式，给出边界条件求出量间的规律。数学方法虽然是个强有力的方法，然而对较复杂的对象常需经简化后才能解出，这种简化或多或少的歪曲了实际，从而给得到的规律带来误差；有时由于对象的复杂，即使建立了微分方程也无法解出；有时甚至难以建立相应的微分方程。这时人们常采用另一种方法——直接实验方法，对被研究对象直接进行实验，以求出量间的规律。直接实验法是实验研究中最常采用的有效方法。但是，这种方法存在着局限性，实验结果只能适用和实验条件完全相同的对象上；对重要的、大型的、复杂的装备，常要求在装备设计制造之前，研究掌握它的某些量间的规律，这时直接实验法将无从谈起；有时由于实验条件的限制，对研究对象进行直接实验常是相当困难，甚至是不可能的。这时，另一种实验研究方法——模型实验方法，是极为有效的方法。

模型实验方法，是以相似理论为根据，建立模型，通过模型实验得到某些量间的规律，然后再把获得的规律推广到实际对象上。这种方法，由于运用相似的原理和采用模型，因而，其实验结果可以推广应用到与之相似的所有对象；并且能够研究直接实验无法进行的对象以及在装备设计制造前要求研究的对象。

相似理论是近百年来科学中的一个新领域。以相似理论为基础的模型实验方法，已在固体力学、流体力学、热学以及电磁学等领域得到广泛的应用，它是探明大型复杂设备、复杂物理化学过程内部规律的有力手段。对于机械类产品设计的科技人员，掌握初步的相似理论知识，已经成为其实验研究能力的必要组成部份。这就是本章设置的目的。

本章简要介绍相似三定理；导出相似准则的方法；实验数据综合方法和相似理论应用举例。

§1-1　相似原理

一、相似的概念

几何相似：

我们熟知的几何学中的相似图形，就是几何相似，几何相似就是空间相似。如图 1-1 为两个相似三角形 A 和 B。所谓三角形相似，就一定是两三角形对应的边长互成比例，且比例相等。

即
$$\frac{l''_1}{l'_1}=\frac{l''_2}{l'_2}=\frac{l''_3}{l'_3}=C_l \tag{1-1}$$

式中　C_l——常数。

时间相似：

所谓时间相似，是对应的时间间隔互成一定的比例。如图 1-2 示。

即
$$\frac{t''_1}{t'_1}=\frac{t''_2}{t'_2}=\cdots\cdots=$$
$$\frac{t''_5}{t'_5}=\frac{t''}{t'}=C_t \qquad (1\text{-}2)$$

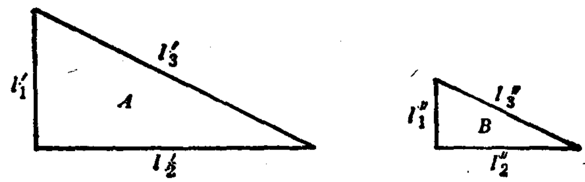


图1-1　相似三角形

运动相似：

所谓运动相似，是两个系统中对应点，在对应时刻，速度（加速度）互成一定的比例。

即
$$\frac{w''_0}{w'_0}=\frac{w''_1}{w'_1}=\cdots\cdots=$$
$$\frac{w''}{w'}=C_w \qquad (1\text{-}3)$$

这里，所谓在两个系统中对应点和对应时刻，则意味着空间相似和时间相似。

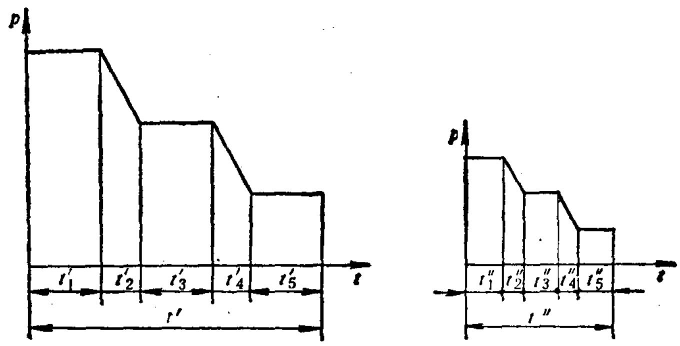


图1-2　时间相似

动力相似：

所谓动力相似，是两个系统中，在对应点和对应时刻，所受的力互成一定的比例。

即
$$\frac{F''}{F'}=\frac{m''a''}{m'a'}=\frac{m''}{m'}C_a \qquad (1\text{-}4)$$

可见，在加速度互成比例 C_a 的运动相似系统间，只要对应的质量互成一定比例，则两个系统便动力相似。

应力场相似：

所谓应力场相似，是两个系统中，在对应时刻，对应点上应力方向一致，而大小互成一定的比例。或者说是应力场的几何相似。如图 1-3 示。

即
$$\frac{\sigma''_1}{\sigma'_1}=\frac{\sigma''_2}{\sigma'_1}=\cdots\cdots=\frac{\sigma''}{\sigma'}=C_\sigma \qquad (1\text{-}5)$$

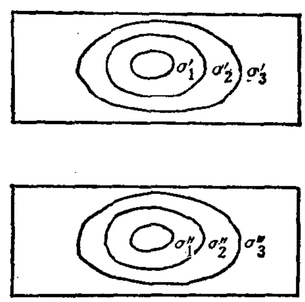


图1-3　应力场相似

此外，与应力场相似完全一样的，还有温度场相似、速度场相似、压力场相似、电磁场相似……等，这些都是场的几何相似。

综上所述，现象相似是在同一特性现象中，表征现象的所有量，在空间中相对应的各点和在时间上相对应的各瞬间，各自互成一定的比例。也可见相似的现象，自然发生在空间和时间相似的系统中。

二、相似第一定理

相似第一定理亦称相似正定理。相似第一定理告诉我们，凡彼此相似的现象都具有什么样的性质。

相似第一定理：凡彼此相似的现象，必定具有数值相同的相似准则。

下面对相似第一定理做简要的说明。

首先，以简单的相似三角形为例说明之。如图 1-1 。由几何相似的概念得知，两三角形相似，对应边长必互成比例，且比值相等。

即

$$\frac{l_1''}{l_1'}=C_{l1};\quad \frac{l_2''}{l_2'}=C_{l2};\quad \frac{l_3''}{l_3'}=C_{l3} \tag{1-6}$$

$$C_{l1}=C_{l2}=C_{l3} \tag{1-7}$$

C_{l1}、C_{l2}、C_{l3} 称为相似倍数。

那么，同一三角形两边之比，在相似三角形间具有什么特点？如同一三角形某两边之比

$$\frac{l_1'}{l_2'}=K_{12}' \quad 或 \quad \frac{l_1''}{l_2''}=K_{12}'' \tag{1-8}$$

将式(1-6)代入式(1-8)，

$$\frac{l_1''}{l_2''}=\frac{C_{l1}l_1'}{C_{l2}l_2'}=\frac{l_1'}{l_2'}=\frac{l_1}{l_2} \tag{1-9}$$

或

$$K_{12}''=K_{12}'=K_{12}$$

由式 (1-9) 可见，同一三角形中两边之比，在各相似的三角形中这一比值也相等。我们把在各相似三角形间数值都相同的这一比值$\frac{l_1}{l_2}$，称为相似准则。

由此我们可以得知，凡彼此相似的三角形，必定具有数值相同的相似准则$\frac{l_1}{l_2}$。

相似三角形的相似准则就是同一三角形的某两边长之比。此外，同一三角形的两边长比有三个如：

$$\frac{l_1'}{l_2'};\quad \frac{l_1'}{l_3'};\quad \frac{l_2'}{l_3'}$$

然而，独立的只有其中两个，所以，相似三角形的相似准则有两个。

相似准则给我们带来很大方便。例如，图 1-1 中三角形 A 的 l_1' 边，是相当高的不能直接量出的高度，现已知三角形 B 与 A 相似，我们可以用三角形 B 求出相似准则；如$\frac{l_1''}{l_2''}=K_{12}$。由于相似三角形中相似准则数值相同，所以，三角形 A 中的$\frac{l_1'}{l_2'}=K_{12}$，即 B 中的测量结果可以推广到 A 中，这时，当已知 l_2' 时，便可以得知欲求的高度 $l_1'=K_{12}l_2'$。此外，相似准则 K_{12} 不但只适用于 A，而且适用于和 B 相似的一切三角形。

其次，我们再以运动相似为例予以说明。由相似概念知，运动相似是两个系统中对应点在对应时刻速度互成一定比例。

任何系统运动的瞬时速度，都可用如下微分方程描述

$$w=\frac{dl}{dt}$$

则在 A 系统中方程为

$$w'=\frac{dl'}{dt'} \tag{1-10}$$

在B系统中方程为

$$w'' = \frac{dl''}{dt''} \tag{1-11}$$

由于两系统相似，则各个对应量互成比例。

即

$$\left.\begin{aligned}\frac{w''}{w'} &= C_w \\ \frac{t''}{t'} &= C_t \\ \frac{l''}{l'} &= C_l\end{aligned}\right\} \tag{1-12}$$

式中　C_w、C_t、C_l称为相似倍数。

两个系统的运动相似所具有的性质，我们还可以转换一下形式，更明确的表示出来。现把式(1-12)代入式(1-11)得

$$C_w w' = \frac{C_l dl'}{C_t dt'}$$

即

$$\frac{C_w C_t}{C_l} w' = \frac{dl'}{dt'} \tag{1-13}$$

所以

$$\frac{C_w C_t}{C_l} = 1 \tag{1-14}$$

式(1-14)的左端称为相似指标，它标志着两个运动系统是否相似。

由式(1-14)可以得到：两个运动系统相似，可以表示为其相似指标等于1。

同时，从式(1-14)也可看到，各相似倍数不能是任意的，C_w、C_t和C_l彼此是相互联系着的。

现将式(1-14)进一步转换，将式(1-12)代入式(1-14)中，则得

$$\frac{\dfrac{w''}{w'}\ \dfrac{t''}{t'}}{\dfrac{l''}{l'}} = 1$$

整理后得

$$\frac{w't'}{l'} = \frac{w''t''}{l''} = \frac{wt}{l} = \text{不变量} \tag{1-15}$$

将这两个运动相似系统间数值都相同的这一综合量$\frac{wt}{l}$称为相似准则。

由式(1-15)我们可得出结论：凡彼此相似的运动，必定具有数值相同的相似准则$\frac{wt}{l}$。

相似准则给我们以很大方便。例如，在模型系统中它指出应该测量w''、t''和l''三个量，从而获得相似准则$\frac{w''t''}{l''}$，然后推广到原型系统中，得到原型中w'、t'和l'三者的关系。

再次，可举动力相似为例。由相似的概念知，动力相似是两个系统在对应点和对应时刻，所受的力互成一定的比例。根据牛顿第二定律，任何物体的受力运动必服从如下微分方程

$$F = m\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$$

在 A 系统中方程为

$$F' = m'\frac{\mathrm{d}w'}{\mathrm{d}t'} \tag{1-16}$$

在 B 系统中方程为

$$F'' = m''\frac{\mathrm{d}w''}{\mathrm{d}t''} \tag{1-17}$$

由于两系统相似，则各个对应量互成比例，即：

$$\frac{F''}{F'} = C_F; \quad \frac{m''}{m'} = C_m; \quad \frac{w''}{w'} = C_w; \quad \frac{t''}{t'} = C_t \tag{1-18}$$

将式(1-18)代入式(1-17)中，进行与前述一样的相似转换，首先得相似指标

$$\frac{C_F C_t}{C_m C_w} = 1 \tag{1-19}$$

再将式(1-18)代入式(1-19)得到相似准则

$$\frac{F't'}{m'w'} = \frac{F''t''}{m''w''} = \frac{Ft}{mw} = Ne \tag{1-20}$$

这一准则称牛顿准则，用 Ne 表示。

由式(1-20)可得出结论：凡彼此相似的受力运动，必定具有数值相同的相似准则，即牛顿准则 Ne。

综合上述例子，我们对相似第一定理概括说明如下：

由相似的概念知，现象的相似，是具有同一特性的现象中，表征现象的所有量，在空间中相对应的各点和时间上相对应的各瞬间，各自互成一定的比例。

根据相似的概念，相似的现象，必然是具有同一特性的现象（但并非同种类现象），即表征现象的所有量间的关系，必服从同一自然规律，若将量间关系的规律用数学方程式表示，则必为同一方程式所表示。

根据相似的概念，相似的现象，自然在空间和时间相似的系统中，在各系统的对应点上，方程中的各个量，各自互成一定比例，具有一定的相似倍数。

由相似概念给出了相似现象所具有的上述性质。为了更明确和使用方便，我们把上述性质转换一下表示形式：把相似倍数式代入描述相似现象的方程式中，于是得到相似指标式。这样，相似现象的性质可明确的表示为：相似的现象它们的相似指标等于1。由此还可以看到，各相似倍数不能都是任意的，它们间的关系由相似指标式联系着。

为使用方便进一步转换，把相似倍数式代入相似指标式中，于是得到在各相似系统间数值都相同的一种综合量，把这种综合量称为相似准则。这样，相似现象所具有的性质可进一步表示为：相似现象间都具有数值相同的相似准则。

于是我们得到相似第一定理所述的结论：凡彼此相似的现象，必定具有数值相同的相似准则。

由于相似准则在各相似系统中数值相同，因而在模型试验研究中，能够把在模型系统中得到的相似准则推广到原型系统中。

还应指出，随现象规律不同，相似准则不止一个。

无量纲（零因次）是相似准则的主要属性。

三、相似第二定理

相似第二定理亦称相似逆定理。相似第二定理告诉我们，满足什么条件，现象才能相似。也即模型实验必须遵守哪些条件，模型中所出现的现象才能与实物（原型）中的现象相似。

相似第二定理：凡具有同一特性的现象，当单值条件彼此相似，且由单值条件的物理量所组成的相似准则在数值上相等，则这些现象必定相似。

下面对相似第二定理做简要的说明。

先以简单的三角形为例。如图 1-1 所示的两三角形，如果具有对应的边长互成比例，且比值相等的条件，即：

$$\frac{l_1''}{l_1'}=C_{l1}\ ;\quad \frac{l_2''}{l_2'}=C_{l2}\ ;\quad \frac{l_3''}{l_3'}=C_{l3}$$

$$C_{l1}=C_{l2}=C_{l3}$$

则由几何相似概念知，两个三角形必定相似。

现已知两个三角形的相似准则数值相等，即：

$$\frac{l_1'}{l_2'}=\frac{l_1''}{l_2''}=\frac{C_{l1}l_1'}{C_{l2}l_2'}$$

$$\frac{l_2'}{l_3'}=\frac{l_2''}{l_3''}=\frac{C_{l2}l_2'}{C_{l3}l_3'}$$

必

$$C_{l1}=C_{l2}=C_{l3}$$

而满足这一条件两三角形相似。所以，当两个三角形的相似准则数值相等，则这两个三角形必定相似。

三角形的相似准则数值相等，是三角形相似的充分而必要的条件。具有这一条件的两三角形必相似，三角形相似性质也表现出对应的高成比例且比值相等；对应的角相等等。

再以运动相似为例。当已知两个运动的相似准则数值相等，即：

$$\frac{w't'}{l'}=\frac{w''t''}{l''}$$

则

$$\frac{\dfrac{w''}{w'}\ \dfrac{t''}{t'}}{\dfrac{l''}{l'}}=\frac{C_wC_t}{C_l}=1$$

设一运动方程为

$$w''=\frac{\mathrm{d}l''}{\mathrm{d}t''}$$

将对应量的

$$\frac{l''}{l'}=C_l;\qquad \frac{t''}{t'}=C_t;\quad \frac{w''}{w'}=C_w$$

代入，得

$$\frac{C_tC_w}{C_l}w'=\frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}t'}$$

即
$$w'=\frac{\mathrm{d}l'}{\mathrm{d}t'} \tag{1-21}$$

所以，当相似指标$\frac{C_t C_w}{C_l}=1$时，表明两个运动能用文字上完全相同的方程表示。

若这两个运动的单值条件完全相同，则得到的解将是一个，无疑这两个运动是完全相同的同一运动；若这两个运动的单值条件相似，则得到的解也是互为相似的，即这两个运动是彼此相似的运动；若这两个运动的单值条件既不相同也不相似，则得到的仅是服从同一自然规律的两个互不相同也不相似的运动。

所以，当两个运动的单值条件相似，且它们的相似准则数值相等，则这两个运动必定相似。

综上所述，我们可得到相似第二定理所述的结论：凡具有同一特性的现象，当单值条件彼此相似，且由单值条件的物理量所组成的相似准则在数值上相等时，则这些现象必定相似。

这就是做模型实验必须遵守的条件或法则，也称模型法。

四、相似第三定理

相似第三定理亦称Π定理。相似第三定理告诉我们，如何整理实验结果，使在模型上所得到的这一实验结果能推广到与之相似的实物上去。

相似第三定理：当一现象由n个物理量的函数关系来表示，且这些物理量中含有m种基本量纲时，则能得（$n-m$）个相似准则；描述这现象的函数关系式，可表示成（$n-m$）个相似准则间的函数关系式。

（一）量纲的概念

长度的单位可用“米”、“厘米”……等，但无论用哪种单位，作为物理量的种类它们都属长度，以〔L〕表示；时间的单位可用“秒”、“小时”……等，但不管用哪个单位，作为物理量的种类它们都是时间，以〔T〕表示；再如力的单位可用“达因”、“牛顿”……等，但不论哪个单位，作为物理量的种类它们都属力，用〔F〕表示。这样一些由物理量单位按其种类抽象的量，称之为量纲（因次）。

要测量运动速度w，则需要测量它在某时间t内经过的路程l，因此速度的单位由速度的定义决定为米/秒、公里/小时……等，而速度的量纲则由速度与长度、时间的关系式：
$$w=\frac{l}{t} \tag{1-22}$$

决定为$\left[\frac{L}{T}\right]$或〔LT^{-1}〕。一般来说，象l、t等在方程式中作为独立变数、可以直接测量的量称为基本量；而象w这类由l、t决定的量称为导出量。

由速度的量纲〔LT^{-1}〕可见，它明确地表示导出量w和基本量l、t间的关系。由此可得知，量纲能反映表征现象的物理量间的关系。

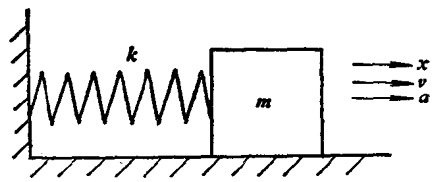


图1-4　受弹性恢复力作用的运动

取力、长度和时间作为基本量，这种单位制称工程单位制，这是在工程上常用的。而在物理中取质量、长度和时间作为基本量，称为绝对单位制。

物理方程式中，各项的量纲必须相同，这是任何完善正确的物理方程式所必然具备的性质。因为，不同量纲的物理量是不能相加减的，例如一秒时间不能与一米长度相加或一米长度不能与一牛力相减等。因此，物理方程式中各个项的量纲的一致性，被称为量纲齐次原则（即因次和谐）。

（二）对相似第三定理做举例说明

如图 1-4 示，有一个质量，仅受一个弹性恢复力作用而运动。

对这一运动进行分析可知，该物理现象中用下列物理量来表征：速度 v、加速度 a、质量 m、位移 x、时间 t 和引起恢复力的弹性元件之刚性系数 k。则描述这一物理现象规律的方程式

$$f(v, m, x, t, a, k)=0 \tag{1-23}$$

这一函数可以展开为如下形式的幂级数

$$Av^{a_1}m^{b_1}x^{c_1}t^{d_1}a^{e_1}k^{f_1}+Bv^{a_2}m^{b_2}x^{c_2}t^{d_2}a^{e_2}k^{f_2}+\cdots\cdots+Nv^{a_n}m^{b_n}x^{c_n}t^{d_n}a^{e_n}k^{f_n}+\cdots\cdots=0$$

根据物理方程式量纲齐次原则，这一级数的各项量纲必都相同。于是，用级数中任意一项将上列级数逐项除一下，那么级数转换成由无量纲量组成的形式，

$$1+\frac{B}{A}v^{a_2-a_1}m^{b_2-b_1}x^{c_2-c_1}t^{d_2-d_1}a^{e_2-e_1}k^{f_2-f_1}$$
$$+\cdots\cdots+\frac{N}{A}v^{a_n-a_1}m^{b_n-b_1}x^{c_n-c_1}t^{d_n-d_1}a^{e_n-e_1}k^{f_n-f_1}+\cdots\cdots=0 \tag{1-24}$$

式中每个无量纲的项都称为Π项。

我们把其中一般的Π项写成如下形式：

$$\Pi=v^{\alpha}m^{\beta}x^{\gamma}t^{\delta}a^{\varepsilon}k^{\zeta} \tag{1-25}$$

我们若设法能知道α、β、γ、δ、ε和ζ的各种可能取到的数值，则式（1-24）中各Π项的具体形式便得知。

下面用Π项无量纲的特性，对Π项中各物理量的量纲分析如下：

$$\Pi=[LT^{-1}]^{\alpha}[FT^2L^{-1}]^{\beta}[L]^{\gamma}[T]^{\delta}[LT^{-2}]^{\varepsilon}[FL^{-1}]^{\zeta}$$
$$\Pi=[F]^{\beta+\zeta}[L]^{\alpha-\beta+\gamma+\varepsilon-\zeta}[T]^{-\alpha+2\beta+\delta-2\varepsilon} \tag{1-26}$$

式（1-26）为量纲等价式，因Π项无量纲，则式中各量纲等价项的指数必为零，由此得到下列联立线性方程组：

$$\begin{cases}\beta+\zeta=0\\ \alpha-\beta+\gamma+\varepsilon-\zeta=0\\ -\alpha+2\beta+\delta-2\varepsilon=0\end{cases} \tag{1-27}$$

这里有三个方程式，然而有六个未知数。为了求出它们的值，必须先对三个未知数给以三个数值，然后用三个方程式解出另外三个来，即：

$$\begin{cases}\beta=-\zeta\\ \gamma=\zeta+\beta-\alpha-\varepsilon\\ \delta=2\varepsilon+\alpha-2\beta\end{cases} \tag{1-28}$$

给定ζ=1、α=ε=0由式（1-28）解出β、γ和δ，代入式（1-25)便确定出一个Π项，即表 1-1 中第一个Π_1项；给定α=1、ε=ζ=0解出后得表中第二个Π_2项；给定ε=1、α=ζ=0解出后得表中第三个Π_3项。我们可以看出，物理量 k 仅出现在Π_1中，v 仅出现