

纪有奎 冀 翼羽 编著 • 人民邮电出版社

又一个趣味程序设计

100例

凡例
本书共分十卷，每卷十例，共一百例。每例均附有源程序，供读者参考。本书可作为高等院校计算机专业及相关专业的教材，也可供从事计算机工作的工程技术人员参考。

第一卷
例1 求1+2+3+...+100的和
例2 求100以内所有质数的和
例3 求100以内所有偶数的和
例4 求100以内所有奇数的和
例5 求100以内所有能被3整除的数的和
例6 求100以内所有能被5整除的数的和
例7 求100以内所有能被7整除的数的和
例8 求100以内所有能被11整除的数的和
例9 求100以内所有能被13整除的数的和
例10 求100以内所有能被17整除的数的和

第二卷
例11 求100以内所有能被19整除的数的和
例12 求100以内所有能被23整除的数的和
例13 求100以内所有能被29整除的数的和
例14 求100以内所有能被31整除的数的和
例15 求100以内所有能被37整除的数的和
例16 求100以内所有能被41整除的数的和
例17 求100以内所有能被43整除的数的和
例18 求100以内所有能被47整除的数的和
例19 求100以内所有能被53整除的数的和
例20 求100以内所有能被59整除的数的和

第三卷
例21 求100以内所有能被61整除的数的和
例22 求100以内所有能被67整除的数的和
例23 求100以内所有能被71整除的数的和
例24 求100以内所有能被73整除的数的和
例25 求100以内所有能被79整除的数的和
例26 求100以内所有能被83整除的数的和
例27 求100以内所有能被89整除的数的和
例28 求100以内所有能被97整除的数的和
例29 求100以内所有能被101整除的数的和
例30 求100以内所有能被103整除的数的和

第四卷
例31 求100以内所有能被107整除的数的和
例32 求100以内所有能被113整除的数的和
例33 求100以内所有能被127整除的数的和
例34 求100以内所有能被137整除的数的和
例35 求100以内所有能被149整除的数的和
例36 求100以内所有能被163整除的数的和
例37 求100以内所有能被179整除的数的和
例38 求100以内所有能被197整除的数的和
例39 求100以内所有能被211整除的数的和
例40 求100以内所有能被227整除的数的和

第五卷
例41 求100以内所有能被239整除的数的和
例42 求100以内所有能被257整除的数的和
例43 求100以内所有能被271整除的数的和
例44 求100以内所有能被281整除的数的和
例45 求100以内所有能被293整除的数的和
例46 求100以内所有能被311整除的数的和
例47 求100以内所有能被323整除的数的和
例48 求100以内所有能被337整除的数的和
例49 求100以内所有能被353整除的数的和
例50 求100以内所有能被373整除的数的和

第六卷
例51 求100以内所有能被397整除的数的和
例52 求100以内所有能被421整除的数的和
例53 求100以内所有能被443整除的数的和
例54 求100以内所有能被467整除的数的和
例55 求100以内所有能被491整除的数的和
例56 求100以内所有能被521整除的数的和
例57 求100以内所有能被557整除的数的和
例58 求100以内所有能被599整除的数的和
例59 求100以内所有能被647整除的数的和
例60 求100以内所有能被701整除的数的和

第七卷
例61 求100以内所有能被757整除的数的和
例62 求100以内所有能被817整除的数的和
例63 求100以内所有能被883整除的数的和
例64 求100以内所有能被953整除的数的和
例65 求100以内所有能被1027整除的数的和
例66 求100以内所有能被1103整除的数的和
例67 求100以内所有能被1183整除的数的和
例68 求100以内所有能被1267整除的数的和
例69 求100以内所有能被1357整除的数的和
例70 求100以内所有能被1453整除的数的和

第八卷
例71 求100以内所有能被1553整除的数的和
例72 求100以内所有能被1657整除的数的和
例73 求100以内所有能被1763整除的数的和
例74 求100以内所有能被1873整除的数的和
例75 求100以内所有能被1987整除的数的和
例76 求100以内所有能被2107整除的数的和
例77 求100以内所有能被2233整除的数的和
例78 求100以内所有能被2363整除的数的和
例79 求100以内所有能被2503整除的数的和
例80 求100以内所有能被2647整除的数的和

第九卷
例81 求100以内所有能被2797整除的数的和
例82 求100以内所有能被2947整除的数的和
例83 求100以内所有能被3103整除的数的和
例84 求100以内所有能被3263整除的数的和
例85 求100以内所有能被3427整除的数的和
例86 求100以内所有能被3593整除的数的和
例87 求100以内所有能被3773整除的数的和
例88 求100以内所有能被3953整除的数的和
例89 求100以内所有能被4143整除的数的和
例90 求100以内所有能被4343整除的数的和

第十卷
例91 求100以内所有能被4543整除的数的和
例92 求100以内所有能被4753整除的数的和
例93 求100以内所有能被4963整除的数的和
例94 求100以内所有能被5183整除的数的和
例95 求100以内所有能被5413整除的数的和
例96 求100以内所有能被5653整除的数的和
例97 求100以内所有能被5903整除的数的和
例98 求100以内所有能被6163整除的数的和
例99 求100以内所有能被6433整除的数的和
例100 求100以内所有能被6713整除的数的和

2
13

又一个趣味程序设计100例

纪有奎 冀 翔 编著

人民邮电出版社

内 容 提 要

本书是《趣味程序设计100例》一书的续编,也包括100个用BASIC语言编写的趣味程序,题目选自趣味数学、数学竞赛、智力测验以及典型的程序设计题。程序题目妙趣横生,引人入胜,使乏味的程序设计趣味化。描述方法由浅入深、生动活泼。对每一个程序都给出了详细的算法分析(或笔算步骤与结果)、设计思路、框图、源程序以及打印结果。每题之后都有思考题。读者可循序渐进地学习程序设计的方法。每一题目的分析方法及框图也适用于FORTRAN、PASCAL、ALGOL、PL/I等算法语言。本书内容有难有易,实用性强,读者面广,可以做为一个趣味程序库,初学者及有基础的读者可各取所需,也可以做为一个丰富的程序设计习题集,供广大师生选用。

本书可供大、中、小学师生、科技和管理人员、计算机工作者阅读,也可做为教学补充教材。

JS576/10

又一个趣味程序设计100例

纪有奎 冀 翔 编著

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

天津新华印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

开本: 787×1092 1/16 1985年10月第一版
印张: 26 页数: 208 1985年10月天津第一次印刷
字数: 654千字 印数: 1-34,000册
统一书号: 15045·总3128-有5441
定价: 3.75 元

序 言

学习算法语言、编写程序，常使人们感到枯燥乏味。但是，当你阅读了本书之后，就会对程序设计产生兴趣。本书不是长篇大论的论著，而是一道道情趣各异的趣味程序题。读者需要灵活运用所学的基础知识，分析算法、进行程序设计，既锻炼智力，又可复习、巩固基础知识，培养逻辑思维能力，激发学习兴趣，开阔视野，从而提高程序设计技巧和水平。

本书选材难易结合，既有辅导考研究生时的参考题，又有初学者学习的练习题，作者使用了不同的笔调去触及这些题目。小题仅用八个语句编写程序，大题有数百条语句。有些题可以作课程设计的大习题。读者可以根据需要选择阅读。

本书将数学和程序设计巧妙地揉合在一起。读者不仅能获得程序设计的知识，同时，还能领受到数学的乐趣。除运用大量的中学数学知识外，还涉及到数论、运筹学、图论、数据结构、数理逻辑、对策论以及人工智能等的基本知识。作者就内容广泛的趣味数学题和程序题巧妙地编写程序，上机通过，打印输出结果，为读者提供了一本很好的参考书。

读者每读一题时，不妨先思索片刻，再往下看解法，因为每题的程序不是唯一的“抛砖”能“引玉”。为了便于初学者阅读，书中某些题描述得很详尽，对于有基础的读者，有些题则加强了技巧性。思考题留作习题，这是“山外青山楼外楼”——题外有题。本书第98题名为“游览名胜十九处”，书中正好是十九个大题，从第一处入口分酒比赛、喝啤酒开始，到漫步迷宫，魔术师玩扑克，新婚夫妻蜜月旅行，里程碑……，在第十九处（出口）挂着惹人爱的米老鼠像。这十九处名胜古迹，构成全书奇异的游览区。科学著作具有艺术构思，耐人深思回味，别具匠心！请你漫步饱览这十九处名胜吧。

我也是一位普通读者，有幸在出版前浏览了手稿的这十九处，写了以上体会和看法，供广大读者参考，不当之处请指正。

北京计算机技术研究所所长 柳维长

前 言

我们用FORTRAN语言写过《趣味程序设计集锦》(以下简称《集锦》)。出版后,许多读者来信说,没学过FORTRAN语言,或者虽然学过而使用的机器尚未配备这种语言,希望将《集锦》译成BASIC语言。于是,我们将《集锦》的部分题删去,又补充了百分之十的新题,用基本BASIC语言编写程序,恰好有100题,与我们曾用BASIC语言写的《趣味程序设计100例》没有重题,故取本书名。本书比前者加强了广度和深度,使这两个100例互为补充。

本书题目选自国内外趣味数学、数学竞赛、智力测验以及典型程序设计题。内容广泛,妙趣横生,引人入胜。不少题是出自著名数学家之手,也有我们自己改编的。学习这些题目,可以培养读者对程序设计的兴趣和独立思考、分析问题和解决问题的能力。通过多种类型的选题,不仅扩大了程序设计的视野和领域,复习并巩固所学的基础知识,还可以锻炼读者灵活运用算法语言进行程序设计的本领,提高设计技巧和水平。

本书每题包括三部分:(一)算法分析或笔算步骤和结果(笔算可启发算法);(二)程序设计部分——设计思路、框图、源程序和上机打印结果;(三)思考题。其中算法分析和框图等也适用于FORTRAN、PASCAL、ALGOL、PL/I等算法语言。每题都上机调通(机型是:APPLE II, TRS-80, BCM-2 PDP-11/23等)。个别题采用各机配备的扩展BASIC。有的机器可省去赋值语句中的关键字LET。示意性框图令循环语句无条件执行第一遍,判循环变量若不等于终值,变量再加步长,其小框画在旁侧。

北京计算机技术研究所所长、高级工程师柳维长同志对编写本书给以鼓励和支持,并为本书作序。书中部分程序由陈松等同志协助调试。北京工业大学、北京计算机技术研究所等单位,均提供方便的上机条件,还得到学生的协助。我们学校有关领导也给予大力支持。谨在此一并表示感谢。由于我们水平所限,错误之处难免,敬请广大读者指正。

北方交通大学电子工程系 纪有奎

中国科学技术大学计算机科学技术系 冀 翊

1984年10月

目 录

一、分酒比赛

1. 分蜂蜜..... 1
2. 喝啤酒..... 4
3. 分牛的传说..... 5
4. 出售金鱼..... 8
5. 巧分桔子..... 10
6. 老人分马..... 13
7. 左右衣袋钱数相等..... 17
8. 传递小球..... 19
9. 分酒比赛..... 22

二、辨别四对夫妻关系

10. 挑选乒乓球..... 33
11. 这样区分全钢和半钢表壳..... 36
12. 求婚者的智慧..... 38
13. 白兔智斗狡猾的狐狸..... 41
14. 生者与死者..... 44
15. 如此辨认伪币..... 47
16. 谁在说谎..... 52
17. 辨别鸡蛋和鸭蛋..... 54
18. 公安人员断案..... 57
19. 确定值班大夫何日值班..... 60
20. 辨别四对夫妻关系..... 63

三、哥德巴赫和欧拉书信往来

21. 哥德巴赫和欧拉书信往来..... 70
22. 互质两数加减得1..... 75
23. 找相邻两数之和为素数..... 77

四、魔术师玩扑克牌

24. 魔术师玩扑克牌..... 80
25. 魔术师又玩扑克牌..... 82
26. 钟形牌游戏..... 84

五、数的趣谈

27. 回文数猜想..... 88
28. 数的趣谈..... 91
29. 立方和恰好等于和的平方..... 95
30. 胸中有数..... 97
31. 北京市中学生智力竞赛题..... 100
32. 水仙花数..... 101

32. 巧妙的算法..... 103

34. 完全数..... 106

35. 自然数可用不超过四个平方数之和
来表示..... 108

36. 惊人的记忆力..... 112

六、漫步迷宫

37. 漫步迷宫..... 116

38. 怪兽的踪迹..... 120

39. 四通八达的迷宫..... 126

七、元旦遇到星期六还是星期天的机会多

40. 是否每月此日都不是星期天..... 131

41. 老人今年多大年岁..... 134

42. 元旦遇到星期六还是星期天的机会
多..... 136

八、二人博弈

43. 巧夺奇数..... 139

44. 取尽者胜..... 143

45. 有奖储蓄..... 146

46. 由你指定总数量和取法..... 149

47. 由双方共同指定扑克牌总数..... 153

48. 二人博弈..... 158

49. 猜四位数游戏..... 164

九、计算机算式

50. 计算机算术字谜..... 175

51. 除法游戏..... 178

52. 古诗词算式..... 180

53. 扑克牌组成算式..... 183

54. 计算机算式..... 186

55. 古纸残篇..... 189

56. 祝圣诞节快乐..... 193

57. 乘法算式通用程序..... 197

- 附加题1 勾股弦通用程序..... 199

- 附加题2 最大公约数和最小公倍数通用程序
..... 201

十、里程碑

58. 如何找这个数..... 205

59. 苹果装箱..... 208

60. 五个人的年龄.....	210	81. 砵码问题.....	295
61. 排队买票.....	212	82. 巧排分组.....	299
62. 求出特定的四位数.....	215	83. 第五届国际数学竞赛试题.....	302
63. 数学迷的年龄.....	217	84. 用金环付房租.....	306
64. 里程碑.....	219	85. 编排字典.....	309
65. 第十八届国际数学竞赛题.....	223		
十一、高斯八皇后92种解		十五、妙排1至9数字串	
66. 行列各种四棵树.....	229	86. 每行的数是某数的平方.....	313
67. 高斯八皇后92种解.....	231	87. 杨辉三角形.....	316
68. 小虫奇妙地移动.....	239	88. 用0、1、2三个数字排成序列.....	319
69. 生命游戏.....	245	89. 加拿大第七届数学竞赛题.....	323
十二、巧妙填数		90. 找坐标上的点.....	326
70. 使每两个棋子跳在一起.....	252	91. 妙排1至9数字串.....	328
71. 按要求填表.....	254	十六、条条大路都能走	
72. 钟表盘上数字分组.....	257	92. 任意六人必有三人两两相识.....	344
73. 变换各数的位置.....	259	93. 九个不同国际数学家如此对话.....	347
74. 巧妙填数.....	263	94. 条条大路都能走.....	350
十三、三对新婚夫妻蜜月旅行		十七、人工智能“重排九宫”	
75. 皇后王子公主逃命.....	268	95. 各阶奇偶魔方阵排列规律.....	356
76. 跳棋.....	271	96. 人工智能“重排九宫”.....	367
77. 三对新婚夫妻蜜月旅行.....	276	十八、游览名胜十九处	
78. 古老的神话.....	280	97. 如何画一笔画.....	377
十四、第五届国际数学竞赛试题		98. 游览名胜十九处.....	382
79. 教练员智拆两队.....	287	十九、米老鼠像及鼠年日历	
80. 乒乓球队员分组训练.....	292	99. 小兔轮廓像.....	397
		100. 米老鼠像及鼠年日历.....	399

一、分酒比赛

1. 分蜂蜜

三家合伙养蜜蜂，年终清点时，有七个满桶蜂蜜，七个半桶和七个空桶。三家平分这些蜂蜜和装蜂蜜的桶，规定是不许打开桶后将蜂蜜倒来倒去，应该怎样分？

(一) 笔算步骤和结果

由题目可知，这21个桶里装蜂蜜共有 $7 + 3 \frac{1}{2}$ ，即 $10 \frac{1}{2}$ 桶，就是说每家应得到 $3 \frac{1}{2}$ 桶蜂蜜和7个包装用的桶。找出三种分法：

分法1

$$\begin{array}{l} \text{第一家} \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ 个满桶} \\ 1 \text{ 个半桶} \\ 3 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \\ \text{第二家} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 个满桶} \\ 5 \text{ 个半桶} \\ 1 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \\ \text{第三家} \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ 个满桶} \\ 1 \text{ 个半桶} \\ 3 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \end{array}$$

分法2

$$\begin{array}{l} \text{第一家} \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ 个满桶} \\ 1 \text{ 个半桶} \\ 3 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \\ \text{第二家} \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ 个满桶} \\ 3 \text{ 个半桶} \\ 2 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \\ \text{第三家} \left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ 个满桶} \\ 3 \text{ 个半桶} \\ 2 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \end{array}$$

分法3

$$\begin{array}{l} \text{第一家} \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ 个满桶} \\ 1 \text{ 个半桶} \\ 3 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \\ \text{第二家} \left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ 个满桶} \\ 1 \text{ 个半桶} \\ 3 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \\ \text{第三家} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ 个满桶} \\ 5 \text{ 个半桶} \\ 1 \text{ 个空桶} \end{array} \right\} \text{ 共 } 3 \frac{1}{2} \text{ 桶蜂蜜和 } 7 \text{ 个桶} \end{array}$$

(二) 程序设计

1) 设计思路

设I、J、K三个变量，分别代表满桶、半桶、空桶。据数学上的抽屉原则第一家至少应分3个满桶，故程序开始时，令 $I_1 \leftarrow 3$ 。然后利用二重循环试分第一家半桶 J_1 ，空桶 K_1 各应得多少。确定 I_1, J_1, K_1 后，再用循环语句确定第二家试分的 I_2, J_2, K_2 （在下面程序中，把 J_2 当作是第一家、第二家所分半桶之和，把 K_2 当作是第一家、第二家所分空桶之和，即 $J_2 = J_1 + J_5$ ； $K_2 = K_1 + K_5$ ）。根据上述试分法第三家是总数减去上述两家分得量。若不符合条件，依次递推返工，再重新试分，直到满足规定条件为止，分别打印出正确分配方法。

2) 框图（见图1）

图中Y (yes) 表示“是”，N (no) 表示“否”。

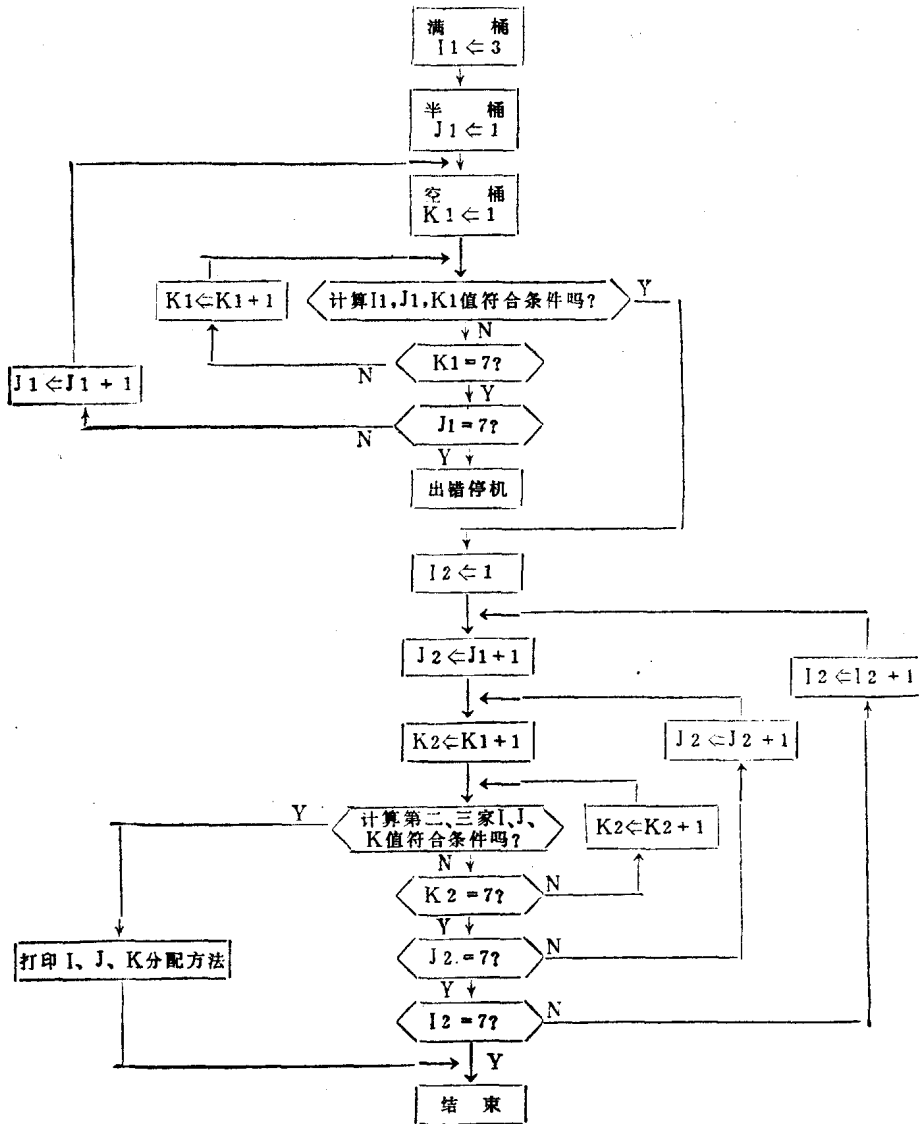


图1

3) 源程序及运行结果

```
10 LET I1 = 3
20 FOR J1 = 1 TO 7
30 FOR K1 = 1 TO 7
40 IF I1 + J1/2 < > 3.5 GO TO 80
50 IF I1 + J1 + K1 < > 7 GO TO 70
60 GO TO 100
70 NEXT K1
80 NEXT J1
90 GOTO 260
100 FOR I2 = 1 TO 3
110 FOR J2 = J1 + 1 TO 7
120 FOR K2 = K1 + 1 TO 7
130 LET J5 = j2 - j1
140 IF I2 + j5/2 < > 3.5 GOTO 240
150 LET K5 = K2 - K1
160 IF I2 + j5 + K5 < > 7 GOTO 230
170 LET I3 = 7 - I2 - I1
180 LET J3 = 7 - j2
190 IF I3 + J3/2 < > 3.5 GOTO 240
200 LET K3 = 7 - K2
210 IF I3 + J3 + K3 < > 7 GOTO 230
220 PRINT I1, J1, K1, I2, J5, K5, I3, J3, K3
230 NEXT K2
240 NEXT J2
250 NEXT I2
260 END
RUN
```

打印结果如下:

3	1	3	1	5	1	3	1	3	第一种分配办法
3	1	3	2	3	2	2	3	2	第二种分配办法
3	1	3	3	1	3	1	5	1	第三种分配办法

(三) 思考题

(1) 请稍改程序, 寻找出其它分配办法。

(2) 根据美国作家本·艾姆斯·威廉斯写的小故事改编此题, 名为“分椰子”。说是五个男人和一只猴子因翻船而来到一个小岛上。第一天他们花了整天的功夫采集椰子。夜里有一个人醒了, 他决定取走自己的一份椰子。于是他把椰子分成五堆, 结果还剩下一个椰子, 便把它分给了猴子。然后他把自己的一份藏好, 就回去睡觉了。过了一会儿, 第二个人醒了, 也干了这样的事, 他把椰子分成五堆以后, 还剩下一个, 也给了猴子, 然后他藏起自己的一份, 也回去睡了。此后, 第三个人、第四和第五个人一点不差地全都这样做了。第二天早晨他们起身以后, 把剩下的椰子分成五份, 恰巧又剩下一个椰子给了猴子。

试编写程序, 计算出他们原来采集了多少只椰子? 每次分后每人所得椰子数?

2. 喝啤酒

宴会上数学家出了道难题：假定桌子上有三瓶啤酒，把瓶平均分给几个人喝，但喝各瓶啤酒的人数不相等，不过其中一个人喝到每瓶啤酒的量加起来恰巧是一整瓶，请问喝这三瓶啤酒各有多少人？

(一) 笔算步骤和结果

喝这三瓶啤酒的人数为 2 人、3 人、6 人。即第一瓶两人喝，每人平均喝半瓶；第二瓶 3 人喝，每人平均喝 $1/3$ 瓶；第三瓶 6 人喝，每人平均喝 $1/6$ 瓶。其中一个人喝过三瓶，加起来的量 ($1/2 + 1/3 + 1/6$) 正好是一瓶。

(二) 程序设计

1) 设计思路

设 J_1 、 J_2 、 J_3 是喝第一瓶、第二瓶、第三瓶啤酒的人数，利用三重小循环进行推算。由于题意指出喝各瓶酒的人数不相等，所以各循环的控制变量也应不同。寻找出符合条件的结果时，形象地打印出 J_1 、 J_2 、 J_3 各等于多少人。

2) 框图 (见图 2)

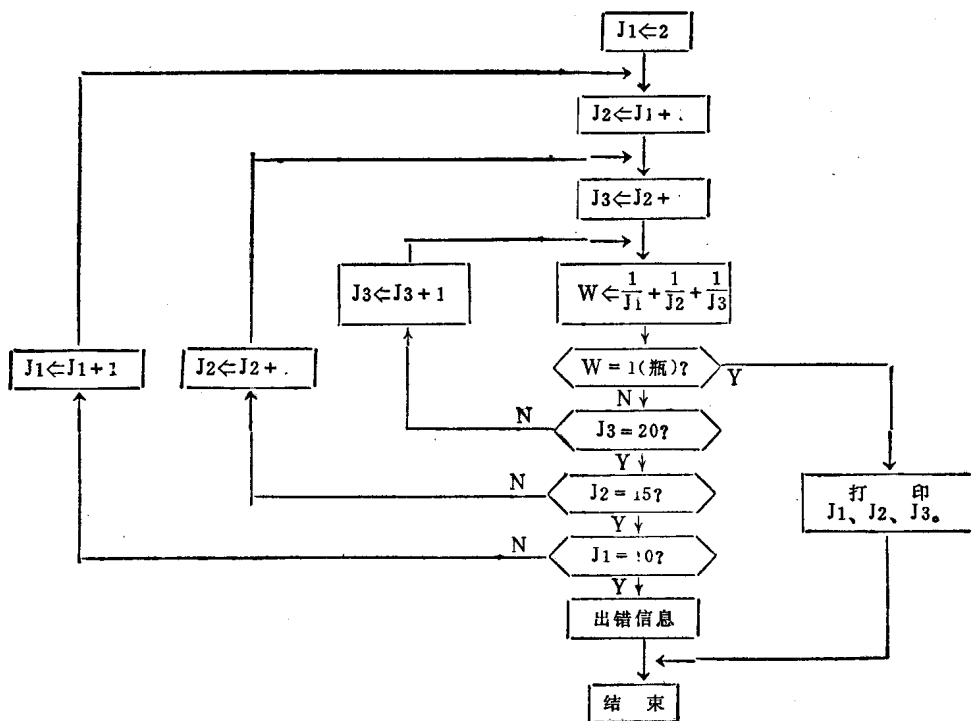


图 2

3) 源程序及运行结果

```

10 FOR J1=2 TO 10
20 LET J5=J1+1
30 FOR J2=J5 TO 15
40 LET J6=J2+1

```

```

50 FOR J3=J6 TO 20
60 LET W = 1/J1 + 1/J2 + 1/J3
70 IF W - 1 <= 1.0000000000000E-05 GOTO 130
80 NEXT J3
90 NEXT J2
100 NEXT J1
110 PRINT "ERROR"
120 GOTO 140
130 PRINT TAB(5); "J1="; J1, "J2="; J2, "J3="; J3
140 END
RUN

```

打印结果如下：

J1=2 J2=3 J3=6

(三) 思考题

如果题中啤酒分别是四瓶和五瓶，仍按题意规定喝法，情况又是怎样？

3. 分牛的传说

老师为了鼓励学生练习上机操作，让学生自选算题上机练习，徐彼悦学生选道趣味题如下：

古印度有一位老人，他临死前把三个儿子叫到跟前说：“我的遗产只有十九头牛，你们分了吧！老大分总数的 $\frac{1}{2}$ ，老二分总数的 $\frac{1}{4}$ ，老三分总数的 $\frac{1}{5}$ ”。说完不久便死了。

(一) 笔算步骤和结果

既要遵守不准宰牛的教规，又要执行老人的遗嘱。应该怎样分法，三个儿子都没想出恰当的办法，请教了当时有学问的人，也没有解决。有一天，一位农民牵了一头牛从门前路过，看见三兄弟唉声叹气，问明原因，思索片刻就说：“这个问题很容易解决，我自己这头牛借给你们，凑成二十头，老大分 $\frac{1}{2}$ 应得十头，老二分 $\frac{1}{4}$ 应得5头，老三分 $\frac{1}{5}$ 应得4头，余下一头刚好还给我。”聪明的办法，绝妙的主意，事情就这样圆满解决了。

过了若干年后，人们对这样分牛的方案提出了疑议：譬如老大似乎应分9.5头，最后怎么分了10头呢？老二、老三也不应该得那么多头。又过了若干年，随着数学的发展，有人证明这种分法是完全合理的。用等比数列求和的知识，就能予以证明。

我们知道，19头牛中，老大分 $\frac{19}{2}$ 头，老二分 $\frac{19}{4}$ 头，老三分 $\frac{19}{5}$ 头，加起来是：
 $19\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = 19 \times \frac{19}{20} < 19$ 。他们并没有把牛都分完，还剩下 $19 \times \left(1 - \frac{19}{20}\right) = \frac{19}{20}$ （头），
 这剩下的 $\frac{19}{20}$ 头应按照规定的比例再分，老大分 $\frac{1}{2} \times \frac{19}{20}$ 头，老二分 $\frac{1}{4} \times \frac{19}{20}$ 头，老三分 $\frac{1}{5} \times \frac{19}{20}$ 头，然而仍没分完，仍剩下 $\frac{19}{20} \left(1 - \frac{19}{20}\right) = \frac{19}{20^2}$ 头，再按比例分下去，又剩下了 $\frac{19}{20^2} \left(1 - \frac{19}{20}\right) = \frac{19}{20^3}$ （头）。从理论上讲，这样分下去永远也分不完，但每次所剩越来越少。

设老大分到的是 S_1 头, 则 $S_1 = \frac{19}{2} + \frac{19}{2 \times 20} + \frac{19}{2 \times 20^2} + \frac{19}{2 \times 20^3} + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{19}{2} \left(1 - \frac{1}{20^n}\right)}{1 - \frac{1}{20}} =$

$\lim_{n \rightarrow \infty} 10 \left(1 - \frac{1}{20^n}\right) = 10$ 说明老大分10头是十分合理。同样, 老二应分 S_2 头, 则 $S_2 = \frac{19}{4} + \frac{19}{4 \times 20} + \frac{19}{4 \times 20^2} + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} 5 \left(1 - \frac{1}{20^n}\right) = 5$ 。老三分牛 S_3 头, 则 $S_3 = \frac{19}{5} + \frac{19}{5 \times 20} + \frac{19}{5 \times 20^2} + \frac{19}{5 \times 20^3} + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \left(1 - \frac{1}{20^n}\right) = 4$ 。

(二) 程序设计

1) 设计思路

学生徐彼悦在处理上述算法有效数字位时, 加上0.005, 徐彼悦分析算法后, 认为可以无限地分下去, 但无限地分下去不好处理, 他假设分20次(分式中有20项)。设三个儿子分得数量分别为A、B、C, 但分完后却应得整头牛, 他在计算数值处理有效数字位时, 加上0.005, 结果恰是答案的要求, 学生们议论纷纷。徐彼悦请老师审阅, 老师笑而不答。

2) 框图(见图3)

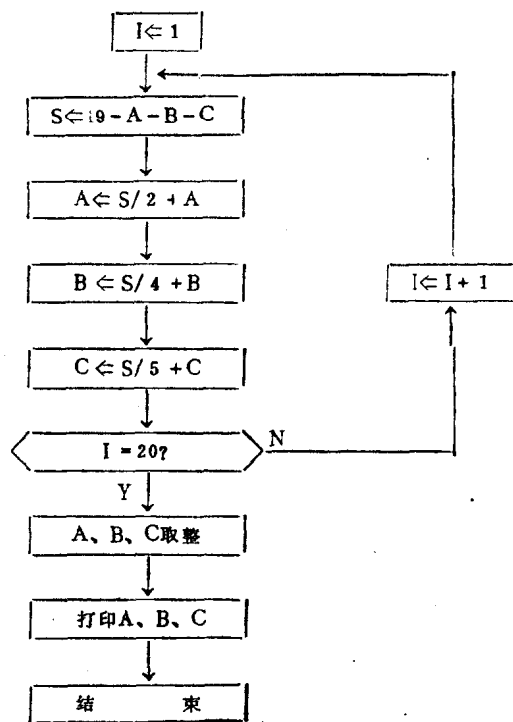


图3

3) 源程序及运行结果

```

10 FOR I=1 TO 20
20 S=19-A-B-C
30 A=S/2+A

```

```

40 B=S/4+B
50 C=S/5+C
60 NEXT I
70 PRINT INT((A*1000+0.005)/1000),INT((B*1000+0.005)/1000),INT((C*1000+0.005)/1000)
80 END
RUN

```

打印结果如下:

```

10      5      4      打印结果依次为老大、老二、老三所得牛的头数

```

(三) 思考题

(1) 老师没批改, 学生问: “若这题一定要上机计算, 应如何处理?” 请读者批阅该作业。

(2) 老师反问这个学生, 假若有47头牛, 老大、老二、老三依次分 $1/3$ 、 $1/4$ 、 $1/5$ 头牛, 还得借几头牛呢!

(3) 另一位老师对该学生说, 不用循环语句限制分多少次, 而用比较前后两次值的误差, 若误差相当小时, 便不再分, 将三人分得量加上相当小的误差再取整, 便是三人应该得到的头数。改写学生的源程序运行结果如下:

```

10  A1=0
20  B1=0
30  C1=0
40  I=0
50  I=I+1
60  A2=A1
70  B2=B1
80  C2=C1
90  S=19-A1-B1-C1
100 A1=S/2+A1
110 B1=S/4+B1
120 C1=S/5+C1
130 D=ABS(A1-A2)+ABS(B1-B2)+ABS(C1-C2)
140 IF D>1.000000000000000E-06 GO TO 50
150 A=INT(A1+1.000000000000000E-06)
160 B=INT(B1+1.000000000000000E-06)
170 C=INT(C1+1.000000000000000E-06)
180 PRINT TAB(10); "I="; I
190 PRINT
200 PRINT TAB(15); "A="; A, "B="; B, "C="; C
210 END
RUN

```

} A1、B1、C1、分别表示老大、老二、老三此次所得数量

I表示分的次数

} A2、B2、C2分别表示老大、老二、老三上一次所得数量

分后还剩下S, 以下再分

} 这次所得数量

这次和上次分后二者误差D

} 取整

打印结果如下:

```

I=7      共分7次
A=10     B=5     C=4     A、B、C分别是老大、老二、老三所得牛的数量

```

4. 出售金鱼

出售金鱼者决定将缸里的金鱼分五次全部卖出：

第一次卖出全部金鱼的一半加二分之一条金鱼；

第二次卖出剩余金鱼的三分之一加三分之一条金鱼；

第三次卖出剩余金鱼的四分之一加四分之一条金鱼；

第四次卖出剩余金鱼的五分之一加五分之一条金鱼。

现在还剩下11条金鱼，当然出售金鱼时不能切开或者有任何破损的，问这鱼缸里原有多少条金鱼？

(一) 笔算步骤和结果

设总数为 N

$$\text{第一次卖的 } \frac{N}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\text{第一次剩下的 } N - \frac{N}{2} - \frac{1}{2} = \frac{N-1}{2}$$

$$\text{第二次卖的 } \frac{N-1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{N+1}{6}$$

$$\text{第二次剩下的 } \frac{N-1}{2} - \frac{N+1}{6} = \frac{2N-4}{6} = \frac{N-2}{3}$$

$$\text{第三次卖的 } \frac{N-2}{12} + \frac{1}{4} = \frac{N+1}{12}$$

$$\text{第三次剩下的 } \frac{N-2}{3} - \frac{N+1}{12} = \frac{4N-8-N-1}{12} = \frac{3N-9}{12} = \frac{N-3}{4}$$

$$\text{第四次卖的 } \frac{N-3}{20} + \frac{1}{5} = \frac{N+1}{20}$$

$$\text{第四次剩下的 } \frac{N-3}{4} - \frac{N+1}{20} = \frac{5N-15-N-1}{20} = \frac{4N-16}{20} = \frac{N-4}{5}$$

$$\text{依题意有 } \frac{N-4}{5} = 11$$

$$\text{所以 } N = 59 \text{ (条)}$$

(二) 程序设计

1) 设计思路

不许用刀切金鱼，由第一次卖出一半再加 $1/2$ 可知，原有金鱼一定是奇数，故设原有金鱼总数 N 的初始值为13，最多不过100。利用循环语句，据算法分析来寻找原有总数 N ，若不符合条件，总数 N 再加2，保证 N 总是奇数，符合条件时，打印出 N 值。

2) 框图 (见图4)

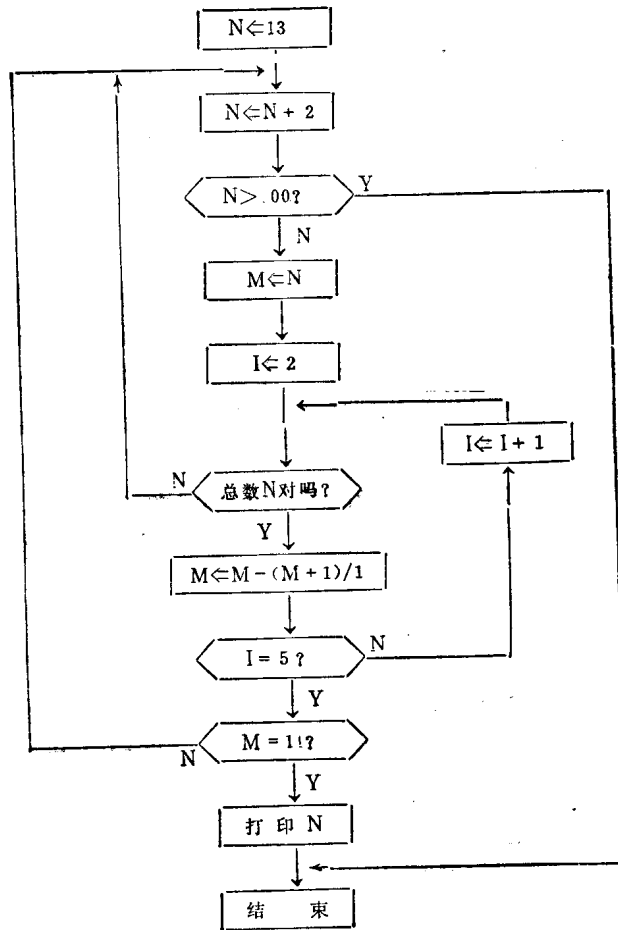


图 4

3) 源程序及运行结果

```

10 LET N=13
20 LET N=N+2
30 IF N>100 THEN 10
40 LET M=N
50 FOR I=2 TO 5
60 IF M/I+1/I < >INT((M+1)/I) THEN 20
70 LET M=M-M/I-1/I
80 NEXT I
90 IF M < > 1 1 THEN 20
100 PRINT TAB(15); "N=", N
110 END
RUN
  
```

打印结果如下:

N=59

(三) 思考题

郭乐迷把自己珍藏的几张唱片分别赠送给甲、乙、丙三人。他把总数的一半唱片和一张

唱片的一半送给了甲，然后又把剩下的再分成一半唱片和一张唱片的一半送给了乙，最后仅剩的一半唱片和半张唱片送给了丙，已全部赠完。问他珍藏几张唱片，甲、乙、丙三人每人各得几张唱片。

5. 巧分桔子

日本的中村义作教授是一位世界著名的数学游戏专家。他说一家农户以果园为生，有一次他们获得了空前大丰收，而且又恰逢新年，于是父亲便拿出一堆桔子，共2520只，分赏给他六个儿子，父亲按纸上算的数字分给儿子。分完后，父亲说：“老大，把你分到的桔子分 $\frac{1}{8}$ 给老二，老二拿到以后，连同原先的桔子分 $\frac{1}{7}$ 给老三，老三拿到以后，连同原先的桔子分 $\frac{1}{6}$ 给老四，老四拿到以后，连同原先的桔子分 $\frac{1}{5}$ 给老五，老五拿到以后，连同原先的桔子分 $\frac{1}{4}$ 给老六，老六拿到以后，连同原先的桔子分 $\frac{1}{3}$ 给老大。结果，大家手里的桔子正好一样多，请问老大、老二、老三、老四、老五、老六每人原先分到的桔子各有多少只（桔子的个数当然是整数）？

（一）笔算步骤和结果

本题有多种解法，仅介绍通过逆推法来找答案。这堆桔子共有2520只，由于六兄弟拿到的桔子一样多，所以他们每人都分到 $2520/6 = 420$ （只）。老六的420只是他分给老大后剩下的，在他分给老大之前应有 $420 + 2/3 = 630$ （只），他给老大的桔子是 $630 \div 3 = 210$ （只）。

老六未分桔子给老大之前，老大的桔子只有： $420 - 210 = 210$ （只），这些桔子是老大给老二 $\frac{1}{8}$ 后剩下的，所以他原先分到的桔子数应是： $210 \div 7/8 = 240$ （只）。他给老二的桔子是 $240 \div 8 = 30$ （只）。

老二原有桔子加上老大给他的30只，他共有桔子： $420 + 6/7 = 490$ （只），他原先分到的桔子数应是 $490 - 30 = 460$ （只），他给老三的是： $490 \div 7 = 70$ （只）。

老三原有桔子加上老二给他的70只，他共有桔子 $420 + 5/6 = 504$ （只），他原分到的桔子数为 $504 - 70 = 434$ （只），他给老四的桔子数为 $504 \div 6 = 84$ （只）。

老四原有桔子加上老三给他的84只，他共有 $420 + 4/5 = 525$ （只），所以他原来分到的桔子为 $525 - 84 = 441$ （只）。他给老五105只。

老五原有桔子加上老四给他的105只，他共有 $420 + 3/4 = 560$ （只），所以他原来分到的桔子为 $560 - 105 = 455$ （只），他给老六140只。

老六原有的桔子加上老五给的140只，他共有 $420 + 2/3 = 630$ （只），所以他原来分到490（只）。

（二）程序设计

1) 设计思路

定义数组A(6)、B(6)，置放六人分的数量，一个数组作为变量，另一个数组暂存之，利用多重循环，据算法分析来寻找每人应得的数量，最后将老大至老六应分得的桔子数，依次分行打印出。

2) 框图（见图5）