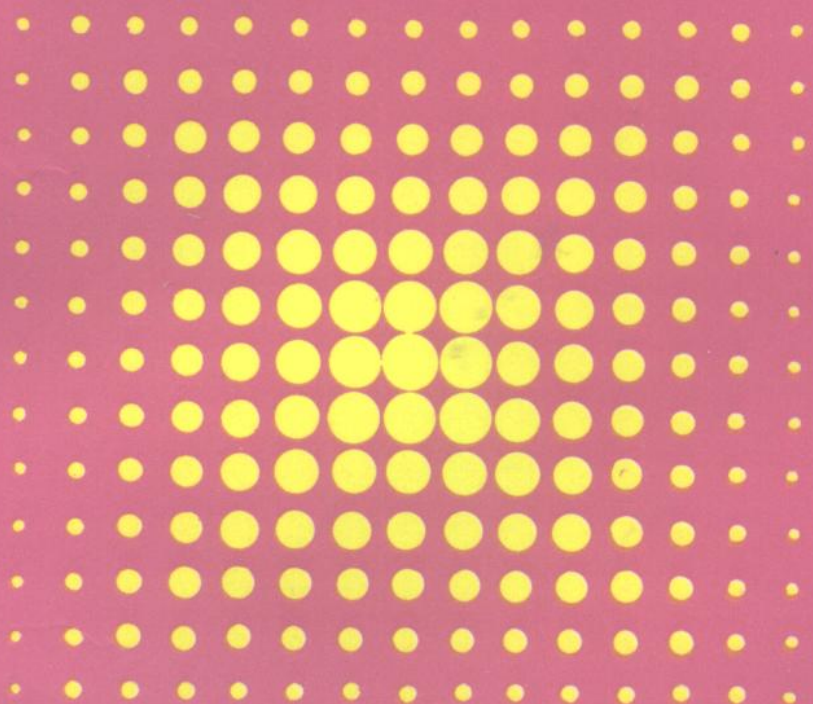
过程计算机控制丛书

# 多变量控制系统分析与设计

蒋慰孙　叶银忠　编著



中国石化出版社

过程计算机控制丛书

# 多变量控制系统分析与设计

蒋慰孙　叶银忠　编著

中国石化出版社

DW 19/34

## 内容提要

随着控制理论的发展和计算机的广泛应用，工程技术人员在业务知识上亟须补充和更新，继续教育已十分迫切，为此组织出版了本套《过程计算机控制丛书》。

多变量系统在自动控制学科占有重要地位。本书是一本全面阐述多变量线性系统分析与设计的理论和方法的著作。在内容选取上，时域方法和频域方法并重，注意理论的严谨性和方法的实用性。在语言叙述上力求深入浅出，避免过多的数学推导，内容尽量精炼。

本书可供从事自动控制的工程技术人员阅读，也可作为工科院校研究生和大学生的教材或参考书。

**图书在版编目（CIP）数据**

多变量控制系统分析与设计/蒋慰孙，叶银忠编著.
－北京：中国石化出版社，1997
（过程计算机控制丛书）
ISBN 7－80043－620－9

Ⅰ.多…Ⅱ.①蒋…②叶…Ⅲ.多变量系统－线性系统（自动化）－系统分析－系统设计 Ⅳ.TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字（95）第 23344 号

*

中国石化出版社出版发行
（北京东城区安定门外小黄庄 32 号）
邮编：100011　电话：（010）64241850
社长：周培荣
海丰印刷厂排版印刷
新华书店北京发行所经销

*

787×1092 毫米 16 开本 17　印张 441 千字　印 1—2000
1997 年 4 月北京第 1 版　1997 年 4 月北京第 1 次印刷
定价：27.00 元

# 序

多变量线性系统在自动控制学科的重要地位，是由它的基础性和应用性决定的。

这里提出基础性，是因为不论在工业系统或其他领域，大多数系统不止一个输入，也不止一个输出，单变量系统只能说是一种特例。系统的可控性、可观性、标准形、稳定性等问题是分析的基础，也是设计的前提。多变量线性系统理论不仅对确定性系统是理论基础，对随机性系统也同样是基础；不仅对控制命题是基础，对系统辨识也同样是基础；不仅对线性系统至关重要，而且对非线性系统也很有参考价值。

这里提出应用性，除了离不开认识自然是为了改造自然的一般性道理外，还值得指出它的直接应用价值。人们不一定要去追求动态最优系统，各种控制品质令人满意的多变量系统是很符合实际需求的，如状态反馈（极点配置）系统、解耦系统、鲁棒控制系统等是典型的例子。基于时域和基于频域的设计方法今天都已有了很大发展。

对工程技术界来说，多变量线性系统的分析和设计甚为重要，然而，比较广谱性、有一定深度、又适用于工程界的书不多。有些书数学推导过多，有些书只谈分析不讲设计，有些书只讨论状态空间方法，有些书只讨论频域方法。我们在培养工科研究生的十多年中，曾选用过多种教材，最后确定用 R. V. Patel 和 N. Munro 合写的《多变量系统的理论与设计》[1]（Multivariable System Theory and Design, Pergamon Press, 1982）一书。该书的内容选择比较适合于工程技术界，而且对状态空间方法与频率法兼收并蓄，理论与实际并重。我和叶银忠博士（副教授）教学多年，结合工作实践，有了更多的体会，也感到该书有难于自学的问题。为此，我们决定吸收该书的优点，重新写一本多变量线性系统的书，力求适应于工程技术人员和工科研究生的需要。

这就是写作本书的缘起。我们认为，这是一本理论性的书籍，但要适合于工程技术人员阅读。内容要精选，但覆盖面要宽，时代性要强，要注意理论的严谨性，也要注意方法的工程性。这是我们的努力目标，但很难完全做到。

全书共十章，其中第一、三、四、十章是我写的，其余六章是叶银忠博士写的。书成后由我统稿。

附带要说明的是，本书有一定数量的例题，工程技术界往往有一个习惯，看到方法的具体应用，有助于理解与掌握该一方法。然而，本书没有给出计算机程序，在计算机辅助设计（CAD）越来越普遍的今天，软件包正像书籍一样，也已成为一类出版物。例如，我校的出版社就有多变量线性系统软件包（叶银忠博士等编制）供应。

蒋慰孙于华东理工大学

# 目　录


**第一章　引论** …… 1
第一节　历史回顾 …… 1
第二节　过程控制中的多变量系统示例 …… 4
一、多效蒸发器的控制 …… 4
二、核电站锅炉的控制 …… 6
第三节　本书内容梗概 …… 8
**第二章　数学基础** …… 10
第一节　关于常数矩阵的一些基本结论 …… 10
一、矩阵及其分类 …… 10
二、特征值与奇异值 …… 12
三、行列式、逆矩阵、秩与迹 …… 14
四、矩阵的分解 …… 16
五、线性代数方程 …… 17
六、Gershgorin 定理与 Ostrowski 定理 …… 18
七、矩阵函数与矩阵方程 …… 19
第二节　多项式矩阵与有理函数矩阵 …… 20
一、多项式矩阵 …… 20
二、有理函数矩阵 …… 22
第三节　代数函数 …… 24
一、双变量多项式、公根与结式 … 24
二、代数函数的定义 …… 25
三、代数函数在 Riemann 曲面上的图形 …… 26
**第三章　多变量系统的描述** …… 29
第一节　状态空间描述及有关问题 … 29
一、状态方程和输出方程 …… 29
二、系统的时域解 …… 31
三、开环和闭环系统、极点 …… 35
第二节　传递函数阵描述及有关问题 …… 36
一、传递函数阵描述 …… 36
二、系统的时域解 …… 37
三、开环和闭环系统 …… 38
第三节　Rosenbrock 系统矩阵描述及有关问题 …… 39
一、Rosenbrock 系统矩阵 …… 39
二、闭环系统及极点 …… 40
三、系统相似（s.s.）和严格系统等价（s.s.e.） …… 43
第四节　矩阵分式描述及有关问题 …… 44
一、矩阵分式描述（MFD） …… 44
二、MFD 的可约性 …… 46
第五节　传递零点 …… 47
一、SISO 系统的传递零点 …… 47
二、多变量系统的传递零点 …… 48
**第四章　可控性、可观性、标准形** …… 53
第一节　可控性、可观性和解耦零点 …… 53
一、状态可控性 …… 53
二、输出可控性 …… 57
三、可观性 …… 60
四、解耦零点 …… 62
五、可镇定性和可检测性 …… 64
第二节　标准形 …… 65
一、谱分解标准形 …… 65
二、可控形和可观形的分解 …… 66
三、可控标准形 …… 67
四、可观标准形 …… 69
五、行同伴型和列同伴型 …… 70
六、传递函数阵和矩阵分式描述（MFD）的标准形 …… 74
第三节　最小实现与重构问题 …… 74
一、最小实现与重构命题 …… 74
二、SISO 系统的实现 …… 74
三、多变量系统实现的 Munro


此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

方法 …… 80
四、多变量系统实现的 Hankel 阵法 …… 83
五、传递函数阵的重构 …… 92
第四节 不变零点 …… 94
一、不变零点的意义和性质 …… 94
二、不变零点的求法 …… 98
**第五章 系统的稳定性分析** …… 102
第一节 稳定性的基本概念 …… 102
一、内部稳定性 …… 102
二、外部稳定性 …… 105
三、闭环稳定性 …… 107
四、Routh－Hurwitz 判据 …… 110
第二节 Lyapunov 稳定性定理 …… 112
第三节 奈氏阵列稳定性判据 …… 114
一、奈氏阵列稳定性判据 …… 115
二、有理函数矩阵的对角优势 …… 117
三、对角优势下的奈氏阵列稳定性判据 …… 119
第四节 特征增益与特征频率 …… 121
一、开环增益与闭环频率间的对偶性 …… 121
二、特征增益函数与广义根轨迹图 …… 124
三、特征频率函数与广义 Nyquist 图 …… 129
**第六章 鲁棒性与鲁棒控制器设计** …… 134
第一节 模型不确定性的描述方法 …… 134
第二节 稳定鲁棒性的条件 …… 137
一、基于正奈氏阵列的稳定鲁棒性条件 …… 138
二、基于逆奈氏阵列的稳定鲁棒性条件 …… 140
三、稳定鲁棒性与其它性能之间的关系 …… 142
第三节 多变量系统的整体性 …… 144
第四节 鲁棒伺服控制器的设计 …… 148
一、问题的陈述 …… 149
二、鲁棒控制器的结构 …… 151
三、互补控制器 …… 155
四、消除稳态误差的原理 …… 158
**第七章 极点配置与观测器设计** …… 164
第一节 状态观测器设计 …… 164
一、$n$ 维开环观测器 …… 164
二、$n$ 维渐近观测器 …… 165
三、Luenberger 降阶观测器 …… 167
第二节 状态反馈极点配置方法 …… 173
一、状态反馈极点配置问题 …… 173
二、并矢设计方法 …… 174
三、满秩设计方法 …… 177
第三节 分离定理 …… 181
第四节 输出反馈极点配置方法 …… 184
一、极点能够任意配置的条件 …… 184
二、动态输出反馈补偿器的阶次 …… 184
三、输出反馈极点配置的实现 …… 184
第五节 极点的区域配置 …… 188
一、极点的可行区域 …… 188
二、极点可行区域与特征多项式的对应关系 …… 189
三、极点区域配置的实现 …… 191
**第八章 LQR 系统设计问题** …… 194
第一节 稳态 LQR 系统的设计 …… 194
一、稳态 LQR 问题 …… 194
二、ARE 的求解方法 …… 196
三、具有预期稳定裕度的 LQR 系统设计 …… 199
第二节 LQR 系统的性能分析 …… 200
一、最优闭环极点 …… 200
二、LQR 系统的鲁棒性 …… 203
三、LQR 系统的整体性 …… 208
四、对权矩阵选取问题的讨论 …… 211
第三节 输出反馈 LQR 系统的设计 …… 213
一、使用状态观测器实现 LQR 系统的方法 …… 213
二、最优输出反馈控制器 …… 214
**第九章 多变量系统的频域设计方法** …… 217

第一节　概述…… 217
一、多变量频域设计方法的背景
…… 217
二、多变量系统的关联性…… 218
三、多变量系统的性能指标…… 221
四、多变量频域设计方法与 CAD
…… 223
第二节　增益空间…… 223
第三节　INA 设计方法 …… 226
一、基本的设计思想…… 226
二、对角优势化——预补偿器的
设计…… 227
三、反馈增益的确定…… 236
四、采用逆奈氏阵列的理由…… 239
五、INA 方法的设计步骤 …… 239
第四节　特征轨迹设计方法…… 242
一、特征轨迹的概念与性质…… 242
二、基本设计原理…… 244
三、控制器$K(s)$的设计步骤 …… 246
四、近似配正方法…… 248
**第十章　多变量控制系统设计的**
**数值方法**…… 254
第一节　控制系统设计的不等式
方法…… 254
一、品质指标和约束条件…… 254
二、设计命题的求解…… 256
第二节　按预期闭环传递函数阵
设计的 Edmund 算法…… 259
一、原理…… 259
二、具体算法…… 260
**参考文献**…… 263

# 第一章 引 论

从绝对意义上说，自然界和社会上的各种系统都具有或多或少的非线性性质。然而，其中的大多数可以被线性化，并作为线性系统来分析和设计。

同时，大多数的系统具有不止一个输入变量，不止一个输出变量，因此，它们不是单输入—单输出（SISO）系统，而属于多变量系统的范畴。如果在这些输出变量与输入变量之间存在着一一对应的关系，而其他输入变量对该输出变量的影响很小，关联程度很低，则整个系统可分解为若干个独立的单输入单输出系统来处理。然而，也有相当一部分系统，各输出变量与输入变量之间的相互关联程度较高，或者说是耦合较强，这时候必须考虑多变量系统的特点，这就是线性多变量系统理论成为自动控制领域一门分支学科的主要理由。可以认为，多变量系统是单输入—单输出系统的延伸与扩展，也可以认为，单输入—单输出系统是多变量系统的一种特例。因此，多变量系统是从更为一般的、更广阔的角度来考虑系统的。

多变量系统的分析与设计（包括系统综合）是考虑问题的两个侧面。前者是研究系统的结构与参数对系统品质的关系，后者是解决在满足系统品质要求的条件下如何确定系统结构与控制算法（包括参数）的命题。没有系统分析的基础，系统设计将失去科学的理论依据；同时，学以致用，通过设计，系统分析的理论才有更好的用武之地。系统分析与设计两者正是认识自然与改造自然的辨证关系。

本章中将说明以下三方面的内容：

第一，这门分支学科是怎样发展起来的，与其他分支学科间又有怎样的相互依存关系；

第二，通过两个工业例子，来说明为什么需要有多变量系统的理论和方法；

第三，扼要说明本书主要内容，供读者参考。

## 第一节 历 史 回 顾

在说明多变量控制系统分析与设计的产生与发展之前，有必要将经典控制理论与现代控制理论总的发展史作简单的叙述，因为线性多变量系统是现代控制理论的组成部分，又与经典控制理论有着密切的关系。

自动控制在信息科学中占有重要地位，又属于高新技术的范畴。然而，追溯它的根源，可以寻找到古老的年代。反馈的思想在古代哲人的学说中已有端倪，自力式的自动控制装置也早有它们的雏型，包括我国古代的指南车，包括时钟机构、水轮和风磨的调速装置等。公认的看法则认为工业控制器始于 J. 瓦特在 1788 年开发的蒸汽机调速器。在该系统中，蒸汽机的转轴带动一对飞锤同时旋转，转速将影响飞锤的离心力，通过弹簧机构和杠杆系统的作用，调整进汽阀门的开启度。当转速上升时，将使进汽阀关小，这是一个典型的负反馈系统。这类自力式比例作用控制器不能完全消除余差，但能使转速控制在一定的范围之内。值得注意的是，自动控制的发展是与产业革命紧密相连的，当生产由小作坊形式转向更大规模的工厂形式时，对设备的控制有了更高的要求，同时，新的生产条件也使自动控制的发展有了可能性。科学技术与工业生产的相互促进关系，在自动控制的发展史上得到了充分的体现。

到了1868年，J.C. 马克斯威尔发表了关于调速系统稳定性的论文。他采用微分方程来描述整个系统，并从方程式的系数来判断特征根的情况，判断系统的稳定性。稍后，在1895年，两位数学家 Routh 和 Hurwitz 各自导出了适用于高阶系统的代数稳定判据。至此，关于系统稳态偏差和稳定性（基于微分方程）的分析方法，得到了初步的解决。

但是，进入20世纪30年代以后，随着科学技术的发展，原有的控制理论和方法就显得很不够了，至少表现在以下方面：

（1）电子学和通讯技术迅速发展。电子器件的特性通常是用频率特性表示的，不好用代数判据来分析系统的稳定性。例如，长途电话网络需要高品质的放大器，H.S.Black 在1927年发明了采用负反馈线路的放大器，他并发现，引入负反馈后，系统对扰动和放大器增益变化的敏感性可以大为降低。但是，有时系统仍不稳定。

（2）在不少控制系统，过渡过程的动态品质很是重要，例如，在许多过程控制系统，对快速性和平稳性有一定要求。但是，尚缺乏有关的分析与综合方法。

（3）在后来爆发的第二次世界大战中，各国对火力武器的自动跟踪等方面提出了许多亟需解决的实际课题，需要有相应的理论。

Nyquist 在1932年提出的频率域稳定判据，很好地解决了 Black 放大器的稳定性问题。Nyquist 判据不仅可以判断系统的稳定性，而且可以通过它分析系统的稳定裕度。这样就奠定了频域法分析与综合的基础。

在战后的1948年 W.R.Evans 发表了根轨迹方法。他与 Nyquist 都是工程师，他们的方法都很简单实用。微分方程法、频域法和根轨迹法构成了经典控制理论。

从40年代以来，反馈控制系统的应用急速扩展，各类自动控制装置也有很大发展。经典控制理论中的频域法和根轨迹法都是适合于工程应用的方法，利用这些方法，在已知悉系统各部件的特性时，可以不直接求过渡过程的解，而从系统的开环特性来判断在控制器参数变化时闭环系统的控制品质；或者在规定闭环系统的品质要求时，可以半经验地确定控制器或校正装置的参数。当时，各种教材和专著大量出版，各大学纷纷开设控制原理课程。N. 维纳在1948年出版的《控制论》一书，其内容覆盖了更广阔的领域，正如该书的副题《动物和机器中的控制和通讯》所揭示，是一部具有深远影响的继往开来的名作，从其方法论来说，也是经典控制理论的辉煌总结。

然而，随着工程和科学技术的发展，遇到一些更为复杂的控制命题，经典控制理论的局限性就显露出来，主要是：

（1）它只限于线性定常系统，即可以用线性常微分方程描述的系统，但实际上常会遇到非线性的、时变的系统，需要新的方法；

（2）它只限于单输入—单输出（SISO）系统，但实际上常会遇到有相互关联的多变量系统；

（3）至少在理论工作者看来，经典控制理论的综合方法带有半经验的、试差的性质，因此只是一些工程方法，而不是理论性的综合方法；

（4）在航空和航天等领域，有一些重要的控制命题（各种类型的最优控制要求，如最少燃料控制、最短时间控制等等），需要有新的理论和方法。

从50年代后期开始，现代控制理论逐渐形成。它当时是以状态空间描述，即一阶微分方程组形式为基础。状态空间描述本身并不是一种新的创造，早在1892年，H.Poincare 采用状态描述研究天体力学，1907年，A.M. 李亚普诺夫采用状态描述形式研究运动的稳定

性问题。状态空间表达式固然在形式上简洁清晰，然而在当时，这些矩阵微分方程式的计算是很费力的，因此在相当长的时期内，未能普遍传播。到了 50 年代后期，电子数字计算机在科学计算中的应用逐渐普遍，数字计算机对矩阵运算和一阶微分方程组的求解都很方便，但并不适合于直接处理高阶微分方程。于是，状态空间方法在计算上的困难得以消除，它在各方面的优点得以充分发挥，例如，通过输入向量、输出向量和状态向量间的关系，既可以反映外部特性，又可以揭示系统内在的运动规律；又如，它可以很方便地应用于多变量系统等。

最优控制问题过去只有变分法，但遇到某些有约束及其他复杂情况就不便处理。在最优控制的理论方法上，前苏联学者 Pontryagin 的极小（大）值原理和美国学者 Bellman 的动态规划法，作出了划时代的贡献。在现代控制理论上作出成绩的学者更多的是数学界和控制理论界人士，而不是工程师。这些理论在航空、航天、导弹控制等实际应用中取得了很大的成功。当时出现了现代控制理论及其应用的热潮。

线性多变量控制可被认为是现代控制理论的一个重要分支，30 多年来，已有了多方面的发展。下面按着历史的顺序，择要作一些说明：

（1）线性二次型最优控制，从理论角度看，能使多变量系统的设计面向明确的优化指标，而且采用了直接的计算方法，得出所需的状态反馈控制律。然而，在过程控制等工业领域，二次型指标中的加权系数阵的选取反而不很容易，尽管已引发了不少研究。

为解决状态并不都能直接测量的困难，出现了依据输出和输入向量来观测状态向量的 Luenberger 观测器；针对存在随机噪声的情况，出现了卡尔曼（Kalman）滤波器，能给出状态的最优估计。依据“分离原理”，通过观测或估计得到的状态，同样可以实现线性二次型最优控制。此外，Kalman 等还研究了这类最优控制的频域特征和系统敏感性。经过整个 60 年代，可以认为这一命题的研究已趋成熟。

（2）与此同时，也出现了线性系统结构的研究。由经典控制理论到最优控制是一个飞跃。多变量线性系统的一些基本问题，有必要深入分析，才能使控制策略的设计提到更高的水平。Kalman 关于可控性与可观性的研究，稍后关于各种标准形的研究，都属于这一类型。状态空间表达式与传递函数间的相互转换，特别是由传递函数阵转换为最低阶次的状态空间表达式的最小实现命题，以及系统逆的概念及其应用等，都受到了注意。

在系统结构研究的基础上，开发了一些新的设计技术。例如，采用状态反馈，可以自由地配置闭环系统的极点位置（当该系统具有可控性时）。采用输出反馈以配置闭环系统极点位置的命题也有不少研究。由于许多工业过程的模型不够精确，而且这些过程模型阶次较高，最优控制未必见得是合适的选择。

（3）频域法在经典控制理论中占有重要地位，从 60 年代后期开始，出现了以英国学派为代表的多变量频域方法。H. H. Rosenbrock 关于“对角优势”的概念和分析方法，以及逆奈氏阵列设计法，是一项开拓性的成果，至今仍得到重视和应用。此后，出现了 Mayne 的逐次回差法和 Owens 的并矢法，也各有千秋。特别需要提出的是 A. G. J. MacFarlane 的特征轨迹法，在理论和方法上简单明晰，而且和状态空间法间能更好沟通。

（4）状态空间法也继续发展，从 70 年代起，以 Wonham 为代表的几何理论学派作出了新的贡献。接着，提出了内模控制的原理。

由于系统参数往往存在某些不确定性，控制系统的鲁棒性越来越受到人们的注意。E.J.Davison 提出的鲁棒调节器就是一个典型的例子。80 年代提出的 $H_\infty$ 控制，原来是频域

为基础的，后来也有了时域的方法。说鲁棒控制是线性多变量系统的当前主要热点，亦不为过。

(5) 随着计算机技术和搜索方法的发展，从70年代开始，人们也企图通过各种搜索方法以进行系统设计，用计算机作工具，计算工作量不再是严峻的约束条件。而且，这类方法可以与CAD（计算机辅助设计）的其他内容密切结合，实现设计的计算机化。

线性多变量系统一直受到控制界的重视，而且久盛不衰，是由于两个方面的重要性：

(1) 基础性　这些基本理论和方法不仅可用于线性多变量控制系统自身的分析和设计，而且是现代控制理论中许多学科分支的基础，如系统辨识、最优控制与估计、自适应控制等，同时，像可控性、可观性、鲁棒性等概念，在非线性系统和分布参数系统的研究中也常会涉及。

(2) 应用性　各类输出反馈系统和状态反馈系统在过程控制中得到应用。各类先进控制算法，特别是解耦控制、预测控制、鲁棒控制等都与线性多变量系统紧密相连。另外，像能在出现故障时维持运行的容错控制系统，不少类型也是多变量线性系统的衍生物。

线性多变量系统的理论和方法已有了长足的发展[1~10]，可以说已经达到了比较成熟的境地。然而，它决不会停止不前，从近期来看，至少在以下四个方面有很好的发展前景：

(1) 还有许多重要的应用命题需要理论上予以解决，例如，输出反馈系统是最常用的控制系统，其设计方法（时域）仍是不理想的。

(2) 随着计算机技术的发展，数值方法显示了相当的威力，与计算机辅助设计（CAD）结合在一起，将在工程方法上取得新的进展。

(3) 与其他分支学科的交融，也是一种重要的发展趋势。正像其他科学一样，学科间的结合会导致突破性的进展。近来，人工智能与智能控制等已成为控制界热点，尽管它们与传统的数学定量方法有本质上的差异，然而它们与本门学科的某些结合也并非不可能的。

(4) 最近已出现了一些理论新体系的萌芽，它们有可能上升到重要位置。

## 第二节　过程控制中的多变量系统示例

在过程控制领域中，会遇到各式各样的多变量系统。像精馏等传质过程和化学反应过程，都是多输入—多输出系统。下面举的是两个传热过程的例子。

**一、多效蒸发器的控制[77]**

图1－1所示是一个多效蒸发器及其控制系统的流程图。

蒸发器系统是双效的。该系统中的溶液和蒸汽按并流方向流动。进入第一效蒸发器的待蒸浓溶液的进料量为 $F_1$，其溶质浓度为 $C_f$，温度为 $T_f$。进入第一效的加热蒸汽量是 $S_f$，而第一效产生的水蒸气量为 $V_1$。第一效的溶液流出量为 $B_1$，浓度为 $C_1$。$B_1$ 流至第二效。在减压条件下，由第一效来的水蒸气 $V_1$ 作为加热介质，使 $B_1$ 进一步蒸发。第二效产生的水蒸气量为 $V_2$。第二效流出的液体作为产品，其流出量为 $B_2$，浓度为 $C_2$。两效的蓄液量分别为 $M_1$ 和 $M_2$，压力为 $p_1$ 和 $p_2$。

假设：(1) 蒸气室和管壁等的热容量很小，可略而不计；(2) 第二效的压力控制十分有效，第二效的温度能很快达到稳态值，不必考虑动态过程；(3) 离开蒸发室的水蒸气中雾沫夹带情况不严重，可认为不含溶质。

在以上假设下，可由物料与热量平衡关系，对第一效列出下列微分方程：



此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

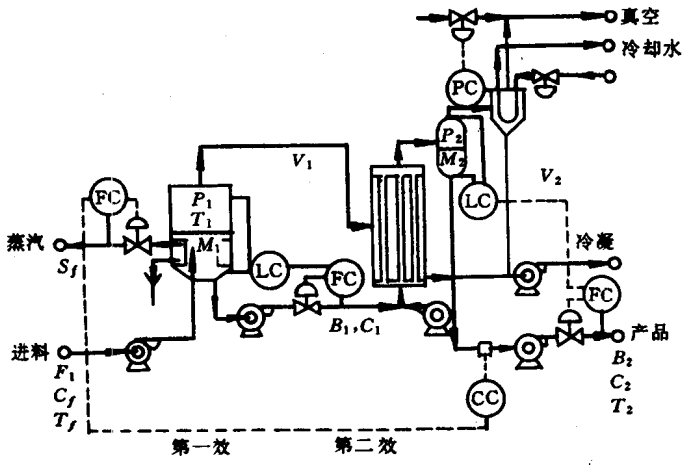



图 1－1　采用单回路输出反馈控制的双效蒸发器流程

$$\frac{dM_1}{dt} = F - B_1 - V_1 \qquad \text{（总物料平衡）} \tag{1-1}$$

$$M_1 \frac{dC_1}{dt} = FC_f - (F - V_1)C_1 \qquad \text{（溶质物料平衡）} \tag{1-2}$$

$$M_1 \frac{dh_1}{dt} = F(h_f - H_1) - V_1(H_{1v} - h_1) + Q_1 - L_1 \qquad \text{（热量平衡）} \tag{1-3}$$

对第二效可列出：

$$\frac{dM_2}{dt} = B_1 - B_2 - V_2 \qquad \text{（总物料平衡）} \tag{1-4}$$

$$M_2 \frac{dC_2}{dt} = B_1C_1 - (B_1 - V_2)C_2 \qquad \text{（溶质物料平衡）} \tag{1-5}$$

而热量平衡关系则不考虑动态过程，得到稳态式，

$$V_2\left(H_{2v} - h_2 + \frac{dh_2}{dC_2}C_2\right) = Q_2 - L_2 + B_1(h_1 - h_2) + \frac{dh_2}{dC_2}B_1(C_2 - C_1) \tag{1-6}$$

式中 $Q_1$ 和 $Q_2$ 是每效的输入热量，由下列公式给出：

$$Q_1 = K_1A_1(T_s - T_1) = \lambda_sS_f \tag{1-7}$$

$$Q_2 = K_2A_2(T_1 - T_2) \tag{1-8}$$

$L_1$ 和 $L_2$ 是每效的热量损失；$h_f$，$h_1$ 和 $h_2$ 是相应液体的热焓；$H_{1v}$和 $H_{2v}$是蒸汽的热焓；$\lambda_f$ 是进入蒸汽的汽化潜热；$K_1$ 和 $K_2$ 是传热系数，$A_1$ 和 $A_2$ 是传热面积。

这是一个五阶的非线性模型。在稳态值附近线性化，可写成状态方程形式。

选择状态向量 $\boldsymbol{x} = [M_1, C_1, h_1, M_2, C_2]^T$，控制向量 $\boldsymbol{u} = [S_f, B_1, B_2]^T$，扰动向量为 $\boldsymbol{d} = [F, C_f, h_f]^T$，输出向量 $\boldsymbol{y} = [M_1, M_2, C_2]^T$。状态方程和输出方程是

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{Bu} + \boldsymbol{Ed} \tag{1-9}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{Cx} \tag{1-10}$$

在一个实验型装置中，进料是三甘醇的水溶液。此系统各系数矩阵的值是：

$$A=\begin{bmatrix}0 & -0.00156 & -0.1711 & 0 & 0\\ 0 & -0.1419 & 0.1711 & 0 & 0\\ 0 & -0.00875 & -1.102 & 0 & 0\\ 0 & -0.00128 & -0.1489 & 0 & 0.00013\\ 0 & 0.0605 & 0.1489 & 0 & -0.0591\end{bmatrix};B=\begin{bmatrix}0 & -0.143 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0.392 & 0 & 0\\ 0 & 0.108 & -0.0592\\ 0 & -0.0486 & -0.0486\\ & & 0\end{bmatrix};$$

$$C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix};E=\begin{bmatrix}0.2174 & 0 & 0\\ -0.074 & 0.1434 & 0\\ -0.036 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.1814\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

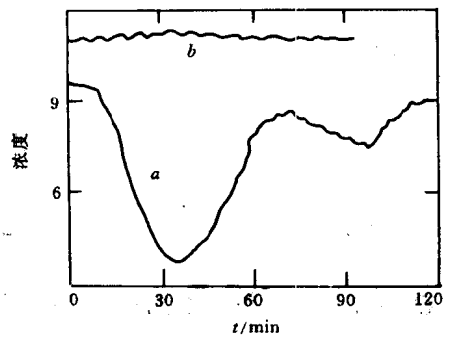



图 1－2　过渡过程曲线的比较

*a*—单变量 *PI* 控制；*b*—多变量 *PI* 控制

从这些系数矩阵可以看出，在控制向量与输出向量之间的关联现象是很显著的，$B_1$ 既影响 $M_1$，也影响 $C_2$ 和 $M_2$。

当采用 3 个单回路控制系统时，$M_1$ 和 $M_2$ 分别用液位控制器通过出料量 $B_1$ 和 $B_2$ 来调节，$C_2$ 用成分控制器通过蒸汽进入量 $S_f$ 来调节。由于关联作用的存在，控制品质不够理想（图 1－2 的曲线 *a*）。

如能考虑多变量系统的特点，尽管仍然采用 3 个控制变量，然而每个控制变量 $u_i$ 是整个状态向量或输出向量的函数。例如，采用如下的多变量 *PI* 控制规律，

$$u(t)=-K_1x-K_2\int_0^t(y-y_d)\mathrm{d}t \qquad (1-11)$$

式中的 $y_d$ 为输出向量的设定值，$K_1$ 和 $K_2$ 是比例与积分作用的系数矩阵。这时，可按不同的准则来确定 $K_1$ 和 $K_2$，当采用二次型目标函数时，得到的过渡过程曲线要平稳得多（图 1－2 的曲线 *b*）。

**二、核电站锅炉的控制**[7]

图 1－3 所示是该装置的流程图。

给水泵将进水经调节阀送入锅筒。锅筒内的水进入蒸发器循环，以湿蒸汽形式回至锅筒。蒸汽流经过热器，以过热蒸汽形式供应主汽轮机。产生蒸汽的热量是由反应堆循环冷却液供给的。

改变循环冷却液泵的转速 $n_s$，可调整循环冷却液的流量，从而调整供热量。改变给水阀的开启度 $u_{fv}$ 或改变进入给水泵汽轮机的蒸汽量 $u_{fp}$，都可以调整锅炉的进水量。需要指出的是，这样的锅炉共有 3 台，合用 1 个进水泵。

驱动主汽轮机的蒸汽，也是由 3 台锅炉共同供给的，调节主汽轮机调速器的阀门位置 $u_{tg}$，将决定锅炉总的负荷。

这样，该系统的输入变量共有 4 个，即

（1）反应堆冷却液泵的转速 $n_s$；

（2）进水阀的开度 $u_{fv}$；

(3) 进水泵汽轮机的蒸汽量 $u_{fp}$；

(4) 主汽轮机调速器的阀门位置 $u_{tg}$。

可以认为，前面 3 个变量是系统的控制变量，而最后 1 个变量是扰动变量。

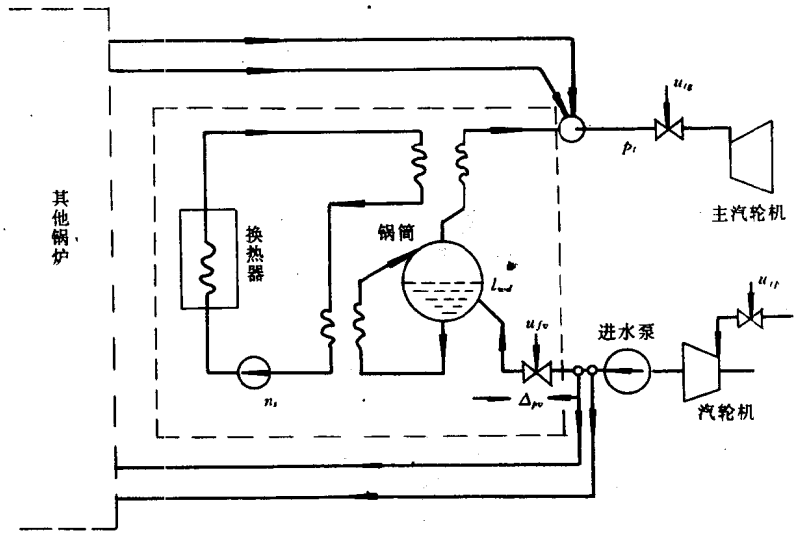



图 1－3　核电站流程图

可测量的输出变量有 3 个，即

(1) 总管蒸汽压力 $p_t$；

(2) 锅筒液位 $l_{wd}$；

(3) 进水阀两端压降 $\Delta_{pv}$。

其中，压力和液位应予控制是没有疑义的，影响压力的主要因素是供热量和负荷，影响液位的主要因素是进水量和负荷。进水阀两端压降既取决于进水量，也取决于阀的开度，在压降恒定条件下，可使进水量近乎与阀的开度成正比。

通过测试，可以得出如下的传递函数方程组：

$$\begin{bmatrix} p_t(s) \\ l_{wd}(s) \\ \Delta_{pv}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & g_{13}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & g_{23}(s) \\ g_{31}(s) & g_{32}(s) & g_{33}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_s(s) \\ u_{fv}(s) \\ u_{fp}(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{14}(s) \\ g_{24}(s) \\ g_{34}(s) \end{bmatrix} [u_{tg}(s)] \quad (1-12)$$

某装置原来采用 3 个单一的简单控制回路。实践下来，效果并不好。

从多变量系统的角度去分析，上述方案的确存在问题，主要是各回路间严重关联，例如，$u_{fv}$和 $u_{fp}$都会影响 $l_{wd}$。

多变量系统可以有不同的结构，可以有不同的设计方法。

采用频域方法同样是一条可行的途径。在分析的基础上，提出了多种控制方案。图 1－4 所示的方案比较简单，而且具有良好的控制品质。采用 3 个 *PI* 控制器，并增加了控制器间的联系通道，这样，控制器的传递函数阵就不再是简单的对角阵了。这 3 个控制器的传递函数是：

$$K_1(s) = 0.01\left(1 + \frac{1}{300} \cdot \frac{1}{s}\right)$$

$$K_2(s) = 0.05\left(1 + \frac{1}{300} \cdot \frac{1}{s}\right)$$

$$K_3(s) = 0.04\left(1 + \frac{1}{300} \cdot \frac{1}{s}\right)$$

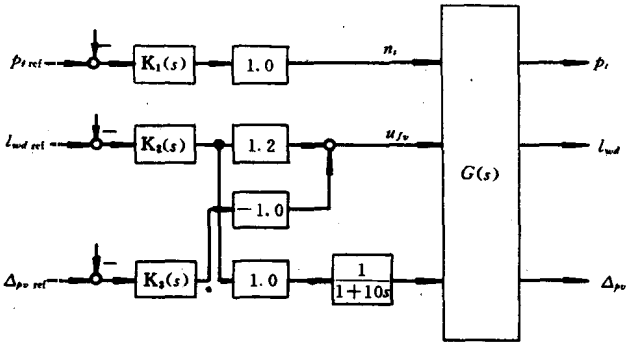



图 1－4　改进的控制方案

以上两个例子表明，对于工业上普遍存在的多输入—多输出（MIMO）系统，简单地分解为若干个孤立的单输入—单输出系统来处理，在很多情况下是不合适的。

## 第三节　本书内容梗概

本书的内容正如书名所示，是多变量线性控制系统的分析与设计。分析，是在已知系统结构与参数的条件下，通过适当途径，来判断或推测系统的控制品质；设计，是对已定的过程，设法确定为满足某种（或某些）品质指标而采取的控制策略和算法。本书是以大学本科的控制原理（包括现代控制理论的初步内容）为起点编写的，是作为自动化科技工作者的参考书或本领域研究生的教材。在内容的选取上，既注意基础性，也注意应用性、前沿性和工程性；在方法的选择上，是时域法和频域法并重；在叙述上，希望在保持理论严格性和正确性的前提下，避免过多的和深奥的数学推导，力求深入浅出，适合于工程技术人员和工科学生的需要。

全书共分十章，其中基础内容和分析约占一半，设计方法也占一半。

第一章为引论。线性多变量系统是现代控制理论的重要学科分支，为说明其由来、发展与作用，作了简明的历史回顾。通过过程控制中的两个典型例子，以说明状态空间表达式和传递函数阵描述形式，并说明多变量系统的某些特点。对全书的内容，也作概括的介绍。

第二章为数学基础。多变量系统的数学基础中，矩阵理论是重要组成部分，常数矩阵、矩阵的秩、行列式、特征值、特征向量等在各章中经常出现。同时，由于本书不仅讨论状态空间时域方法，也讨论了几类频域的分析和设计方法，有必要对多项式矩阵和有理函数矩阵等也作必要的介绍。本章中的代数函数部分也是为此而列入的。

第三章为多变量系统的描述。不论是系统的分析或设计，过程的数学模型是基点。本章中介绍 4 种描述形式，它们分别是状态空间描述、Rosenbrock 系统矩阵描述、传递函数阵描述和矩阵分式描述。并将说明开环描述与闭环描述的关系，以及系统的极点和传递零点。

第四章为可控性、可观性、标准型。可控性和可观性是系统的基本特性。这里将给出它们的定义及判据。解耦零点的存在表明系统不完全可控或不完全可观，本章中将阐明内在关系，并给出解耦零点的求法。系统的标准形具有便于分析的优点，将给出几种不同形式的标

准形，并阐述转换方法。由传递函数阵转换为状态空间描述形式称为实现命题，由状态空间描述转换为传递函数阵形式称为重构命题，将阐明几种算法。另外，多变量系统的零点比较复杂，本章中将在介绍不变零点之后，作一小结。

第五章为系统的稳定性分析。稳定性也是系统的重要性质，是系统正常运行的必要条件。本章将在讨论稳定性的基本概念之后，说明几种适合于多变量系统的分析方法，包括时域方法（如线性定常系统的 Lyapunov 方法）和频域方法（如正 Nyquist 阵列与逆 Nyquist 阵列判据），并介绍特征增益与特征频率的概念和它们在稳定性分析中的应用。

第六章为鲁棒性与鲁棒控制器设计。大多数工业过程存在一定的不确定性，数学模型只能是一种近似描述，与实际系统之间不可避免地存在偏差。这称为模型不确定性或模型摄动。如果系统在一定的模型摄动范围内仍能保持某些控制性能指标，则称该控制系统在这些性能指标下具有鲁棒性。鲁棒性一词是稳健性（robustness）的音译。系统是否具有鲁棒性和如何改进鲁棒性的问题越来越受到重视。在本章中，将首先说明和比较模型不确定性的几种描述形式，然后给出多变量反馈系统稳定鲁棒性的条件。在鲁棒性分析之后，介绍鲁棒伺服控制器的设计方法。另外，本章还探讨了系统在部件故障条件下的鲁棒性，即系统的整体性问题。

第七章为极点配置与观测器设计。闭环极点的位置虽然不是决定系统品质的唯一因素，但起着关键的作用。如何通过状态反馈或输出反馈来配置极点的位置，是一类很有价值的设计策略。极点配置方法是本章的一个主要内容。

采用状态反馈来实现极点配置，已有非常成熟的算法，在这点上要比输出反馈方便得多，然而在绝大多数情况下，并非所有的状态变量都可以直接量测。为了在状态不完全可测时也可进行状态反馈，我们可以依据输入向量和输出向量的数据来计算状态向量，在确定性系统将该算法称为观测器。本章的上半部分将讨论状态观测器的设计方法。

第八章是 LQR（线性二次型调节器）设计问题。LQR 是一类得到广泛研究和成功应用的最优控制系统。本章在介绍其命题以后，讨论稳态 LQR 的设计方法，包括具有预期稳定裕度的 LQR 设计。接着将讨论 LQR 系统的若干性质，包括稳定裕度、鲁棒性、整体性等。由于得出的状态反馈控制律与二次型目标函数中权矩阵有密切的关系，如何确定这些权矩阵也是工业应用中需要解决的一个命题，对此也将展开一定的讨论。

第九章是多变量系统的频域设计方法。频域方法与时域的状态空间方法各具特色，相辅相成。多变量频域法在工业应用上很受人们的重视，从 70 年代以来，已开辟了多种方法。其中尤以 Rosenbrock 的逆奈氏阵列法与 MacFarlane 的特征轨迹法流传最广。本章在讨论了多变量频域设计法的基本概念和介绍了增益空间概念之后，就着重阐述以上两种方法。

第十章为多变量控制系统设计的数值方法。随着计算机辅助设计（CAD）的发展，上面所介绍的许多分析和设计方法，都已有现成的软件包。然而，遇到复杂情况，这些解析方法可能难以应用。另一条出路是按照规定的品质要求，通过在控制器参数域上的搜索，设法得出合适的数值，这就是各种数值方法的共同特征。本章重点阐述两种具有代表性的方法，一是 Zakian 等提出的以满足控制品质约束条件为目标的不等式方法，二是 Edmund 提出的以接近预期闭环传递函数阵为目标的频域方法。

# 第二章 数 学 基 础

为了使读者能更方便地阅读本书的内容，本章将首先对以后各章中所要用到的一些数学理论与工具作一概述性的介绍，内容包括：关于常数（实数或复数）矩阵的一些基本结论、多项式矩阵和有理函数矩阵以及代数函数的基础知识。应予说明的是，本章并不是关于这些数学理论的系统性介绍，其中的陈述主要是结论性和概述性的，对于所引用的结论一般不给出具体的证明。关于多变量系统分析与设计中涉及的系统性的数学理论与工具，读者可以参见文献〔6，11〕，而关于“代数函数”部分，可以参考文献〔12〕。

在阅读后续各章内容之前，先将本章稍作研读将是非常有益的，尤其是本章中关于“代数函数”的介绍，更有助于充分理解多变量系统的“广义根轨迹图”与“广义 Nyquist 图”的概念。而对于矩阵理论已较为熟悉的读者，则可以直接进入到以后各章，待遇到问题时再回到本章来稍作参考即可。

## 第一节 关于常数矩阵的一些基本结论

### 一、矩阵及其分类

由如下 $m \times n$ 个元素组成的阵列：

$$\boldsymbol{A} = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2-1}$$

称为矩阵 $\boldsymbol{A}$，$m \times n$ 为它的维数。当 $a_{ij}$ 为实数时，称 $\boldsymbol{A}$ 为 $m \times n$ 实数矩阵，记为 $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{R}^{m \times n}$。当 $a_{ij}$ 为复数时，称 $\boldsymbol{A}$ 为 $m \times n$ 复数矩阵，记为 $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{C}^{m \times n}$。当 $a_{ij}$ 为有理函数或多项式时，称 $\boldsymbol{A}$ 为有理函数矩阵或多项式矩阵。实数与复数矩阵统称为常数矩阵。

当 $n=1$，即仅有一列时，称：

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix} \tag{2-2}$$

为 $m$ 维列向量，记为 $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{R}^m$（或 $\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{C}^m$）。类似地，当 $m=1$，即仅有一行时，称：

$$\boldsymbol{a} = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n] \tag{2-3}$$

为 $n$ 维行向量。

当 $m=n$ 时，称 $\boldsymbol{A}$ 为 $n \times n$ 维方阵。

对于式（2-1）的矩阵 $\boldsymbol{A}$，当 $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{R}^{m \times n}$ 时，定义：

$$\boldsymbol{A}^T = [a_{ji}] \tag{2-4}$$

$\boldsymbol{A}^T$ 称为 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵，其维数为 $n \times m$。当 $\boldsymbol{A} \in \boldsymbol{C}^{m \times n}$ 时，定义：



此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com