

DAMAGE THEORY AND ITS APPLICATION

损伤理论 及其应用

余天庆 钱济成 编著

国防工业出版社

损伤理论及其应用

余天庆 钱济成 编著

国防工业出版社

(京)新登字106号

内 容 简 介

本书主要介绍能量损伤理论和几何损伤理论及其在金属材料和混凝土、岩石结构中的应用。全书共分六章，前三章介绍基础理论及连续介质力学与热力学的有关内容。第四章系统地分析能量损伤理论及其在金属材料中的应用，并介绍了延性塑性损伤、疲劳损伤和蠕变损伤模型。第五章介绍几何损伤理论及其在岩石结构中的应用。第六章介绍能量损伤理论在混凝土结构中的应用，各向同性弹性损伤、各向异性弹性损伤、各向同性塑性损伤和徐变损伤均有模型和实例分析。

本书可作为高等院校力学专业、材料专业和其它工程科学的研究生、高年级大学生的教学参考书，也可供航空航天、机械、冶金、铁道、水利、建筑、岩土工程等专业的师生及有关工程研究人员与工程技术人参考。

损伤理论及其应用

余英成、储济成 编著

责任编辑 张建宏

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店经售

河北省涿州中学印刷厂印装

850×1168毫米 开本32 印张7 180千字

1993年10月第一版 1993年10月第一次印刷 印数：0001—2000册

ISBN 7-118-01095-2/TB·47 定价：6.55元

前　　言

1981年9月在法国卡尚(CACHAN)举行的第147次欧洲力学学术讨论会被命名为“损伤力学”(Damage Mechanics)学术讨论会，这在世界上可能还是第一次关于损伤力学的国际学术讨论会。10多年来，损伤理论的研究工作，在世界几个科学技术发达的国家、在我国都得到了迅速的发展并取得了很多成果。在多次国际学术会议上和许多中、外文杂志上，发表了大量的论文。但是，系统地阐述损伤理论和损伤理论应用于工程实际的专著，迄今出版甚少。

从1986年起，我和钱济成教授在教学、科研的合作中，尤其是在指导研究生的教学工作中，我们感到有必要编写一本关于损伤理论的基础知识、损伤机制、损伤模型以及损伤理论在金属和非金属材料中应用的著作，以期能为损伤力学的发展作些贡献。本书第1、2、3、5章和附录由我编写，第4、6章由钱济成教授编写。希望此书能对力学、材料科学的科学工作者和工程界同仁的研究工作有所帮助。

法国巴黎第六大学(居里夫妇大学)卡尚力学与技术研究所所长琼勒梅特(Jean Lemaitre)教授是损伤力学的奠基者之一，也是欧洲力学界的代表人物。他首先将材料的损伤过程及损伤模型的建立纳入热力学和连续介质力学的框架。笔者在本书中把这种理论称为能量损伤理论，研究微裂纹和微空隙及其分布状况对材料损伤的影响是日本名古屋大学村上澄男教授等人在80年代创立的损伤理论，书中称其为几何损伤理论。本书主要介绍这两种损伤理论的基础知识、损伤模型及其在金属和非金属材料中的应用以及作者的部分研究成果。

在编写本书的过程中，勒梅特教授和村上澄男教授给我们寄

来了大量的文献和资料，李灏教授编写的研究生讲义，都给予我们很大的帮助。几何损伤理论部分基本上是取材于村上澄男教授等的几篇论文。我在铁道部科学研究院给研究班讲授“损伤理论及其应用”课程及在编写和出版此书的工作中，程庆国教授、姚明初教授以及铁道部科学研究院研究生部的许多同志都给予了支持和帮助。北京建筑工程学院徐积善教授、水利水电科学研究院于晓中教授也给予了关心和支持。在此一并致以诚挚的谢意。作者向本书中引用的著作与论文的作者表示崇高的敬意。此外，还感谢所有参加过研讨班的同行和博士、硕士研究生给予的支持和提出的宝贵意见。

本书由清华大学杜庆华教授审稿，谨致以衷心的感谢。

由于作者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请专家学者和广大读者批评指正。

余天庆

于武昌1991年1月

ABSTRACT

The subject matter of this book is to present the energy damage theory, geometrical damage theory and its application to metals, concrete and rock mass. There are six chapters in the book, the first three chapters review the elements of the continuum mechanics and thermodynamics of irreversible processes which constitute the theoretical tools used in the fourth and sixth chapters. The forth chapter presents systematically the energy damage theory and its application to metals, besides it includes ductile plastic damage, fatigue damage and creep damage. The fifth chapter is devoted to the geometrical damage theory which can be used for the consideration of damage and fracture of concrete and rock mass. The sixth chapter is concerned with the application of energy damage theory to concrete. The book therefore covers practically the whole field of damage mechanics of materials. Isotropic elastic damage, anisotropic elastic damage, isotropic elasto-plastic damage, creep damage and their models as well as some examples are described respectively.

The book can be taken as the textbook for the graduate students and collegians of mechanical and material specialities in universities. It is also important reference for the teachers, students, engineering rese-

V

archers and engineering technicians who study and work in the field of aerospace, mechanery, metallurgy, railway, hydropower station, water conservancy, civil engineering and rock mass engineering.

目 录

第一章 绪论	I
§ 1-1 损伤理论的研究内容和意义	1
§ 1-2 损伤理论的研究方法	3
§ 1-3 损伤的分类	5
§ 1-4 发展简况	6
参考文献	7
第二章 连续介质力学的基本定律	10
§ 2-1 运动的物质描述与空间描述·物质导数	10
§ 2-2 质量守恒定律与连续性方程	13
§ 2-3 动量守恒定律与运动方程	16
§ 2-4 能量守恒定律与能量方程(热力学第一定律)	17
§ 2-5 热力学第二定律·熵不等式	19
§ 2-6 本构方程遵循的一般原理	22
参考文献	28
第三章 损伤理论的热力学基础	29
§ 3-1 热力学状态空间·内部状态变量	29
§ 3-2 本构泛函	30
§ 3-3 损伤本构方程	32
§ 3-4 耗散势与损伤本构方程	36
参考文献	38
第四章 能量损伤理论及其应用	39
§ 4-1 损伤变量和有效应力	39
§ 4-2 各向同性材料耦合损伤的热力学理论	46
§ 4-3 损伤能量释放率和断裂准则	51
§ 4-4 金属材料各向同性损伤模型	54
§ 4-5 各向异性弹性损伤	67

参考文献	73
第五章 几何损伤理论及其应用	75
§ 5-1 损伤状态的几何描述	75
§ 5-2 本构方程和损伤演变方程	85
§ 5-3 蠕变损伤几何理论的实验验证	87
§ 5-4 用局部法分析蠕变裂纹扩展	92
§ 5-5 几何损伤理论在岩体结构研究中的应用	104
参考文献	130
第六章 损伤理论在混凝土结构研究中的应用	132
§ 6-1 混凝土的破坏机理和力学性能	133
§ 6-2 各向同性弹性损伤	139
§ 6-3 各向异性弹性损伤	153
§ 6-4 各向同性弹塑性损伤	175
§ 6-5 徐变损伤分析	184
参考文献	200
附录 张量分析基础	202
§ 1 矩阵	202
§ 2 矢量与并矢量积	205
§ 3 笛卡儿张量	207
§ 4 矢量与张量的微积分	210
§ 5 张量性质	212
参考文献	214

CONTENTS

Chapter 1 INTRODUCTION	1
§ 1-1 Significance and research domain of damage theory	1
§ 1-2 Research method of damage theory	3
§ 1-3 Classification of damage	5
§ 1-4 Historical remarks	6
References	7
Chapter 2 SOME BASIC LAWS OF CONTINUUM MECHANICS	10
§ 2-1 Material description and spacial description of the motions. Material derivative	10
§ 2-2 Law of conservation of mass and equation of continuity	13
§ 2-3 Law of conservation of momentum and equation of motion.....	16
§ 2-4 Law of conservation of energy and energy equation (First law of thermodynamics)	17
§ 2-5 Second law of thermodynamics and entropy inequality	19
§ 2-6 General principles obey by the constitutive equations	22
References	28
Chapter 3 THERMODYNAMIC BASIS OF DAMAGE THEORY	29
§ 3-1 Thermodynamic state space. Internal state variables	29
§ 3-2 Constitutive functional	30
§ 3-3 Constitutive equation of damaged materials	32
§ 3-4 Dissipative potential and constitutive equation	36
References	38
Chapter 4 ENERGY DAMAGE THEORY AND ITS APPLICATION	39
§ 4-1 Damage variables and effective stress	39

X

§ 4-2 Thermodynamic theory of damage of isotropic material couple with damage	46
§ 4-3 Damage energy release rate and fracture criterion	51
§ 4-4 Isotropic damage models of metals	54
§ 4-5 Couple between elasticity and anisotropic damage	67
<i>References</i>	73
Chapter 5 GEOMETRICAL DAMAGE THEORY AND ITS APPLICATION	75
§ 5-1 Geometrical discription of damage state	75
§ 5-2 Constitutive equation and evolutional equation of damage	85
§ 5-3 Experimental verification of geometrical theory of creep damage.....	87
§ 5-4 Local approach of evolution of creep micro-cracks.....	92
§ 5-5 Application of geometrical theory of damage to rock mass.....	104
<i>References</i>	130
Chapter 6 APPLICATION OF DAMAGE THEORY TO CONCRETE.....	132
§ 6-1 Rupture mechanism and mechanical properties of concrete	133
§ 6-2 Isotropic elastic damage	139
§ 6-3 Anisotropic elastic damage	153
§ 6-4 Isotropic elasto-plastic damage	175
§ 6-5 Creep damage analysis.....	184
<i>References</i>	200
Appendix FUNDAMENTAL TENSOR ANALYSIS.....	202
§ A-1 Matrix	202
§ A-2 Vectors and dyadic product	205
§ A-3 Cartesian tensor	207
§ A-4 Vectors and tensor calculus	210
§ A-5 Properties of tensors	212
<i>References</i>	214

第一章 緒論

§ 1-1 損傷理論的研究內容和意義

机械设备和工程结构中的构件，从毛坯制造到加工成形的过程中，不可避免地会使构件的内部或表面产生微小的缺陷（如小于1mm的裂纹或空隙等）。在一定的外部因素（载荷、温度变化以及腐蚀介质等）作用下，这些缺陷会不断扩展和合并，形成宏观裂纹。裂纹继续扩展后，最终可能导致构件或结构的断裂破坏。微缺陷的存在与扩展，也是使构件的强度、刚度、韧性下降或剩余寿命降低的原因。这些导致材料和结构力学性能劣化的微观结构的变化称为损伤。损伤理论研究材料或构件从原生缺陷到形成宏观裂纹直至断裂的全过程，也就是通常指的微裂纹的萌生、扩展或演变、体积元的破裂、宏观裂纹形成、裂纹的稳定扩展和失稳扩展的全过程。损伤理论，主要是在连续介质力学和热力学的基础上，用固体力学的方法，研究材料或构件宏观力学性能的演变直至破坏的全过程，从而形成了固体力学中一个新的分支——损伤力学。

长期以来，人们对材料和构件宏观力学性能的劣化直至破坏全过程的机理、本构关系、力学模型和计算方法都非常重视，并且用各种理论和方法进行了研究。材料和物理学家从微观的角度研究微缺陷产生和扩展的机理，但是所得结果不易与宏观力学量相联系。力学工作者则着眼于宏观分析，其中最常用的是断裂力学的理论和方法。断裂力学主要研究裂纹尖端附近的应力场和应变场、能量释放率等，以建立宏观裂纹起裂、裂纹的稳定扩展和失稳扩展的判据。但是断裂力学无法分析宏观裂纹出现以前材料中的微缺陷或微裂纹的形成及其发展对材料力学性能的影响，而且

许多微缺陷的存在并不都能简化为宏观裂纹，这是断裂力学的局限性。经典的固体力学理论虽然完备地描述了无损材料的力学性能（弹性、粘弹性、塑性、粘塑性等），然而，材料或构件的工作过程就是不断损伤的过程，用无损材料的本构关系描绘受损材料的力学性能显然是不合理的。损伤理论旨在建立受损材料的本构关系、解释材料的破坏机理、建立损伤的演变方程、计算构件的损伤程度、从而达到预估其剩余寿命的目的。因此，它是经典的固体力学理论的发展和补充。

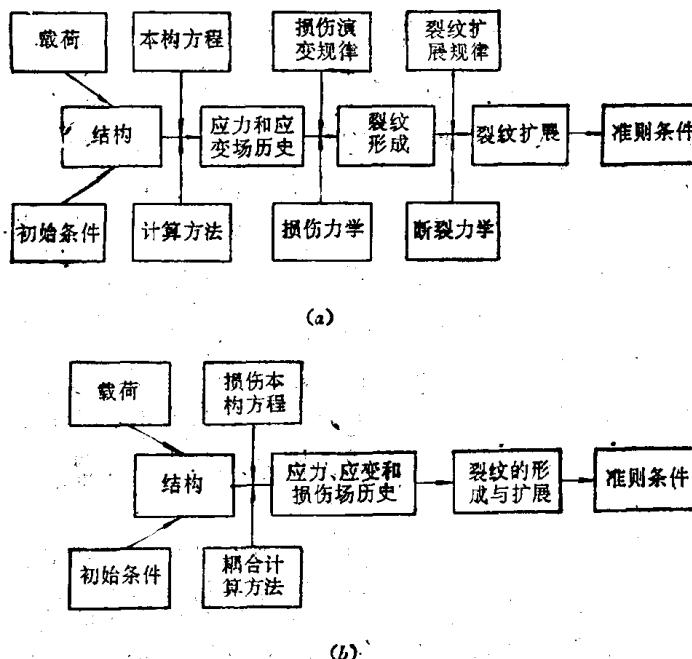


图1-1 结构计算框图

70年代末，损伤力学限制在只研究材料在宏观裂纹出现以前的阶段，当宏观裂纹出现以后则用断裂力学的理论和方法进行研究，这是无耦合的分析方法，其计算框图见图1-1(a)^[1]。实际上，当宏观裂纹出现以后，材料的损伤对裂纹尖端附近及其它区域的应力和应变都有影响。因此，合理的方法应该将损伤耦合

到本构方程中进行分析和计算, 计算框图见图1-1(b)。严格地说, 每一时刻损伤对材料的力学性能参数都有影响。因此, 用损伤本构方程取代没有考虑损伤的本构方程, 同时采用耦合计算方法, 是使计算结果更加逼近实际情况的有效途径, 这就是研究和发展损伤理论的实际意义。由于本构方程中将有关的力学参数与损伤进行了耦合, 所以分析和计算更复杂些, 即使对弹性材料, 本构方程也是非线性方程。

损伤理论, 是将固体物理学、材料强度理论和连续介质力学统一起来进行研究的。因此, 用损伤理论导得的结果, 既反映材料微观结构的变化, 又能说明材料宏观力学性能的实际变化状况, 而且计算的参数还应是宏观可测的, 这在一定程度上弥补了微观研究和断裂力学研究的不足, 也为这些学科的发展和相互结合开拓了新的前景。

§ 1-2 损伤理论的研究方法

损伤理论的研究方法之一, 是连续介质力学的唯象方法。它是以材料的表观现象为依据, 建立与损伤耦合的力学分析模型, 通过力学和数学的分析与计算, 获得所需的数值结果。国内外许多学者将材料中存在的微缺陷理解为连续的变量场(损伤场), 用连续介质力学的概念和方法研究微缺陷的发展及其对材料力学性能的影响, 由此而形成的损伤力学, 有时又称为连续损伤力学。

如前所述, 物体内存在的损伤(微缺陷), 可以理解为一种连续的场变量, 它和应力、应变场以及温度场的概念相类似。所以在分析时首先应在物体内某点处选取“体积元”, 并假定该体积元内的应力、应变以及损伤都是均匀分布的。这样就能在连续介质力学的框架内对损伤及其对材料力学性能的影响作系统的处理。其过程一般可分为以下四个阶段:

1. 选择合适的损伤变量。描述材料中损伤状态的场变量称为损伤变量, 它属于本构理论中的内部状态变量。从力学意义上

说，损伤变量的选取应考虑到如何与宏观力学量建立联系并易于测量。不同的损伤过程，可以选取不同的损伤变量，即使同一损伤过程，也可以选取不同的损伤变量。

2. 建立损伤演变方程。材料内部的损伤是随外界因素（如载荷、温度变化及腐蚀等）作用的变化而变化的。为了描述损伤的发展，需要建立描述损伤发展的方程，即损伤演变方程。选取不同的损伤变量，损伤演变方程也就不同，但它们都必须反映材料真实的损伤状态。

3. 建立考虑材料损伤的本构关系。这种包含了损伤变量的本构关系，即损伤本构关系或损伤本构方程，在图1-1(b)所示的耦合计算框图中占有重要的地位，或者说起着关键或核心的作用。

4. 根据初始条件（包含初始损伤）和边界条件求解材料各点的应力、应变和损伤值。由计算得到的损伤值，可以判断各点的损伤状态。在损伤达到临界值时，可以认为该点（体积元）破裂，然后根据新的损伤分布状态和新的边界条件，再作类似的反复计算，直至达到构件的破坏准则而终止。

就损伤理论的研究方法而言，损伤理论可以分为能量损伤理论和几何损伤理论。由勒梅特（J. Lemaître）等^[2]创立的能量损伤理论是以连续介质力学和热力学为基础，将损伤过程视为能量转换过程，而且这种转换是不可逆的。由自由能和耗散势导出损伤本构方程和损伤演变方程。能量损伤理论在金属和非金属材料的损伤、断裂的研究中已得到了广泛的应用。由村上澄男（Sumio Murakami）等^[3,4]创立的几何损伤理论认为材料的损伤也是由材料中的微缺陷所造成的，但损伤度的大小和损伤的演变与材料中微缺陷的尺寸、形状、密度及其分布有关。损伤的几何描述（张量表示）和等价应力的概念相结合，构成了几何损伤理论的核心。几何损伤理论已被有效地应用于岩石和混凝土结构的计算中^[5]。

§ 1-3 损伤的分类

损伤与材料的变形往往是不可分割的。按材料变形的性质和状况，可将损伤作下列分类：

1. 弹性损伤 弹性材料中由应力的作用而导致的损伤。材料发生损伤后，没有明显的不可逆变形，所以又称为脆弹性损伤。如强度高韧性低的金属和合金、高强度混凝土、陶瓷和岩石等材料中产生的损伤。

2. 弹塑性损伤 弹塑性材料中由应力的作用而引起的损伤。材料损伤时，同时产生残余变形。室温或较高温度下，金属塑性大变形中的损伤就属于这类损伤，故又称为延性塑性损伤。如强度较低但韧性很好的金属材料、中强度的混凝土、复合材料、高分子材料等常用的工程材料中出现的损伤。

3. 蠕变损伤 材料在蠕变过程中产生的损伤，有时也称为粘塑性损伤。在给定的温度（中温或高温）下，这类损伤是时间的函数。如金属材料在高温或较高温度下蠕变中产生的损伤。对于混凝土这类材料，即使在常温下，恒定的应力也会引起蠕变（或称徐变）而产生损伤。

4. 疲劳损伤 这类损伤由应力的重复而引起，并为其循环次数的函数。根据应力水平的不同，又可分为低周疲劳损伤和高周疲劳损伤。因为高周疲劳过程中有不可逆的微塑性应变，故又称为微观塑性损伤。

5. 剥落损伤 由冲击载荷或高速载荷产生的弹性损伤和弹塑性损伤，又称为动力损伤。

此外，还有由腐蚀引起的损伤，蠕变-疲劳损伤以及由中子线、 α 线、核分裂的照射而引起的损伤等等。本书不介绍由腐蚀和照射而引起的损伤。

§ 1-4 发 展 简 况

1958年, 卡钱诺夫 (Kachanov)^[6]在研究金属的蠕变破坏时, 为了反映材料内部的损伤, 第一次提出了“连续性因子”和“有效应力”的概念。后来, 拉博诺夫 (Rabotnov)^[7]又引入了“损伤因子”的概念。他们为损伤力学的建立和发展做了开创性的工作。但是在很长的一段时间内, 这些概念和方法除了应用于蠕变问题的研究外, 并未引起人们的广泛重视。

70年代初, “损伤”概念被重新提出来了。值得指出的是法国学者勒梅特在这方面做出了卓越的贡献。1971年, 勒梅特将损伤概念用于低周疲劳研究^[8]。1974年英国学者勒基 (Leckie)^[9]和瑞典学者赫尔特 (Hult)^[10]在蠕变的研究中将损伤理论的研究向前推进了一步。70年代中期和末期, 各国学者相继采用连续介质力学的方法, 把损伤因子作为一种场变量, 并称为损伤变量, 逐步形成了连续损伤力学的框架和基础。80年代中期, 能量损伤理论和几何损伤理论相继形成。戴森 (Dyson)^[11]、贝光道 (Bui) 和唐万 (Dang Van)^[12]、克拉辛诺维 (Krajcinovic) 和冯塞卡 (Fonseka)^[13, 14]、萨帕托科 (Supartoko) 和西多霍夫 (Sidoroff)^[15]等人的研究成果, 对损伤理论的形成和发展都做出了有益的贡献。

1980年5月, IUTAM (国际理论与应用力学联合会) 委托克雷普尔 (Krempl) 在美国主持召开“用连续介质力学方法对损伤和寿命预测”研讨会, 讨论了用连续介质力学描述金属、聚合物、混凝土和岩石等材料的损伤过程。1981年7月, 欧洲力学协会委托勒梅特在法国米尚召开了第一次命名为“损伤力学” (Euromech Colloquium 147-Damage Mechanics) 的国际学术讨论会。会上交流的33篇论文还只涉及到何谓损伤、如何测量损伤和怎样运用损伤概念等问题。同年我国《固体力学学报》刊登了有关损伤理论的译文^[16]。1982年11月在美国召开了第二次关