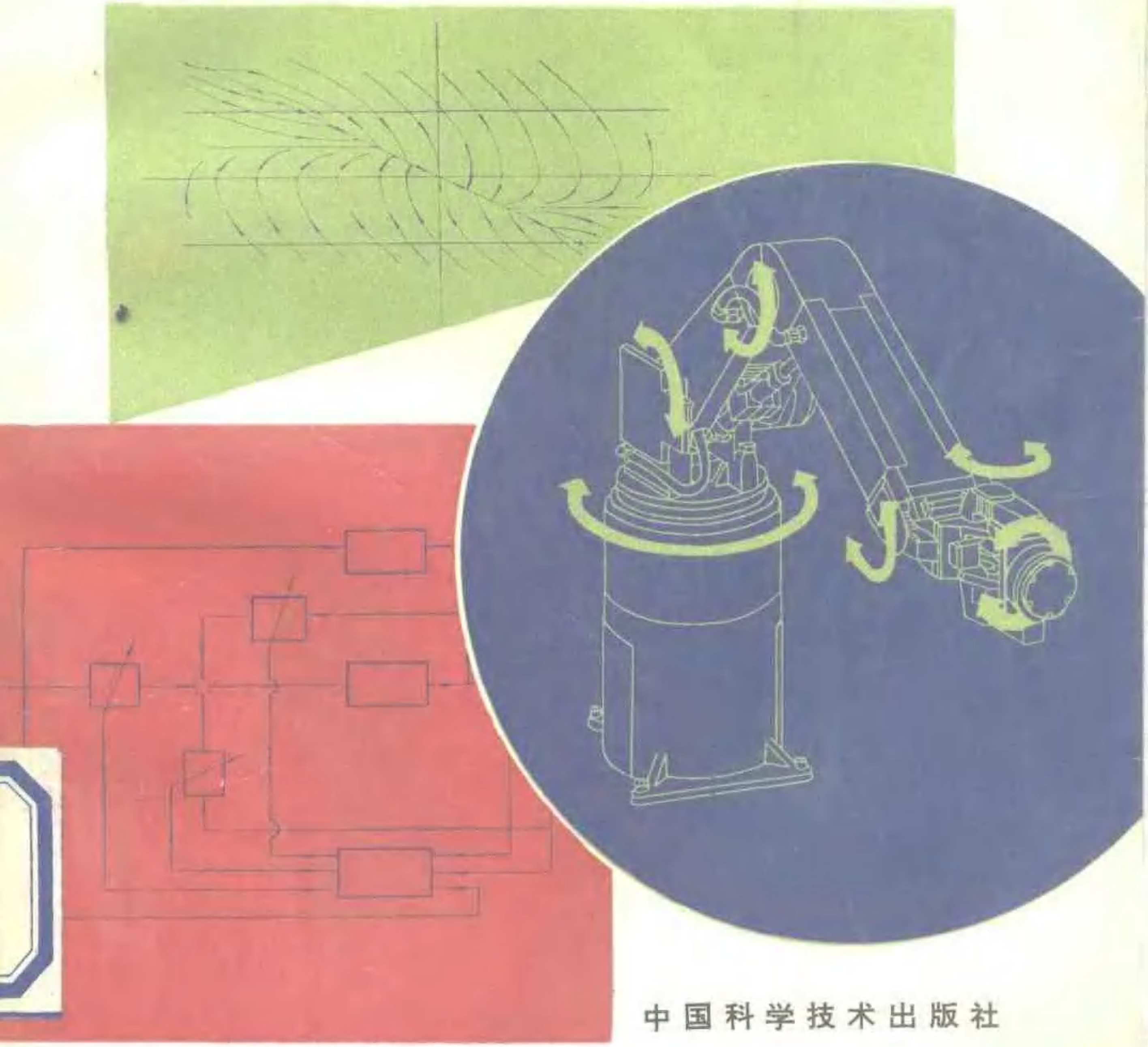
变结构控制理论基础

高为炳 著



中国科学技术出版社

TP13
71

变结构控制理论基础

高为炳 著

北京农业工程大学图书馆
藏书

中国科学技术出版社

内 容 提 要

变结构控制是一种控制系统的设计方法，适用于线性及非线性系统。包括控制系统的调节、跟踪、自适应及不确定等系统。它具有一些优良特性，尤其是对加给系统的摄动和干扰有良好的自适应性。近年来，这种设计方法受到了国内外的广泛重视，得到了很快发展。

本书介绍了变结构控制的基本内容及应用，特别注重理论基础的讲解，介绍了不少应用问题，并包括一定数量的例题和仿真结果。

ZR01/33 13

变结构控制理论基础

高为炳 著

责任编辑：金维克

封面设计：赵一东

*

中国科学技术出版社出版（北京海淀区白石桥路 32 号）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国科学院印刷厂印刷

*

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：18.375 字数：421 千字

1990 年 3 月第 1 版 1990 年 3 月第 1 次印刷

印数：1—1,550 册

ISBN 7-5046-0106-3/TP·3（平） 定 价：7.80

ISBN 7-5046-0107-1/TP·4（精） 定 价：12.50

前　　言

变结构控制理论经过 30 年左右的发展，已形成了一种学科体系。可以概括地指出变结构控制理论的主要特点如下。

变结构控制理论，是一种控制系统的综合方法，而且这种综合方法是比较容易实现的。这里，所谓容易是在该问题范围内相对其他方法而言的。

变结构是通过切换函数实现的。一个控制系统可以设计若干个切换函数。当系统的状态向量所决定的切换函数值，随着它的运动达到某特定值(不失一般性取为零)时，系统中一种结构(运动微分方程)转变成另一种结构。特别重要的是，我们要求切换面(子空间)上存在滑动模态区。

变结构控制系统将一个高阶系统分解成两个低阶的系统。设控制系统是 n 阶系统，取 m 个切换函数：$s_i(x, t)$，$i = 1, 2, \cdots, m$，我们可以将系统分解为两个系统，一个是 m 阶的，状态变量就是 s_i，另一个是 n-m 维的滑动模态方程。而且这样的子系统还有自己的独特的简单性质，如滑动模态运动方程可以解耦出来，形成独立的 n-m 维动力学系统，与控制无关。以 s_i 为状态的 m 阶系统，可以视为大系统中的积结系统，我们无需解一个微分方程组，需要做的仅仅是确定控制

$$u_i \ (i = 1, 2, \cdots, m),$$

使得 s_i 满足到达条件，即 $s_i\dot{s}_i < 0$，这里仅仅需要判定符号而不是求解代数或微分方程。可以说变结构控制将一个复杂的高阶系统归结成两个低阶的，比较简单的问题。

变结构控制的一大优点是其滑动模态对加给系统的干扰和系统的摄动具有完全的自适应性。这里系统的摄动可以作很广泛的理解与处理。除了参数摄动外，非线性项和不确定项都可以视为摄动。变结构控制的这一优点已引起人们注意，也是近十年来变结构控制重新受到重视，重新获得巨大发展的原因。

变结构控制作为一种控制系统的综合方法，它的确定是一种普遍的方法，适用于线性定常系统，线性非定常系统，也适用于非线性系统。对非线性控制系统来说，其它综合方法是比较少的，全局线性化、线性化解耦等方法，要求系统满足一些很强的条件，就是说很多非线性系统是不能线性化的。变结构控制综合方法对任何非线性系统都是适用的，只不过有时问题变得很复杂很困难而已。

变结构系统是针对调节问题发展起来的。但它也适用于解决运动跟踪、模型跟踪、自适应控制、不确定系统控制等更一般的问题。

变结构控制作为一种综合方法，它的解不是唯一的。不像最优控制与极点配置那样，在一定前提下(选择指标、极点集)解是唯一确定的。对变结构控制，随控制结构、控制模式的不同，随着所用方法的不同(传统变结构方法：到达条件不同，李亚普诺夫方法：函数的不同以及超稳定方法)，解可以是多样的。这种多样性从积极意义来看，又为工程设计提供了更多可能性。

变结构系统也有其缺点，最主要的是抖动的出现。另外，有时切换器数量过大也是不利的。

变结构控制虽然可以说已初步形成了自己的体系，但它正在发展之中。可能我们会发现更多的优点和缺点，也可能会看到一些缺点逐步被克服。

所以本书仅是变结构控制系统的理论基础，总结了迄今为止的成就。近十余年来发表的论文为数相当不少，看来写成一本专著的时机已经算是成熟了。这将会促进它的进一步发展。

在目前形势下，作者认为，写一本关于变结构控制的书籍是必要的，但它目前又处于发展之中，等待一段时间写书则条件将更好。在这一矛盾形势下，作者选择了前者。加上作者的水平等限制，本书的缺点与错误可能是难免的。作者欢迎来自各方面的批评与指正。并希望在此基础上写出一本较好的参考书。

本项研究工作承国家自然科学基金资助，此外作者对程勉、李文林、霍伟、吴东南等同志的帮助特表谢忱。

1988年5月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　　录

第　一　章

变结构控制概论

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

变结构控制系统，在50年代就有了相当的研究。由于人们逐渐认识到它的一些优点，如对摄动的某种完全自适应性，并可应用来设计日益复杂的对象的控制规律，近年来又重新受到较大的重视。

概论将对变结构控制的数学基础、非线性系统作必要的论述。然后回顾变结构控制概念的源泉，继电系统的相平面方法。这一方法也是本书中常用到的工具之一。特别是它为我们理解一般变结构控制的理论及方法，提供一种直观的及形象的解释和理解，大大有助于接受抽象的高维空间的几何形象。

最后，本章概括地介绍变结构控制的含义，基本内容、特点以及发展情况。

§1. 非线性系统的若干基本概念

变结构系统是非线性系统，而且是特殊的非线性系统。为了能确切而深入地了解变结构控制系统，有必要首先介绍有关非线性系统的某些基本性质。

1. 非线性系统的某些基本性质

先考虑定常的非线性系统，其运动微分方程一般可表为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \tag{1-1-1}$$

其中 $\boldsymbol{x}$ 是 n 维状态向量，$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 为 n 维向量函数：

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\boldsymbol{x}) \\ f_2(\boldsymbol{x}) \\ \vdots \\ f_n(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix}$$

函数 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 不显含时间，仅是状态变量的函数

$$f_i(x_1, x_2, \cdots, x_n), \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

非线性系统是相对线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \tag{1-1-2}$$

而言的，此方程式右端是线性函数 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$，这里

$$\boldsymbol{A} = [a_{ij}], \quad i, j = 1, 2, \cdots, n$$

是常值 $n \times n$ 阵。

在对非线性系统进行分析时，我们常对方程 (1-1-1) 右端 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 加以限制，即作某些假设。这些假设有：

(1) 连续

(2) 满足李扑西兹条件(简称李氏条件)：当 $\boldsymbol{x}$ 及 $\boldsymbol{y}$ 属于空间 R^n 中的某区域 W 时，存在常数 L 使得

$$|f_i(\boldsymbol{x}) - f_i(\boldsymbol{y})| \leqslant L_i \sum_{j=1}^{n} |x_j - y_j|$$
$$(i = 1, 2, \cdots, n)$$

显然，若$f_i(\boldsymbol{x})$当$\boldsymbol{x}\in W$时可微，则李氏条件成立。我们暂时假定这两个假设是成立的。

线性系统(1-1-2)恒满足这个假设，在整个R^n中是连续的，而且满足李氏条件，就是说$W=R^n$。

线性系统(1-1-2)的一切静态及动态特征都完全地确定于阵$\boldsymbol{A}$，而且更进一步地可以说，确定于$\boldsymbol{A}$的特征根及特征向量。

但是对非线性系统(1-1-1)，它的特征却变得十分复杂，我们知道的并不多，更不要说其解的数学表达式了。为了说明这种复杂性，可以指出以下几点。

(1) 可以有很多平衡状态，即下面的非线性代数方程组的解不止一组：

$$f_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)=0$$
$$(i=1,2,\cdots,n)$$

平衡状态又称零解，自然解，零点，奇点等。但线性系统只有一个孤立平衡状态，$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$的孤立解，为

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$$

这里我们只考虑孤立的奇点，线性系统还可能有奇直线、奇平面、低维奇流形，其上每一点都是平衡状态，但它们都不是孤立奇点，就是说每一点的任意小的邻域内，总有另外的奇点。

(2) 线性系统中初始状态$\boldsymbol{x}_0$放大时，解的类型不变且与$\boldsymbol{x}_0$正比；而非线性系统中，放大初始状态可能引起解的类型的变化。

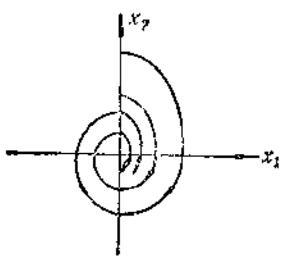
线性系统(1-1-2)的解可表为：

$$\boldsymbol{x}=e^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{x}_0,$$

其中$\boldsymbol{x}_0$为初始状态向量，$e^{\boldsymbol{A}t}$是解阵。显然当$\boldsymbol{x}_0$放大k倍为$k\boldsymbol{x}_0$时，$\boldsymbol{x}$也放大k倍。记初始状态为$\boldsymbol{x}_0$的解为$\boldsymbol{x}(t,\boldsymbol{x}_0,t_0)$，$t_0$为初始时刻，则

$$\boldsymbol{x}(t,k\boldsymbol{x}_0,t_0)=e^{\boldsymbol{A}t}k\boldsymbol{x}_0=ke^{\boldsymbol{A}t}\boldsymbol{x}_0=k\boldsymbol{x}(t,\boldsymbol{x}_0,t_0)$$

这个特征示于图1-1中：(a)为相平面图，(b)为运动图。



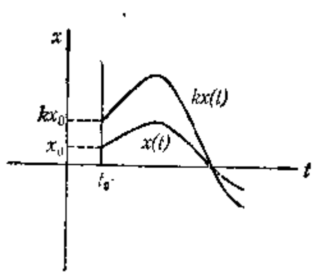


图 1-1

由于我们一般不可能给出非线性系统(1-1-1)的解的数学表达式，只能用下面的二阶非线性系统来解说上述非线性系统的特征：

$$\ddot{x}+k^2\sin x=0。$$

从其相图(1-2a)及运动图(1-2b)可以看出，x_0小时，解是周期解a，而当x_0大时，x

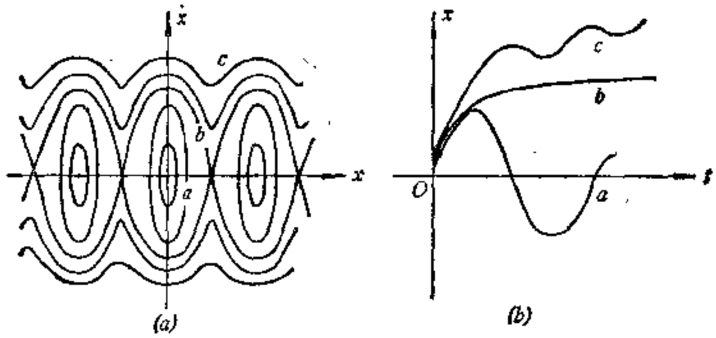


图 1-2

或趋于常值 b，或趋于无穷大 c。

对于非定常非线性系统：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t),$$

解的特性不仅与初始状态有关，而且与初始时刻 t_0 有关，对同一 $\boldsymbol{x}_0$ 当 t_0 不同时，解可能有的稳定(趋近于零)，有的不稳定（不趋近于零），解的类型完全不同。

我们这里也给出一个简单的例子，来说明非定常性给微分方程的解中带来的特性。

一阶非定常、线性系统：

$$\dot{x} = (4t\sin t - 2t)x,$$

其解可算出为

$$x(t, x_0, t_0) = x_0\exp[4\sin t - 4t\cos t - t^2 - 4\sin t_0 + 4t_0\cos t_0 + t_0^2],$$

其中 t_0 为初始时刻，x_0 为初始坐标 x 的值。图 1-3 上给出了 x_0 相同，t_0 不同时解的运动图。可以看出，随 t_0 的增大，解的峰值将无限增大，各个解仍然是有限的而且趋于零的。

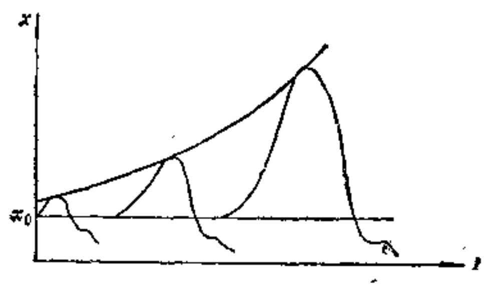


图 1-3

总结起来，对线性定常系统，$\boldsymbol{x}_0$ 及 t_0 的不同，不会引起解的质的不同；对非线性系统(定常或非定常)，$\boldsymbol{x}_0$ 可能引起解的质的不同；对非定常系统(线性或非线性)，t_0 可能引起系统解的质的不同。

(3) 线性系统中解的类型只有几种：中心、稳定及不稳定焦点、稳定及不稳定结点、鞍点(还有奇直线)，而且都可求出来。但非线性系统中，还有其它更复杂的运动，如自振、概周期运动、混沌等等。不仅不可能精确地算出来，而且共有哪些类型，如何判定等基本理论问题，也远没有解决。

在非定常非线性系统中，现象更为复杂多样，如可能出现跳跃、组合振动等等许多有特点的现象。

以上是非线性系统的一些主要特性。

非线性系统 (1-1-1) 及 (1-1-3) 的解的解析表达式一般都不可能求出来，不求解微分方程而研究解的性质，这称之为微分方程的定性理论。稳定性是解的最重要性质，研究微分方程解的稳定性，称为微分方程的稳定性理论。求微分方程的近似解，则构成非线性

振动学科。所有这些学科都属于微分方程的分析问题。分析问题是和控制理论中的综合(设计)问题相对而言的。

最后,我们对一般非线性系统:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t), \tag{1-1-3}$$

即非定常非线性系统,给出通常加在其右端的限制。方程 (1-1-3) 还可写成

$$\dot{x}_i = f_i(\boldsymbol{x}, t), \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{1-1-4}$$

设 $I = (t_1, t_2)$, $t_1 > -\infty$, $t_2 < +\infty$ 为某时间间隔,W表示 R^n 空间的某区域, 也可以是 R^n 自身,任一状态向量及时刻 $(\boldsymbol{x}, t) \in R^n \times I$ 表示:

$$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^T \in W \subseteq R^n,$$
$$t \in I$$

称$W \times I$ 为系统 (1-1-3) 的定义域。假定

(1) $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t)$ 的分量 $f_i(\boldsymbol{x}, t)$ 在$W \times I$ 上连续;

(2) $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t)$ 的分量 $f_i(\boldsymbol{x}, t)$ 在$W \times I$ 上满足李氏条件,即当 $\boldsymbol{x}$、$\boldsymbol{y} \in W$, $t \in I$ 时,存在常数 L_i, 使得

$$|f_i(\boldsymbol{x}, t) - f_i(\boldsymbol{y}, t)| \leqslant L_i \sum_{j=1}^{n} |x_j - y_j|$$

显然,若 f_i 在$W \times I$ 上对 $\boldsymbol{x}$ 有偏导数,则李氏条件必然满足。

这些条件的意义在于,它们保证了微分方程的解的存在性与唯一性。就是说,在任一时刻 t 通过任一状态 $\boldsymbol{x}$, 存在一个且仅有一个解。 正是在这样的条件下, 建立了常微分方程、常微分方程定性论、运动稳定性等学科[1-6]。这些学科正是非线性控制理论的主要基础。

2. 某些非线性系统的奇异性

某些非线性系统,如继电系统、变结构系统等, 其运动微分方程并不满足上述两个基本假设: 连续性与李氏条件。我们将遇到下述两种奇异性。

(1) 不连续性。

设在状态空间 R^n 里有一 $(n-1)$ 维超面 S, 其方程可表示为

$$s(\boldsymbol{x}) = 0, \quad s(\boldsymbol{0}) = 0, \tag{1-1-5}$$

即 $s(x_1, x_2, \cdots, x_n) = 0$。

此超面 S 将空间 R^n 分成两部分, 用 $s(\boldsymbol{x}) > 0$ 和 $s(\boldsymbol{x}) < 0$ 来表示。现在系统的微分方程 (1-1-3) 可表示为:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{cases} \boldsymbol{f}^+(\boldsymbol{x}, t), & 当\ s(\boldsymbol{x}) > 0, \\ \boldsymbol{f}^-(\boldsymbol{x}, t), & 当\ s(\boldsymbol{x}) < 0 \end{cases} \tag{1-1-6}$$

这里 $\boldsymbol{f}^+(\boldsymbol{x}, t)$ 和 $\boldsymbol{f}^-(\boldsymbol{x}, t)$ 是两个不同的数学表达式,它们对任意 t 和 $s(\boldsymbol{x}) = 0$ 以外的 $\boldsymbol{x}$, 都是连续的,且满足李氏条件。换句话说,方程 (1-1-6) 作为两个独立系统,都满足两个基本假设。 方程 (1-1-6) 作为一个系统时,除 R^n 空间的 S 面以外,任一点上都满足解的存在唯一条件。这些点都是微分方程 (1-1-6) 的常点。但是, S 上的任一点上,常微分方程 (1-1-3) 或 (1-1-6) 没有定义。

(2) 非单值性。

我们还将遇到以下方程描述的系统，即微分方程右端是非单值函数：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t), \tag{1-1-7}$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t) = \begin{cases} \boldsymbol{f}^{+}(\boldsymbol{x}, t), & \text{当 } s(\boldsymbol{x}) > -\Delta, \\ \boldsymbol{f}^{-}(\boldsymbol{x}, t), & \text{当 } s(\boldsymbol{x}) < +\Delta \end{cases}$$

对系统 (1-1-7) 来说，在 $s(\boldsymbol{x}) > \Delta$ 中

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}^{+}(\boldsymbol{x}, t)$$

满足两个基本假设，连续且满足李氏条件。在 $s(\boldsymbol{x}) < -\Delta$，系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}^{-}(\boldsymbol{x}, t)$$

也是连续且满足李氏条件的。只有在区域

$$-\Delta \leqslant s(\boldsymbol{x}) \leqslant \Delta$$

之内，对每一 $\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 都有两个值： $\boldsymbol{f}^{+}(\boldsymbol{x}, t)$ 及 $\boldsymbol{f}^{-}(\boldsymbol{x}, t)$。 在这个区域里，常微分方程 (1-1-7) 的解也没有定义。

方程 (1-1-6) 及 (1-1-7) 的右端函数示意于图 1-4 的 (a) 及 (b) 上。

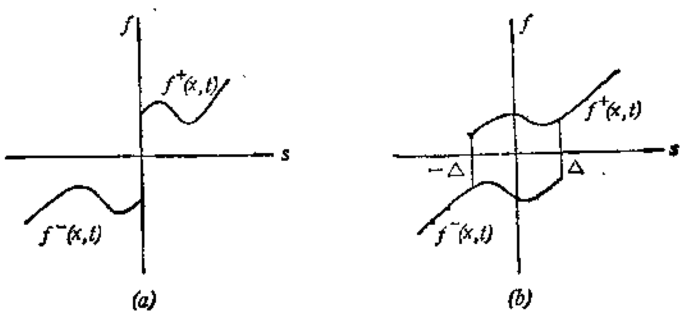


图 1-4

现在来研究这些奇异性的表现[7-9]。

首先讨论不连续性。先定义函数 $s(\boldsymbol{x})$ 沿系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t)$$

确定的解 $\boldsymbol{x}(t)$ 的导数。现在 s 是 $\boldsymbol{x}$ 的函数，$\boldsymbol{x}$ 已是 t 的函数，$\frac{d}{dt}s$ 是有定义的，它是一复合函数。于是有

$$\begin{aligned} \dot{s} = \frac{d}{dt}s &= \frac{\partial s}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \cdots + \frac{\partial s}{\partial x_n}\frac{dx_n}{dt} \\ &= \frac{\partial s}{\partial x_1}\dot{x}_1 + \cdots + \frac{\partial s}{\partial x_n}\dot{x}_n \\ &= \frac{\partial s}{\partial \boldsymbol{x}}\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{\partial s}{\partial \boldsymbol{x}}f(\boldsymbol{x}, t) \end{aligned} \tag{1-1-8}$$

其中

$$\frac{\partial s}{\partial \boldsymbol{x}} = \left[\frac{\partial s}{\partial x_1}, \frac{\partial s}{\partial x_2}, \cdots, \frac{\partial s}{\partial x_n}\right]$$

是一行向量。$\dot{s}$ 为正(负)表示 s 沿解 $\boldsymbol{x}(t)$ 的轨线随时间增加而增加(减少)。在 R^n 空间作出

此为试读，需要完整PDF请访问： www.ertongbook.com