〔美〕A.范尔 著

[illegible] 译

测量中的噪声

CLZDZS

国防工业出版社

测量中的噪声

〔美〕 A.兹尔 著

陈杰美 译

国防工业出版社

内容简介

本书主要讨论噪声对测量准确度的影响。书中收集了大量的材料，并根据作者的研究成果以及长期的教学经验编写而成。全书共分十七章，前七章介绍必要的基础知识，简要地阐明了随机变量及其分析方法和产生噪声的机理，后十章研究在测量电流、电压、热辐射、量子辐射等过程中，噪声的影响及减小噪声的方法，同时还介绍了光混频、光放大、超导器件等改善噪声性能的新方法。

本书物理概念明确，数学分析简明而严谨，内容系统性强且层次分明，并附有不少实例，可供从事测量技术、无线电工程和其他有关工作的大专院校师生和科技人员阅读参考。

NOISE IN MEASUREMENTS
Aldert Van Der Ziel
John Wiley & Sons, Inc. 1976

*

测量中的噪声
〔美〕A. 兹尔 著
陈杰美 译

*

国防工业出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
通县马头印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张 7 3/4 194 千字
1984年11月第一版 1984年11月第一次印刷 印数：0,001— 4,650册
统一书号：15034·2706 定价：0.99元

译者序

一般说来，测量工作中最关心的问题是测量结果的准确度，而测量的极限准确度归根到底是由测量系统的噪声性能来决定的。由于电子科学技术的发展，电子测量系统的实际测量准确度已愈来愈接近于由测量系统的噪声所确定的极限准确度，因此，研究噪声对测量准确度的影响是非常重要和迫切的。

本书收集了散存于各种教科书、讲义和文献中的大量材料，对噪声与测量准确度之间的关系作了系统而扼要的阐述。原文条理清晰、叙述流畅、论证严谨。本书作者长期从事有关噪声的研究和教学工作，成绩卓著，书中不少内容是作者和他的学生们的研究成果。

本书首先介绍了有关噪声信号的一些必要的基础知识，引出了分布函数、平均值、相关函数、频谱密度等概念，介绍了二项式分布、泊松分布及正态分布等典型的分布函数，论证了布尔吉斯方差定理及维纳-辛钦定理，讨论了晶体管、场效应晶体管、电阻及放大器等二端与四端器件中，各种噪声产生的机理以及表征其噪声性能的方法。接着本书详尽地讨论了当测量电压、电流、电荷及辐射量时，测量系统的噪声性能及其对测量准确度的影响，并简要地介绍了减小噪声的各种方法。

本书不但在理论上有很好的阐述，而且列出了大量实用的数据，因此无论对有关专业的研究人员和大学师生，还是对工程技术人员，都是很有裨益的。因为本书篇幅较小，所以涉及面不宽，电子测量中的一些重要内容（例如，噪声对频率测量、高频电压测量及测量速度的影响）也未能包括进去。但是本书介绍的基本理论及分析方法也适用于测量技术的其他领域。

本书译文曾请成都电讯工程学院陈湖教授作了审阅和校订，译者对他表示衷心的感谢。

由于译者水平较低，疏误一定不少，敬请读者批评指正。

译　者

前　　言

本书讨论噪声对测量准确度的影响。书中收集了散存于各种教科书和文献中的大量材料，并根据明尼苏达州立大学和佛罗里达州立大学的一系列讲义编写而成。

第一章至第七章介绍必要的基础知识。第一章是简短的引论。第二章引出了计算平均值、自相关函数和互相关函数的分布函数法。第三章是几项简单的应用。第四章研究二项式分布、泊松分布和正态分布函数，并引出方差定理。第五章讨论傅里叶分析法，并阐明频谱密度的计算方法。第六章分析二端和四端器件的噪声表征方法。第七章研究闪变噪声和产生-复合噪声。

第八至第十七章讨论各种应用。第八章讨论小电流、小电压和小电荷的测量。第九章研究热偶与测辐射热计这一类热辐射检测器。第十章研究光电发射的光电检测器、光敏二极管式光电检测器和经典检测器。第十一章讨论光敏电导检测器。第十二章讨论热电检测器和电容式测辐射热计。第十三章分析电视摄象管中的噪声。第十四章讨论光混频器。第十五章讨论利用电荧光效应获得的光放大作用。第十六章讨论约瑟夫逊（Josephson）结器件。第十七章简略地研究高能量子和粒子检测器。附录是一些关于铁电理论的公式，在第十二章中要用到它们。

我感谢明尼苏达州立大学和佛罗里达州立大学的我的毕业学生，他们帮助整理了手稿；我同样感谢我的夫人，她帮助我准备了手稿。

A. V. D. 兹尔

1976年4月

于明尼苏达州明尼亚波利斯市

目　录

第一章　引　论

在物理学和电气工程中，人们常常需要考虑电路、电器或其他测量系统中产生的起伏信号，这些起伏信号通常称为噪声。

“噪声”这个名称需要说明一下。假如电路元件或器件中产生的起伏电压或电流被一个低频放大器放大，并把放大后的信号馈入扬声器，那么扬声器就会发出咝咝声，因此取名为噪声。现在“噪声”这个术语已用来指任何自发的起伏，而不管它是否发出可听见的声音。

噪声规定了信号可以进行电气处理的下限值；同样，它实际上规定了各种测量的下限值。在噪声限制了测量精度的情况下，重要的是使噪信比最小化。本书的目的在于使读者了解，在测量电压、电流、电荷及辐射量时，噪声的影响及减小噪声的方法。

将要考虑的重要噪声源是热噪声、散弹噪声、产生-复合噪声、温度起伏噪声和闪变噪声。现在我们稍微详细地讨论这些噪声。

热噪声是由导体中的载流子的随机运动产生的；这种随机运动在导体两端形成一个起伏的电动势$V(t)$。同样的现象也会产生在场效应管（FET）的沟道中。对于电器件来说，当它在温度固定为T的恒温槽中处于热平衡状态时，热噪声是一种主要的噪声源。

当一个噪声现象可以看作是一系列随机产生的独立事件时，就会出现散弹噪声。例如，热阴极或光电阴极发射电子时，由于电子的发射组成一系列独立的随机事件，因此发射电流将表现出散弹噪声。在p-n结和晶体管中，载流子（电子或空穴）越过结区也形成一系列独立的随机事件，因此它们的电流也会表现出散弹噪声。同样地，当在两个能级之间发生跃迁时，例如，半导体中载流子的产生和复合，或激光器发射光子，也会出现散弹噪

声。在各种情况下，人们都必然要问，是什么样的机理形成一系列独立的随机事件，从而产生散弹噪声。

当半导体材料中的自由载流子产生或复合时，将引起产生-复合噪声。产生和复合的起伏率，可以看作是一系列随机发生的独立事件，因此这一过程可以看作是散弹噪声过程。此外，把载流子密度 n 的起伏 δn 看作会引起该器件电阻 R 的起伏 δR 也是有用的。电阻的起伏 δR 可以由通过该器件的直流电流 I 来检测，电流 I 在器件两端会产生一个起伏电动势 $V(t)=I\delta R(t)$，它可用通常的方法进行测量。

由于物体和它的环境之间会因热辐射、热吸收及热传导的起伏而产生起伏的热交换，所以小的物体会产生温度起伏噪声。前两者可以用小物体热量的辐射率和吸收率的起伏来描述。热传导的起伏总是存在的，因为小物体与它的环境之间必然有一些热传导路径（导线、连接等）。当空气吹过该物体，或液体流过该物体时，也会出现起伏的热对流，但这不是基本的，因为它们可以用适当的方法来消除。

闪变噪声可以由多种原因所引起，其特点表现在它的频谱密度上（参见第五章）。大多数噪声源的低频频谱密度是恒定的，而在高于某一转折频率后，其频谱密度会迅速地下降，这就是闪变噪声源的特征。在通常的情况下，各种闪变噪声的频谱密度具有常数$/f^{\alpha}$ 的形式，且 α 近于1，因此它的影响在低频最为显著。

电流、电压、温度或载流子数等起伏量统称为随机变量。当起伏量可在一个连续范围内取值时，则称为连续随机变量；若只能取离散的值，则称为离散随机变量。半导体材料中的起伏载流子数就是一种离散随机变量。

第二章　分布函数、平均值、自相关函数和互相关函数

在计算电测系统中的噪声时，人们常常必须计算随机变量$X(t)$的函数$g(X)$的平均值。平均值记为$\overline{g(X)}$，它可以借助于变量$X(t)$的概率密度函数或分布函数来计算。

概率密度函数是为了考虑系集（即具有大量系统的集合）中的概率而引入的，系集中的各系统具有独立的起伏。为了使讨论更为准确，应假设系统的数目是无限的[●]。在2.1a节中将讨论单随机变量；而在2.1b节中，将讨论多随机变量。

在存在两个随机变量$X(t)$和$Y(t)$的情况下，即使$\overline{X}=\overline{Y}=0$，仍可能有平均值$\overline{XY}\neq 0$的情况。此时，称变量$X(t)$和$Y(t)$是相关的。假如我们在时刻$t$和$(t+s)$考虑随机变量$X(u)$，则会出现一种特殊的相关情况，函数$\overline{X(t)X(t+s)}$称为自相关函数。推广到几个随机变量的情况，则可导出自相关函数和互相关函数（§2.2）。

§2.1　分布函数和平均值

2.1a　单随机变量

我们考虑一个具有N个系统的系集，系集中的起伏由随机变量$X(t)$来描述，并设N趋于无穷大。假设在时刻t_1，该系集中有ΔN个单元的$X(t)$之值处于X与$(X+\Delta X)$之间，则可以说$\Delta P=(\Delta N/N)$是随机变量$X(t)$在时刻t_1、其值处于X与$(X+\Delta X)$之间的概率。显然，只要ΔX足够小，则ΔN是正比于ΔX的；这就是说，$\Delta P/\Delta X$是与ΔX无关的。我们可以准确地写出如下的微分形式：

● 在一个N元集合中，平均值的相对准确度为$N^{-1/2}$。因此当$N=10^4$时，相对准确度为0.01。

$$\frac{dP}{dX}=f(X,t_1)$$

或

$$dP=f(X,t_1)dX \tag{2.1}$$

函数$f(X,t_1)$称为X在时刻t_1的概率密度函数。当$f(X,t_1+t)$与t无关时，即

$$f(X,t_1+t)=f(X,t_1)=f(X) \tag{2.1a}$$

则变量X是平稳的。在物理学和工程中所考虑的噪声几乎都是平稳的。

由于变量X必然落在允许值的范围内，因此，如果在X的全部允许值的范围内进行积分，则有

$$\int f(X)dX=1 \tag{2.2}$$

满足式（2.2）的函数称为归一化的。假如$f(X)$不是归一化的，则可以乘上一个归一化因子C，使$Cf(X)$归一化，此时有

$$\int Cf(X)dX=1$$

或

$$C=\left[\int f(X)dX\right]^{-1} \tag{2.2a}$$

因此我们可以假定$f(X)$是归一化的，而不会失去其普遍性。

现在我们可以把集合平均值定义如下：X^m的集合平均值记为$\overline{X^m}$，定义为

$$\overline{X^m}=\int X^m f(X)dX \tag{2.3}$$

而X的函数$g(X)$的平均值定义为

$$\overline{g(X)}=\int g(X)f(X)dX \tag{2.3a}$$

式中，积分是在X的所有的值上进行。如果$f(X)$对X来说是对称的，即$f(X)=f(-X)$，且X可在$-X_0$与X_0之间变化，那么X的所有奇次幂的平均值等于零。

最重要的平均值是 $\overline{x}$ 和 $\overline{X^2}$。如果 $\overline{x}$ 不为零，则可引入一个新的随机变量 $\Delta X=(X-\overline{x})$。那么最重要的平均值就是$\overline{\Delta X^2}$，它可用符号 $\mathrm{var}X$ 或 σ_x^2 表示。

$$\mathrm{var}X=\sigma_x^2=\overline{(X-\overline{x})^2}=\overline{X^2}-\overline{2X\overline{x}}+(\overline{x})^2=\overline{X^2}-(\overline{x})^2 \tag{2.4}$$

假如在时间 $0\leqslant t\leqslant T$ 内观测系集中的某一个元，则可以建立X的函数 $g(X)$ 的时间平均值$\langle g(X)\rangle$，它定义为

$$\langle g(X)\rangle=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T g(X)dt \tag{2.5}$$

如果当T趋于无穷大时，时间平均值的极限逼近于式（2.3a）所定义的集合平均值，那么所研究的噪声过程称为各态历经的(ergodic)。在物理学和工程中所考虑的噪声过程实际上总是各态历经的。

在离散随机变量的情况下，各种定义应作适当的修改，并且所有的积分都应由和来代替。设 $P(n)$ 是离散变量具有数值 n 的概率，那么归一化的条件变为

$$\sum_n P(n)=1 \tag{2.6}$$

n^m 的集合平均值须定义为

$$\overline{n^m}=\sum_n n^m P(n) \tag{2.7}$$

式中，$m=1,2,\cdots$。

n 的方差仍定义为

$$\mathrm{var}n=\overline{(n-\bar{n})^2}=\overline{n^2}-(\bar{n})^2 \tag{2.8}$$

2.1b 多变量的分布函数和平均值

当存在两个连续变量 $X_1(t)$ 和 $X_2(t)$ 时，可以在时刻 t_1 估计 $X_1(t)$ 的值在 X_1 与 (X_1+dX_1) 之间，且同时 $X_2(t)$ 的值在 $X_2(t)$ 与 (X_2+dX_2) 之间的概率。仿照式（2.1），可

把联合概率 dP 写为

$$dP = f(X_1, X_2, t_1)dX_1dX_2 \qquad (2.9)$$

$f(X_1, X_2, t_1)$ 称为变量 X_1 和 X_2 在时刻 t_1 时的联合概率密度函数。对所有的 t 之值，通常有

$$f(X_1, X_2, t_1 + t) = f(X_1, X_2, t_1) = f(X_1, X_2) \qquad (2.9a)$$

这样的噪声过程称为平稳的。

此时的归一化条件为

$$\iint f(X_1, X_2)dX_1dX_2 = 1 \qquad (2.10)$$

按照与单变量相同的方式，平均值可定义为

$$\overline{X_1^n X_2^m} = \iint X_1^n X_2^m f(X_1, X_2)dX_1dX_2 \qquad (2.11)$$

式中的积分应在 X_1 和 X_2 的所有值上进行。

通常 $\overline{X}_1 = \overline{X}_2 = 0$，因此最重要的平均值是 $\overline{X_1^2}$、$\overline{X_2^2}$ 和 $\overline{X_1X_2}$。如果 $\overline{X_1X_2} = 0$，则 X_1 与 X_2 是不相关的；如果 $\overline{X_1X_2} \neq 0$，则 X_1 与 X_2 是相关的。参数

$$c = \frac{\overline{X_1X_2}}{(\overline{X_1^2}\cdot\overline{X_2^2})^{1/2}} \qquad (2.12)$$

称为相关系数。根据 $\overline{(aX_1 + bX_2)^2} \geqslant 0$（无论 a、b 为何值）可以证明 $-1 \leqslant c \leqslant 1$。若 $|c| = 1$，则称为全相关；若 $|c| < 1$，则称为部分相关。

上面的讨论很容易扩展到 m 个连续变量 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 或离散变量 $n_1, n_2 \cdots, n_m$ 的情况，此时各种定义均与双变量的情况相类似。

如果两个随机变量 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 是部分相关的（即 $|c| <$ 1），则可把 $Y(t)$ 分为 aX 和 Z 两部分。其中 aX 和 X 是全相关的；Z 和 X 是不相关的。由此可写出

$$Y = aX + Z \qquad (2.13)$$

这里，$\overline{X} = \overline{Y} = \overline{Z} = 0$，$\overline{XZ} = 0$。因为 $\overline{XY} = \overline{aX^2}$，$\overline{Y^2} = (a^2\overline{X^2} + \overline{Z^2})$，故由 c 的定义可得

$$\left.\begin{aligned} a &= c\left[\frac{\overline{Y^2}}{\overline{X^2}}\right]^{1/2} \\ \overline{Z^2} &= \overline{Y^2}(1-c^2) \end{aligned}\right\} \qquad (2.13a)$$

以上这些公式在讨论双极晶体管和场效应晶体管时是很有用的。

§2.2 自相关函数和互相关函数

当 $X_1(t)=X(t)$，$X_2(t)=X(t+s)$ 时，将会出现一种特别有用的、两个变量部分相关的情况。此时，可引入联合概率密度函数 $f(X_1, X_2)$，并按通常的方法定义平均值。平均值 $\overline{X_1X_2}=\overline{X(t)X(t+s)}$ 称为自相关函数。

自相关函数具有如下的性质：

1. 假如 $X(t)$ 是平稳的，则 $\overline{X(t)X(t+s)}$ 与 t 无关。

2. $\overline{X(t)X(t+s)}$ 要么是一个连续函数，要么是一个位于 s 处的 δ 函数。若 $\overline{X(t)X(t+s)}$ 不是一个在 s 处的 δ 函数，那么系集中不同单元在不同时刻产生的 $X(t)$ 与 $X(t+s)$ 中的任何不连续性都会在平均过程中被平均掉。作为一个推论，若自相关函数不是在 s 处的 δ 函数，那么当 $s=0$ 时，$\overline{X(t)X(t+s)}=\overline{X^2(t)}$。

3. 如果 $X(t)$ 是平稳的，那么 $\overline{X(t)X(t+s)}$ 对 s 来说是对称的，这是因为

$$\begin{aligned} \overline{X(t)X(t+s)} &= \overline{X(u-s)X(u)} \\ &= \overline{X(u)X(u-s)} = \overline{X(t)X(t-s)} \end{aligned}$$

上式中第一步是令 $u=t+s$；第二步是换项；第三步是用 t 代换 u。由于 $X(t)$ 是平稳的，因此第三步中的代换是允许的。

4. 当 $s\to\infty$ 时，$\overline{X(t)X(t+s)}$ 将迅速地趋于零，以致存在如下积分：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left|\overline{X(t)X(t+s)}\right| ds \qquad (2.14)$$

除闪变噪声外，所有的噪声都是如此。

5．相关系数

$$c(s)=\frac{\overline{X_1X_2}}{[\overline{X_1^2}\cdot\overline{X_2^2}]^{1/2}}=\frac{\overline{X(t)X(t+s)}}{\overline{X^2}} \tag{2.15}$$

称为归一化自相关系数。假如$\overline{X(t)X(t+s)}$不是在s处的δ函数，则$c(s)$存在。这里我们已用了$X(t)$的平稳性，故有$\overline{X_1^2}=\overline{X_2^2}=\overline{X^2}$。

在存在$X(t)$和$Y(t)$两个部分相关变量的具体情况下，可引入自相关函数$\overline{X(t)X(t+s)}$、$\overline{Y(t)Y(t+s)}$和互相关函数$\overline{X(t)Y(t+s)}$、$\overline{X(t+s)Y(t)}$。对s来说，自相关函数是对称的，但互相关函数通常是不对称的。此外，各个互相关函数尽管是有关联的，但并不是相同的。仿照单变量的情况，可得

$$\begin{aligned}\overline{X(t)Y(t+s)}&=\overline{X(u-s)Y(u)}\\&=\overline{X(t-s)Y(t)}\end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\begin{aligned}\overline{X(t+s)Y(t)}&=\overline{X(u)Y(u-s)}\\&=\overline{X(t)Y(t-s)}\end{aligned} \tag{2.16a}$$

上面两式的第一步是用u代换$(t+s)$；第二步是用t代换u。假如噪声过程是平稳的，则第二步中的代换是允许的。

第三章　简单的应用

借助于随机变量的平均值的概念，我们已能理解因测量系统中的固有噪声而导致的某些简单测量的极限准确度。

本章首先讨论电路中的噪声（3.1 a 节）；并将证明，当被处理的信号在微伏量级以内时，噪声是很显著的。其次将要讨论灵敏电流计中的噪声（3.1 b 节）；并将说明，在测量 1 微微安(pA)量级的电流时，电流测量的极限准确度。

当能引入计数法时，还可进行很多灵敏的测量（§3.2)。例如，真空中的电子流可以用电子倍增器进行倍增，使得能对单独的电子进行计数，从而可用这种方法测量很小的电流(3.2 a 节)。让光子束撞击光电倍增器的光电阴极，则可对单独的光子进行计数，从而可用这种方法检测很小的辐射功率（3.2 b 节)。

§3.1　电气测量中的噪声

悬浮在液体中的微粒要作随机的曲折运动，这种运动经罗伯特·布朗（Robert Brown）发现后（1827 年)，被命名为布朗运动。这个问题在 1890 年至 1910 年期间作了大量的研究，1905 年爱因斯坦发表了关于这个问题的理论。爱因斯坦认为，粒子的每个自由度的平均动能可由统计力学给出如下：

$$\frac{1}{2}M\overline{v_x^2}=\frac{1}{2}kT \tag{3.1}$$

式中　M——粒子的质量；

v_x——在X方向上的瞬时速度分量；

$\overline{v_x^2}$——v_x的均方值；

k——玻耳兹曼常数；

T——绝对温度。

但是，在显微镜下能准确地观测的不是瞬时速度v_x，而是在时间