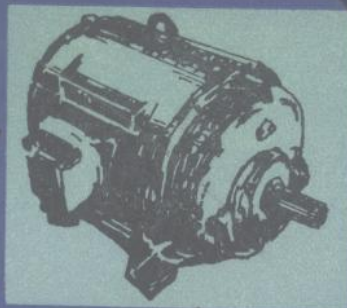


电机的数学模拟

Математическое
моделирование
электрических
машин



电机的数学模拟

[苏] Г. А. 西巴依洛夫 著
A. B. 洛 奥 斯

姚守猷 刘锐乡 译



机械工业出版社

**Математическое Моделирование Электрических
Машин (АВМ)**

Г. А. Сипайлов, А. В. Лоос

«Высшая школа»

1 9 8 0

* * *

电机的数学模拟

[苏] Г. А. 西巴依洛夫 著

А. В. 洛 奥 斯

姚守猷 刘锐乡 译

汤蕴璆 校

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行 · 新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 · 印张 6⁷/₈ · 字数 183 千字

1985 年 月重庆第一版 · 1985 年 月重庆第一次印刷

印数 0.001—4.040 · 定价 1.55 元

*

统一书号: 15033·5901

译 者 的 话

本书译自苏联高等学校出版社1980年出版的“电机的数学模拟”一书，原书经苏联高等和中等专业教育部批准作为高等学校电机专业的教学参考书。

书中简要介绍了模拟计算机的工作原理和构造、较系统地阐明了研究各类电机时许多科学技术课题的特点及其模拟方法，并论述了研究电机复杂运行状态时应用数学模拟方法的可能性。书中还列举了用模拟计算机解题的程序和实例，对各类电机的过渡过程进行了研究。

本书可作为高等学校电机和电力等专业高年级学生和研究生的教学参考书以及课程设计和毕业设计的指导书，也可供有关科技人员参考。

翻译时对原书中一些笔误和印刷错误已作了改正，为简洁起见，书中未加说明。

姚守猷 刘锐乡

一九八四年一月

序

本书可供高等学校学生作为学习电机专业课的教学参考书，也可用作课程设计和毕业设计的教学参考书。本书是一本简明的指导书，书中论述了有关模拟计算机工作原理和构造的一些必要知识，也论述了研究各类电机及其许多复杂运行状态时经常遇到的许多科学技术课题的特点和各种不同的模拟方法。

在运用模拟计算技术对电机进行模拟方面，已经做了大量工作；然而在有关各类电机和电机-整流器系统及其专门运行状态的文献资料方面，还深感缺乏。在И.П.康培洛夫 (Коньлов) 教授的专著出版以后，相当大的程度上填补了这一空白，该书充分而完整地反映了异步电机模拟方面的最新发展趋势。

本书是系统地论述各类电机的模拟理论和实践问题的初次尝试。本书的初稿是以一些作者的论文为基础的。书中列举了用模拟计算机解题的程序和实例，这是由托姆斯克工业大学电机教研室的工程师和研究生们在作者的领导下完成的。

模拟计算机及其解算元件的构成原理，连接解算元件的结构线路的编制次序，现代模拟计算机的结构和技术特性，以及数学模拟的一般问题等，在许多教科书和科学文献中已有大量阐述。常微分方程或偏微分方程的数学模拟方法，用模拟计算机解算实际课题时的准备工作以及实际操作中的问题等内容已在计算技术课程中研究过。因此本书对这些内容阐述得非常简短，仅仅叙述用模拟计算机模拟的基本原理。本书的主要内容是异步电机、同步电机、直流电机和变压器的模拟问题。

本书是按照苏联高等和中等专业教育部批准的教学大纲编写的，其次序是按照对托姆斯克工业大学电机专业学生和已得电机工程师学位的提高班学员们讲课时的次序安排的。

本书不仅探讨了电机的模拟问题，同时也对电机的过渡过程进行了研究，因此本书对于从事电机制造和研究而又缺乏模拟计算技术专门知识或对其应用缺乏足够经验的工程技术人员，也是有所教益的。

作者对为本书的出版提供了宝贵意见和建议的评阅人致以深切的谢意，他们是：莫斯科航空学院电机教研室主任 А.И. 别尔金诺夫(Бертинов) 教授、莫斯科动力学院电机教研室主任 И.П. 康培洛夫(Копылов) 教授及其同事 С.Р. 米久林(Мизюрин) 教授、В.Я. 别斯巴洛夫(Беспалов) 副教授和 А.И. 西尼津(Синицин) 副教授。

作 者

前 言

在深入分析研究现代机电系统、电机和电器、电机-整流器系统以及其他电磁技术装置时都会遇到一些问题，这些问题的解决通常都与分析高阶非线性微分方程有关。用解析法来解算这样的课题是非常困难的，而且在许多情况下是不可能的；此时，必须应用现代快速计算机来解算。

近几年来，由于计算机和程序编制方法的进一步改进和完善，使计算技术成为科学技术各个领域的工程技术人员和科学工作者们的财富。电子计算机不仅可以加速计算过程，而且可以开创一些全新的研究领域。

在机电学中越来越多地应用模拟计算机是由于下列原因：对各类电机采用了数学模拟方法来进行研究，需要对电机系统进行研究；解算时考虑了各种非线性因素；由于不再采用早先的假设而使所解课题复杂化；需要进行电机的优化设计计算等等。

由于解析计算很困难，因而需要将研究分为两步：研究机械过渡过程和转子旋转频率保持恒定或者给定变化规律的情况下研究其电磁过渡过程。

当今，用来解算电机非线性方程的计算技术已成为研究过渡过程的主要方法。但是，在对电机进行数学模拟时，方程的表达还没有统一的形式，可以用各种不同的频率和不同转向的坐标系，可以采用各种不同的假设。所有这一切，都使电机的模拟结构图成为多种多样的。

用模拟计算机模拟电机的现代发展趋势是：更加深入地考虑磁路的饱和效应，深入地分析不对称状态和复杂的电机-整流器系统，深入地研究系统中电机的运行状况，以及应用模拟计算机来进行优化设计计算等。

目 录

译者的话

序

前言

第一章 模拟计算机及其解算元件	1
§ 1-1 用模拟计算机进行模拟	1
§ 1-2 线性解算元件的构成原理	5
§ 1-3 非线性解算元件的构成原理	11
§ 1-4 直流电子模拟装置的构成原理	18
第二章 数学模拟的共同问题	23
§ 2-1 常微分方程的模拟	23
§ 2-2 偏微分方程的模拟	29
§ 2-3 选择表示变量的比例尺和确定解算元件的传递系数	35
§ 2-4 某些辅助的模拟方法	48
§ 2-5 数学模型的稳定性和解算误差	55
第三章 异步电机的数学模拟	60
§ 3-1 微分方程的组成	60
§ 3-2 异步电动机的模拟	77
§ 3-3 用电容自激的三相异步发电机的模拟	93
§ 3-4 转子不对称的异步发电机自激时的模拟	100
§ 3-5 单相异步发电机的模拟	110
第四章 同步电机的数学模拟	123
§ 4-1 对称运行时的方程	123
§ 4-2 不对称运行时的方程	131
§ 4-3 派克-高列夫完整方程组的模拟	135
§ 4-4 利用等效电路进行模拟	150
§ 4-5 单相同步发电机的模拟	156
§ 4-6 带有整流负载时同步发电机的模拟	169

§ 4—7 同步发电机强行励磁线路的模拟	174
§ 4—8 用物理相似表征整流元件的方法来模拟带有整流负载的 同步发电机	186
第五章 变压器和直流电机的数学模拟	190
§ 5—1 磁耦合回路的模拟	190
§ 5—2 三相电力变压器的模拟	195
§ 5—3 直流发电机和直流电动机的模拟	200
§ 5—4 交磁电机扩大机的模拟	204
参考文献	210

第一章 模拟计算机及其解算元件

§ 1-1 用模拟计算机进行模拟

模拟的实质是用模型来代替实际的系统、机器或其单个元件，该模型与所替代的实际系统之间存在某些相对应的量，并能在某些范围内重现实际系统的性质或特点。对于在模型中发生的过程，可以很方便地进行记录，并用理论分析结果加以检验，还可以通过模型的直接观察来代替对过程的分析计算。也就是说，模拟法可以有效地解决试验研究中的所有主要问题。“从一般理论的意义上说，模拟是指用某种方法反映或再现实际，以便研究其中的客观规律性”。[⊙]

现在有两种基本的模拟方法：物理模拟和数学模拟。

物理模拟是对物理性质相同的模型进行研究来代替对原型研究的一种模拟方法。物理模拟可以替代对复杂系统和机器显得特别有价值的试验研究，并能在保持其物理本质不变的情况下研究原型机器中发生的现象。关于电机的物理模拟法，在М.П.柯斯坦柯(Костенко)、В.А.维尼科夫(Веников)和А.В.依万诺夫-斯莫棱斯基(Иванов-Смоленский)的著作中有极大的发展。

物质世界的统一性使得描述物理的各个不同领域内一些过程的方程式之间具有惊人的同一性。例如，用来描述弹簧的自由弹性振荡、机械摆的振荡和 $R-L-C$ 电路内的电振荡的方程式，形式上是相同的。这就有可能在物理本质与原型不同的模型中研究原型中所发生的现象。当模型和原型的物理本质不同，但可用形式相同的方程式来描述时，这种模拟称为**数学模拟**。

数学模拟向两个基本方向发展：在已知的类似系统基础上建

⊙ Веников В. А. Теория подобия и моделирование (применительно к задачам электроэнергетики). М., Высшая школа, 1966, с.13.

立直接模拟的模型；建立计算机模拟(数字的、模拟的和数字-模拟的)。

属于直接模拟的模型有：对偏微分方程求积分用的电网络模型、电解槽、导电纸模型等等。

利用计算机进行数学模拟与在直接模拟基础上的数学模拟不同，模拟时进行各别数学运算所得到的量与用来表征所研究现象的物理量之间没有直接的物理类比关系。这样，对过程的研究可以归结为借助计算机对其数学表述进行分析。

现代的计算机可以分为两类：离散运算的计算机(或称为数字计算机IBM)和连续运算的计算机(或称为模拟计算机ABM)。

在数字计算机中，数学变量以物理量的数值(离散的)形式来表示。任一个数由许多单个元件的状态的组合来实现，其中每一个元件都具有几种稳定的平衡状态。这些计算机具有多种功能，单元运算时精度很高，实际上可以用来解决任何数学课题和逻辑运算。然而，尽管数字计算机的运算速度很高，它的快速性还是有限的，因为解题所需的时间通常由完成单元运算(其中包括控制操作)所需时间累计而成。属于数字计算机的有台式计算机、计算冲孔机、电子数字快速计算机等。

模拟计算机中运算的数学变量是以连续变化的物理量的形式来表示的。

模拟计算机操作方便，不仅解题简单明了，而且解题迅速。但是它的精度不太高，通用性较差。模拟计算机中有解常微分方程的电子计算机，解代数方程和超越方程的电子计算机以及专用的模拟计算机等。

只有对求解给定课题时应用各种计算机的可能性进行仔细研究以后，才能对选择哪种计算机作出评价。最近几年中，研制成功并大力推广联合计算机，这是模拟和数字系统的综合，它吸取了模拟计算机和数字计算机的主要优点。

研究电机时，通常必须求解微分方程。这在许多情况下应用模拟计算机较为有利。1876年，汤姆森(Томпсон)和赫尔文

(Хельвин)首先运用了模拟计算机。他们指出,借助于机械积分器就可以不用逐步渐近法而解出微分方程。这种想法已经成为现代模拟计算机的基础,它的实质是把各个计算元件连接起来就可以迅速地解出各种微分方程。稍晚一些时候,А. Н. 克雷洛夫 (Крылов) 院士(在1904~1911年)和美国麻省理工学院的B. 布熙 (Буш) 博士(在1931年)分别设计并研制了第一批求解方程用的机械式微分分析器。

我们来研究求解常系数常微分方程的一种可能的方法,它是在由许多单个解算元件所组成的装置上进行的。假定这种装置中装有许多器件,它们可以连续地将机器变量对时间进行积分运

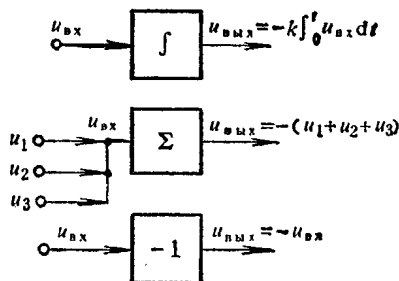


图 1-1

算,也就是说,若在器件的输入端输入某一函数 $u_{вх}$, 则在其输出端即可得到函数 $u_{вых} = -k \int_0^t u_{вх} dt$ 。除了求解微分方程的积分器件外,还必须具有对某几个函数进行加法运算的器件、乘以常系数的器件、改变函数正负号的器件等等。在图 1-1 中画出了所研究装置的典型解算元件,图中各个元件用矩形框表出。

举例来说,若要求解下面的微分方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + A \frac{dx}{dt} + B\theta(t) = 0 \quad (1-1)$$

式中 x ——未知因变量;

$A, B, \theta(t)$ ——给定函数。

将方程 (1-1) 改写为

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A \frac{dx}{dt} - B\theta(t) \quad (1-2)$$

从方程 (1-2) 可以看出,为了求得未知变量 x , 必须将右端两部分相加,然后将所得的总和积分两次。与这一计算程序相对应的

解算元件接线图示于图 1-2。该线路由两个积分器、一个加法器和一个反相器组成。

利用上述建立解算线路的原理，可以对更复杂的微分方程和微分方程组进行数学模拟。为了获得最佳的求解程序，常常把方程进行变换，这样一来，用模型重现的变换后方程的系数与原型的物理参数之间，将失去直接的类比关系。

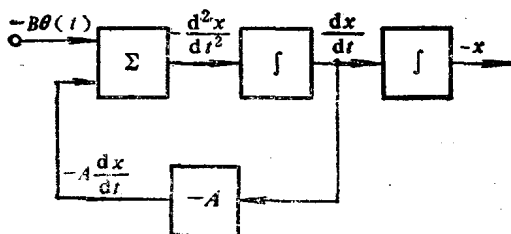


图 1-2

在模拟计算机上进行数学模拟的基本原理可归纳如下：

1) 选择物理量，使能代表所解课题的变量的值。这种量称为机器量或机器变量。必须使它满足下列关系

$$y=f(x) \quad (1-3)$$

式中 x ——独立变量，在区间 $a \leq x \leq b$ 内变化，

$f(x)$ ——因变量，在区间 $c \leq f(x) \leq d$ 内的实变函数；

2) 组成模拟计算机的计算组件时，应使其输入和输出机器量之间的关系与给定的数学运算（相加、相乘、积分等等）相对应；

3) 计算组件应当这样连接，使得线路图的工作能够描述待解的代数方程或微分方程；

4) 在所得到的计算组件线路图中，能够包括初始条件和外界的作用。相应的机器变量随时间的变化关系可以从解算元件的输出端取出，并用记录装置或示波器记录下来。考虑到某个比例尺标以后，所得机器变量的值将对应于原始方程组的未知变量。

在机电学中应用模拟计算机来求解的课题极其众多。主

要课题列举如下：

1) 过渡过程的分析，也就是控制系统、调节系统和复杂线路等的动力学。用电机的数学模拟来求解的最为有效的课题是，确定改变电机参数对过程的影响，确定各种调节型式对稳定性的影响，以及定性地说明电机内各种过程的性质等等；

2) 求解各种系统的综合课题，即根据给定的技术性能选择其结构的变化部分或参数，以便得到所要求的函数关系。这类课题常常可以归结为寻求某个泛函的极值问题。

§ 1-2 线性解算元件的构成原理

模拟计算机的解算元件可以用各种不同物理性质的元件（机械的、机电的、气体的、电子的以及其他等等）来构成。由于电子的解算元件具有许多优点，所以由它组成的计算机获得了广泛应用。解算元件的构成原理是以自动调节闭环系统为基础的。当解算元件的参数间存在着某种关系时，其工作精度将与转换信号的主通道的参数变化无关，而仅取决于反馈电路和输入电路参数的大小及其稳定性。

下面说明上述解算元件的构成。

运算放大器（图1-3）可以看成是一种对 n 个输入信号作出反应的随动系统[⊖]。此时直流放大器实际上被当作为调节对象；而调节器则是一种特殊的偏差指示器，这是由输入电阻器 Z_{11} 、 Z_{12} 、 Z_{13} 、 $\dots$ 、 Z_{1n} ，反馈电阻器 Z_2 和直流放大器自身的输入端阻抗 Z_3 组成的多端网络。由于所研究的放大器用作负反馈，所以多端网络的输出电压 u_s 可以看做随动系统的偏差或误差。误差的大小（由于组成多端网络偏差指示器的元件是线性的）可以看成是许多项的总和，其中每一项均取决于施加到该输入端的电压值，

⊖ Котан Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. М., Физматгиз, 1963, с. 60—63.

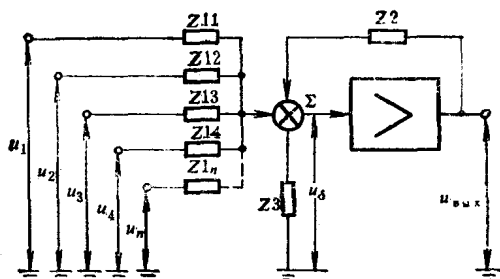


图 1-3

$$u_{\delta} = f_{11}(p)u_1 + f_{12}(p)u_2 + \dots + f_{1n}(p)u_n + f_2(p)u_{\text{вых}} \quad (1-4)$$

用相应电路的导纳表示时，式(1-4)中的传递函数具有如下形式：

$$\left. \begin{aligned} f_{11}(p) &= \frac{Y_{11}(p)}{\sum_1^n Y_{1i}(p) + Y_2(p) + Y_3(p)} \\ f_{12}(p) &= \frac{Y_{12}(p)}{\sum_1^n Y_{1i}(p) + Y_2(p) + Y_3(p)} \\ &\dots\dots\dots \\ f_{1n}(p) &= \frac{Y_{1n}(p)}{\sum_1^n Y_{1i}(p) + Y_2(p) + Y_3(p)} \\ f_2(p) &= \frac{Y_2(p)}{\sum_1^n Y_{1i}(p) + Y_2(p) + Y_3(p)} \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

式中

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_{11}}$$

$$Y_{12} = \frac{1}{Z_{12}}$$

.....

$$Y_{1n} = \frac{1}{Z_{1n}}$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2}$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3}$$

$$p = \frac{d}{dt}$$

当放大器的放大系数很大($10^3 \sim 10^8$), 放大器输入端的阻抗 Z_3 亦很大, 且放大器的输出电压有限的最大值时, 误差电压 u_e 的值非常小 (接近于零)。因此, 通常把求和点称为 **潜在接地点**。如果在式(1-4)中忽略 u_e 值, 就可以求得运算放大器输出电压与输入电压之间的关系:

$$u_{\text{вых}} = - \frac{\sum_{i=1}^n f_{1i}(p) u_i}{f_2(p)} \quad (1-6)$$

考虑到式(1-5), 则式 (1-6) 变为

$$u_{\text{вых}} = - \frac{\sum_{i=1}^n Y_{1i}(p) u_i}{Y_2(p)} \quad (1-7)$$

从式 (1-7) 可知, 当解算元件的放大系数足够大时, 由它进行的数学运算的精度与放大器的参数无关, 而仅取决于输入电路和反馈电路导纳值的组合精度及其稳定性。式 $\frac{Y_{1i}(p)}{Y_2(p)}$ 称为解算元件第 i 个输入端的 **传递函数**。

下面来研究运算放大器的几种特殊工作状态。

设输入端数 $n=1$, 输入电路的电导 $Y_1 = \frac{1}{R_1}$, 反馈电路的电导 $Y_2 = \frac{1}{R_2}$ 。则由式(1-7)得

$$u_{\text{BHX}} = -\frac{R_2}{R_1} u_{\text{BX}} \quad (1-8)$$

这样, 运算放大器将把输入电压值改变 $k = \frac{R_2}{R_1}$ 倍, 同时改变其符号。当 $R_2 = R_1$ 时, 它就可以用作反相器。当 $R_2 \neq R_1$ 时, 可以作为比例放大器, 也即用以进行乘上某一常数的运算。

如放大器有几个输入端, 则

$$u_{\text{BHX}} = -\sum_i \frac{R_2}{R_{1i}} u_i \quad (1-9)$$

这种放大器可以用来求出 n 个输入信号的代数和, 求和前每一项分别乘以不同的给定常数。

如在反馈电路中接有电容器, 在输入电路中接有电阻器, 则当 $n=1$ 时

$$u_{\text{BHX}} = -\frac{1}{pRC} u_{\text{BX}} \quad (1-10)$$

将式(1-10)从象函数转换成原函数

$$u_{\text{BHX}} = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_{\text{BX}} dt \quad (1-11)$$

这样, 与式(1-11)相对应, 所研究的放大器就可以完成输入量对时间的积分运算。如输入信号数为 n , 并在输入端接有电阻器 R_{11} 、 R_{12} 、 $\dots$ 、 R_{1n} , 则此时将完成对输入信号总和的积分运算:

$$u_{\text{BHX}} = -\frac{1}{p} \sum_i \frac{1}{R_{1i} C} u_i \quad (1-12)$$

或者写成时间形式

$$u_{\text{BHX}} = -\int_0^t \sum_i \frac{1}{CR_{1i}} u_i dt \quad (1-13)$$