

杨青云 编著

数据

SHU JU

处理

CHU LI

方法

FANG FA

冶金工业出版社

21
Y23

数据处理方法

杨青云 编著

冶金工业出版社

(京) 新登字 036 号

内 容 简 介

本书从数据处理的基本要求着手, 介绍了数据处理的基本概念和基本方法: 概率, 随机变量和抽样分布, 收敛和大数目定律, 探测效率和实验分辨率; 矩方法, 最大似然法, χ^2 最小值方法, 最小二乘法, 区间估计, 假设检验, 贝叶斯方法, 蒙特卡罗方法等。

本书可供从事科学实验和工程技术的工作者、技术人员以及大专院校的师生、学生学习和参考。

数据处理方法

杨青云 编著

冶金工业出版社出版发行

(北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号)

新华书店总店科技发行所经销

北京昌平环球印刷厂印刷

*

850×1168 1/32 印张 20 字数 388 千字

1993 年 10 月第一版 1993 年 10 月第一次印刷

印数 1~1120 册

ISBN 7-5024-1195-X

0.22 定价 24.50 元

前 言

随着科学技术和社会主义建设事业的发展,数据处理已成为一门越来越重要的学科。科学实验,就是观察、研究自然现象和规律。从实验得到的观测值,必须经过数据处理以得出规律性的结果,从而获得对自然现象本质的认识。因此,研究自然科学问题,必须有实验仪器,数据处理的方法,才能作出正确的理论分析;同时,要恰当地设计(或选择)科研题目,也必须用数据处理的方法,使得实验能够正确地收集到观测数据,从而得出正确的结论。所以数据处理是一个十分重要的科学手段。

本书第一、二章介绍了比较简单的、最基本的也是容易被人们忽视的内容,即计算的准确度和测量。

第三~六章介绍了概率和统计学中的基本概念,基本的分布函数和抽样分布函数。

第七~十一章介绍了参数估计的基本概念和基本方法,以及统计误差的推断。根据统计推断的两个方面——参数估计和假设检验,介绍了矩方法、最大似然法、 χ^2 最小值方法、最小二乘法、建立置信区间的一些方法和贝叶斯方法;假设检验包括简单假设检验、复合假设检验、似然比检验和非参数检验。

第十二章介绍了基本的蒙特卡罗方法,主要有随机数和随机数的产生、随机数的变换、对任意分布的随机数抽样及方差减小技术。

在本书编著过程中,得到了张文裕教授的热情指导和很多宝贵建议,还得到了郑民教授的积极支持和丁军杰、郑蒲英等同志的热情帮助,作者在此一并表示感谢。

杨青云

1990年12月

常用符号表

拉丁字母:

$B, b (\hat{\theta})$	估计值 $\hat{\theta}$ 的偏倚
$Corr (X, Y)$	随机变量 X 和 Y 之间的关联系数
$Cov (X, Y)$	随机变量 X 和 Y 的协方差
$E (X)$	期望, 期待值
$f (X), f (x), f (x; \theta)$	概率密度函数
$F (X), F (x)$	$f (X)$ 的累积分布函数
$G (X)$	概率产生函数
H_0	零假设
H_1	择一假设
$K (t)$	累积量产生函数
$K,$	累积量
$\sqrt{L}, L (X \theta)$	似然函数
$M_X (t)$	矩产生函数
N	随机变量数, 实验观测值的数目
$N (\mu, \sigma^2)$	平均值 μ 和方差 σ^2 的正态分布
$O (N^{-1})$	数量级 N^{-1} 或小于 N^{-1} 的项
$p (\theta), 1-\beta$	检验的功效

$p(A)$	事件 A 的概率
$p(A B)$	给出 B 时, A 的条件概率
Q^2	二次型形式
$r(X, X')$	分辨函数
s^2	样本方差
s	样本标准偏差
$s(\bar{X})$	标准误差
S	残差平方和
$T, T(X)$	统计量
$Var(X)$	方差
$V(Y)$	协方差矩阵
W	权重因子
W	权重矩阵
X, Y, Z	随机变量
x, y, z	随机变量的实现, 观测值
X, Y	矢量
x, y	矢量
$\bar{X}$	样本平均值

希腊字母:

α	显著性水平
----------	-------

γ_1	偏斜度
γ_2	峰态
ε	小的正数
θ, θ	估计的参数
θ_0	θ 的真值, θ 的零假设值
$\hat{\theta}, \hat{\theta}$	估计量
λ	分布参数, 最大似然比
μ	平均值
μ_n	n 阶中心矩
μ'_n	n 阶代数矩
ν	自由度
ν_n	n 阶绝对中心矩
ν'_n	n 阶绝对矩
$\pi(\theta)$	验前分布函数
$\pi(\theta \mathbf{x})$	验后分布函数
ρ	关联系数
σ^2	方差
$\chi^2(N)$	N 个自由度的 χ^2 分布
$\phi(t)$	特征函数

目 录

第一章 计算的准确度	(1)
§ 1.1 数的表示	(1)
1.1.1 近似数和有效数字	(1)
1.1.2 数的抹尾	(2)
§ 1.2 测量误差	(3)
1.2.1 绝对误差, 相对误差和百分误差	(3)
1.2.2 相对误差与有效数字之间的关系	(3)
§ 1.3 误差的一般公式	(6)
§ 1.4 误差公式在基本运算中的应用	(7)
1.4.1 加法	(8)
1.4.2 减法	(9)
1.4.3 乘法	(10)
1.4.4 除法	(10)
1.4.5 幂和根	(12)
1.4.6 对数	(12)
§ 1.5 求值的准确度	(13)
1.5.1 求任意函数的误差	(13)
1.5.2 求自变量的误差	(14)
1.5.3 由列表函数决定自变量的准确度	(15)
1.5.4 级数近似中的准确度	(17)
第二章 测量	(20)
§ 2.1 测量的类型和实验误差	(20)
2.1.1 直接与间接测量	(20)
2.1.2 实验误差	(21)
2.1.3 精密度和准确度	(24)
§ 2.2 直接测量	(24)
2.2.1 精密度的测量	(24)

2.2.2	μ , τ 和 η 之间的关系和它们的几何意义	(28)
2.2.3	可几误差与权重的关系	(29)
§ 2.3	间接测量	(33)
2.3.1	已知独立变量的误差, 求它的任意函数的误差	(33)
2.3.2	若给定函数的误差, 求直接测量的量的误差	(37)
§ 2.4	坏的测量值的舍弃原则	(39)
第三章	概率	(44)
§ 3.1	概率的含意	(44)
§ 3.2	事件发生的可能方式	(47)
3.2.1	排列	(48)
3.2.2	组合	(48)
§ 3.3	概率的性质	(49)
3.3.1	基本概念	(49)
3.3.2	概率的性质	(51)
§ 3.4	贝叶斯原理	(55)
3.4.1	离散事件的贝叶斯原理	(55)
3.4.2	连续型随机变量的贝叶斯原理	(56)
第四章	随机变量和抽样分布	(59)
§ 4.1	引言	(59)
§ 4.2	随机变量的分布	(61)
4.2.1	概率密度函数	(61)
4.2.2	累积分布函数	(63)
4.2.3	概率密度函数和累积分布函数之间的关系	(65)
§ 4.3	联合分布	(69)
§ 4.4	实验分布	(70)
§ 4.5	分布的数字特征量	(74)
4.5.1	期待值和方差	(76)
4.5.2	期待值的一些性质	(87)
§ 4.6	抽样分布	(90)
第五章	收敛和大数目定律	(94)
§ 5.1	切比雪夫原理和推论	(94)

5.1.1	切比雪夫原理	(94)
5.1.2	切比雪夫不等式	(95)
§ 5.2	收敛	(97)
5.2.1	分布函数的收敛	(97)
5.2.2	保罗—利韦 (Paul—Levy) 原理	(99)
5.2.3	概率收敛	(100)
§ 5.3	大数目定律	(100)
5.3.1	大数目定律	(100)
5.3.2	中心极限定理	(102)
5.3.3	正态随机数的产生	(105)
第六章	一些重要的分布	(107)
§ 6.1	离散型随机变量的分布	(107)
6.1.1	二项式分布	(107)
6.1.2	泊松分布	(114)
6.1.3	混合泊松分布	(123)
6.1.4	多重二项式分布	(128)
6.1.5	负二项式分布	(130)
§ 6.2	连续型随机变量的分布	(131)
6.2.1	正态分布 (单变量正态分布)	(131)
6.2.2	多维正态分布 (多变量正态分布)	(144)
6.2.3	指数分布	(155)
6.2.4	均匀分布	(158)
6.2.5	γ 分布	(162)
6.2.6	β 分布	(166)
6.2.7	威布尔分布	(166)
6.2.8	柯西分布	(168)
6.2.9	对数正态分布	(169)
6.2.10	极值分布	(170)
6.2.11	双指数分布	(171)
6.2.12	三角分布	(173)

§ 6.3	抽样分布	(174)
6.3.1	χ^2 分布	(174)
6.3.2	t 分布	(193)
6.3.3	F 分布和 Z 分布	(198)
§ 6.4	分布之间的渐近关系	(203)
§ 6.5	约翰逊经验分布	(203)
§ 6.6	探测效率	(205)
§ 6.7	实验的分辨率	(207)
§ 6.8	在正态情况, $\bar{x}$ 和 s^2 等的分布	(209)
第七章	参数估计	(212)
§ 7.1	参数估计中的一些基本概念	(212)
7.1.1	参数估计中的一些术语	(212)
7.1.2	估计量的一些性质	(214)
§ 7.2	直方图在参数估计中的应用	(228)
7.2.1	直方图	(228)
7.2.2	累积频率函数	(229)
§ 7.3	隐含估计量	(230)
§ 7.4	贝叶斯方法	(234)
7.4.1	验前分布	(234)
7.4.2	验后分布	(235)
7.4.3	贝叶斯估计	(238)
7.4.4	贝叶斯区间估计	(246)
§ 7.5	估计量的渐近分布	(250)
7.5.1	渐近正态性	(250)
7.5.2	估计量的矩的渐近展开	(253)
7.5.3	估计量的渐近偏倚和方差	(255)
§ 7.6	估计函数的平均值和方差	(258)
§ 7.7	由舍取误差引起的统计误差	(260)
§ 7.8	样本量	(261)
第八章	点估计	(266)

§ 8.1	矩方法	(266)
8.1.1	样本矩方法	(266)
8.1.2	一般矩方法	(268)
8.1.3	用正交函数的矩方法	(271)
8.1.4	矩方法估计的置信区间	(273)
8.1.5	对不同的实验, 用矩方法进行组合估计	(274)
8.1.6	矩方法和最大似然法比较	(274)
§ 8.2	最大似然方法	(275)
8.2.1	最大似然法的基本原理	(275)
8.2.2	最大似然估计量的性质	(277)
8.2.3	用最大似然法估计参数	(280)
8.2.4	在柯西分布中定位参数的估计	(296)
8.2.5	最大似然估计量的方差	(296)
8.2.6	由图解法确定最大似然估计量和它的误差	(304)
8.2.7	推广的似然函数	(311)
8.2.8	最大似然法用于数据分类	(312)
8.2.9	用最大似然法组合实验	(313)
8.2.10	最大似然法用于带权重的事件	(314)
§ 8.3	χ^2 最小值方法	(316)
8.3.1	χ^2 最小值方法的原理	(316)
8.3.2	一个参数的确定	(318)
8.3.3	多参数的确定	(322)
§ 8.4	比例 p 的推断	(328)
8.4.1	一个比例 p 的推断	(329)
8.4.2	两个比例的差值推断	(332)
第九章	区间估计	(335)
§ 9.1	引言	(335)
§ 9.2	求置信区间的一般方法	(337)
9.2.1	求估计量 $\hat{\theta}$ 分布的一般方法	(337)
9.2.2	求置信区间的一般方法	(340)

§ 9.3	分布参数的区间估计	(343)
9.3.1	分布平均值的区间估计	(344)
9.3.2	两个平均值之差的区间估计	(348)
9.3.3	分布方差的区间估计	(352)
9.3.4	几个参数的置信区间估计	(356)
9.3.5	函数的近似置信区间	(361)
§ 9.4	利用似然函数求置信区间	(362)
9.4.1	一个参数的情况	(362)
9.4.2	二个参数的情况	(367)
9.4.3	几个参数的情况	(372)
第十章	统计假设检验	(376)
§ 10.1	检验的提出	(377)
10.1.1	检验中的基本概念	(377)
10.1.2	两类错误	(379)
10.1.3	假设检验	(381)
§ 10.2	检验的比较	(382)
10.2.1	检验的功效	(382)
10.2.2	检验的一致性和无偏性	(384)
10.2.3	检验的选择	(386)
§ 10.3	简单假设检验	(387)
10.3.1	纳雅曼-皮尔逊检验	(387)
10.3.2	简单的零假设 H_0 相对于一组择一假设的检验	(393)
§ 10.4	复合假设检验	(398)
10.4.1	指数型分布的一致佳效检验的存在	(399)
10.4.2	单侧和双侧检验	(399)
§ 10.5	关于正态分布的参数检验	(404)
10.5.1	正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的平均值和方差的检验	(405)
10.5.2	两个正态分布的平均值比较	(407)
10.5.3	两个正态分布方差的比较	(411)
10.5.4	小结	(412)
§ 10.6	似然比检验	(415)

10.6.1	检验统计量	(416)
10.6.2	最大似然比检验	(418)
10.6.3	最大似然比的渐近分布	(425)
10.6.4	似然比检验	(428)
§ 10.7	拟合优度检验	(433)
§ 10.8	非参数检验	(443)
10.8.1	一种样本方法	(443)
10.8.2	两种样本方法——配对数据	(448)
10.8.3	两种样本方法——不配对数据	(452)
第十一章	最小二乘法	(455)
§ 11.1	引言	(455)
§ 11.2	最小二乘法的基本原理	(458)
11.2.1	基本原理	(458)
11.2.2	残差平方和	(460)
11.2.3	最小二乘法估计的分布自由性质	(461)
11.2.4	不相等方差 σ^2 的测量	(466)
11.2.5	最小二乘法和最大似然法	(474)
§ 11.3	间接测量	(477)
11.3.1	线性情况	(477)
11.3.2	非线性情况	(486)
§ 11.4	受约束的最小二乘法估计	(494)
11.4.1	线性约束的线性最小二乘法	(496)
11.4.2	受约束的一般最小二乘法估计	(498)
§ 11.5	确定最小二乘法置信区域的基础	(503)
11.5.1	确定最小二乘法置信区间的基础	(503)
11.5.2	在一个参数的情况下, 用最小二乘法估计误差 和置信区域	(504)
11.5.3	在多参数的情况下, 用最小二乘法估计误差 和置信区域	(505)
11.5.4	误差矩阵的几何解释	(506)
第十二章	蒙特卡罗方法	(508)

§ 12.1	随机数	(508)
12.1.1	随机数的定义	(508)
12.1.2	随机数的产生	(509)
12.1.3	伪随机序列的周期	(517)
12.1.4	伪随机序列的相关性	(521)
12.1.5	伪随机序列的随机性检验	(524)
§ 12.2	随机数的变换	(530)
12.2.1	给定非均匀分布的随机数的基本关系式	(530)
12.2.2	几种给定分布的随机数产生的例子	(531)
12.2.3	随机矢量的模拟	(535)
§ 12.3	任意分布的随机抽样	(538)
12.3.1	随机抽样的基本原则	(538)
12.3.2	舍选法	(542)
12.3.3	复合抽样方法	(547)
12.3.4	混合抽样方法	(549)
12.3.5	从正态分布中随机抽样	(549)
12.3.6	对给定分布的随机数产生的另一些例子	(553)
§ 12.4	从离散随机变量的分布中抽样	(555)
§ 12.5	蒙特卡罗积分和方差减小技术	(562)
12.5.1	蒙特卡罗积分	(562)
12.5.2	方差减小技术	(565)
§ 12.6	蒙特卡罗计算结果的精度	(570)
附录 1	Γ 函数	(574)
附录 2	几种分布函数的数值表	(582)
表 1	累积二项式分布	(582)
表 2	累积泊松分布	(584)
表 3	标准正态分布	(590)
表 4	标准正态分布的百分数	(593)
表 5	累积 χ^2 分布	(594)
表 6	累积 T 分布	(596)

表 7	累积 F 分布	(597)
表 8	威尔科克逊符号排列检验中 W 的临界值	(609)
表 9	威尔科克逊排列总数检验的临界值	(611)
参考读物		(619)

第一章 计算的准确度

进行实验，最后总是要得到数值的结果，因此经常会碰到各式各样的数和公式，我们必须能够很好地使用这些数，并且能够用公式进行计算，以便在任何情况下都能得到准确的结果。但是，在处理实际问题时，经常会使用近似计算，即使用的计算方法和数据是近似的，这就必然给计算结果带来误差。因此，这一章我们简单叙述一些与近似计算有关的基本概念和方法，并且给出一些计算结果准确度的方法。

§ 1.1 数的表示

1.1.1 近似数和有效数字

1. 近似数

在实际的计算中，把绝对正确的数和近似数区别开来是必要的。例如 3 , $\frac{1}{5}$, 20 , $\dots$ 都是正确数，他们不带有近似性或不确定性。而 π , e , $\sqrt{2}$, $\dots$ 虽说是正确数，但不能用有限位数字把他们表示出来。当用数字表示时，只能取一定的位数，如 3.1416 , 2.7183 , 1.4142 , $\dots$ 这些数仅和真值接近，但还不是真值，像这样的数就叫做近似数。因此，近似数就是接近正确数，并且与表示的正确数相差很小的一个数。

2. 有效数字

所谓有效数字就是指 $1, 2, \dots, 9$ 中的任意一个数字； 0 除去用它确定小数点，或者填补未知的或被抹去的数字位置以外，它也是有效数字。例如 0.0364 这个数，其中有效数字是 $3, 6, 4$ ，而这些零只是用来确定小数点，并不是有效数字。但是对于 6509 ，包括零在内的所有数字都是有效数字。而 5300 这个数，并没有表示出数中的零是不是有效数字。这样的数，可以把它写为“十的乘